

Стабилизация аэроупругих колебаний профиля
пульсирующим трансзвуковым потоком газа.
Численное исследование

В. А. Ванин, В. Л. Волков, Ю. И. Миргород, В. В. Шмаков

Институт проблем машиностроения НАН, Украина,

Харьковский институт ВВС, Украина

Monotone differential schemes with a high order of approximation for the compressed gas equations elaborated earlier are used at the numerical study of possibilities of non-steady air-elastic oscillations of the isolated profile within a transacoustic gas flow. We emphasized the dependence of the nature of air-elastic oscillations on the direction and momentum change of the Mach number for a covering flow during its transfer through the stability border.

Введение. Развитие численных методов по пути повышения их эффективности основывается на ряде концептуальных положений сформировавшихся в последнее время.

Особенностью высокоэффективных численных методов является их способность улавливать тонкие особенности рассматриваемых процессов еще на достаточно грубых пространственно-временных сетках.

1. Адаптивные дискретные модели. Адаптацию численного метода можно выполнить несколькими способами.

Адаптация алгоритма путем динамической перестройки сетки при фиксированном шаблоне аппроксимации производных (поточковых выражений) [1-10].

Адаптация алгоритма на основе использования переменного монотонизирующего шаблона аппроксимации при фиксированной геометрической разностной сетке [11-16].

Настоящая работа реализует подход к адаптации разностных аппроксимаций через монотонизирующее ограничение локального распределения параметров на фиксированной разностной сетке. Реконструкция локального распределения основывается на разработанной технологии модификации интерполяционного полинома Ньютона включением в его коэффициенты монотонизирующего управления.

Идея создания численных алгоритмов "самоадаптивных" на ряд важных требований к их конструкции формализовалась в виде общих правил разработки конечномерных моделей. Кроме основных (классических) требований - аппроксимация, устойчивость, сходимость для получения решения с необходимыми качествами важное значение имеют свойство консервативности (полная консервативность), сохранение основных групповых свойств решений исходной задачи, монотонность численного решения. Не все такие требования независимы, но и установить четкую иерархию следований пока не представляется возможным.

Чем «дальше» от предельного выражения находится его дискретный аналог тем больше индивидуальных качеств (свойств) проявляется в численном решении. Исходная дискретная модель с ее свойствами порождает предельную (дифференциальную или интегральную) модель с предельно преобразованными свойствами и уже для численного исследования прорываются обратный переход.

Отметим, что использование в конструкциях разностных схем решения задачи о распаде произвольного разрыва, обеспечивает выполнение энтропийного условия, на важность которого стали обращать внимание вычислители.

Для уравнений газовой динамики (уравнения Эйлера) применяется монотонизированная разностная схема и метод дискретных вихрей для потенциала и функции тока (уравнения Лапласа). Сравнительное численное исследование производится для задачи дозвукового обтекания цилиндра идеальным газом.

2. Низкоскоростное обтекание цилиндра.

Модель 1. Уравнения движения газа в расчетной области Ω (рис.1) имеют вид

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F(U)}{\partial x} + \frac{\partial G(U)}{\partial y} = 0, \quad (1)$$

$$\text{где } U = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ E \end{pmatrix}, \quad F(U) = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ (E+p)u \end{pmatrix}, \quad G(U) = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ (E+p)v \end{pmatrix},$$

- Ω - ограничена кривыми внешней границы $\sigma = ABCD$ и следа цилиндра σ_1 на плоскости $z=0$;

- $p(x, y, t)$, $\rho(x, y, t)$, $u(x, y, t)$, $v(x, y, t)$ - соответственно давление, плотность и декартовы компоненты скорости газа;

- $E = \rho(e + \frac{u^2 + v^2}{2})$ - полная энергия, $e = p/((k-1)\rho)$, $p = \rho RT$ - калорическое и термическое уравнения состояния газа;

- k, R - показатель адиабаты и газовая постоянная.

На границе AD входные условия задавались углом натекания газа на цилиндр $\alpha = 0$, полное давление P_0 и температура T_0 , соответствующие дозвуковым скоростям газа с числом $M=0.35$. Условия на правой границе расчетной области BC определялись атмосферным статическим давлением P_2 . Границы AB и DC размещались в невозмущенном потоке, на которых выполнялись условия $\frac{\partial U}{\partial n} = 0$. На поверхности цилиндра задавалось условие непротекания в виде $\vec{V} \vec{n} = 0$, где \vec{n} - внешняя нормаль к границе области интегрирования.

Интегрирование
повышенного
трансзвуковых т
Модель 2.
потенциала воз
удовлетворяюще

и следующим гр

1) на поверхни

2) на бесконе

3) на свобо

совместности те

По известным

скоростей в люб

из граничных ус

D

A

Рис.1 Расч

Оторвавшийся
дискретных вихре

Расчет нестаб
обтекания произ

свободных дискр

неизменными во

частиц среды.

Поле давлений
Коши-Лагранжа.

Параметры вл
уравнения импул

Интегрирование уравнений (1) осуществлялось схемой типа С.К. Годунова повышенного порядка аппроксимации, разработанной для расчета трансзвуковых течений газа [1,16]

Модель 2. Решение задачи обтекания цилиндра состоит в отыскании потенциала возмущенных скоростей $\varphi'(\tau, \vec{r})$, определяющего поле скоростей, удовлетворяющего уравнению

$$\Delta \varphi' = 0 \quad (2)$$

и следующим граничным условиям:

- 1) на поверхности σ_1 - условию непротекания,
- 2) на бесконечности - условию убывания возмущений $\varphi'(\tau, \vec{r})$,
- 3) на свободной вихревой пелене σ_p - кинематическому условию совместности течения, что эквивалентно отсутствию перепада давлений.

По известным циркуляциям дискретных вихрей определялось распределение скоростей в любой области течения и на поверхности тела, что являлось одним из граничных условий для расчета течения в пограничном слое.

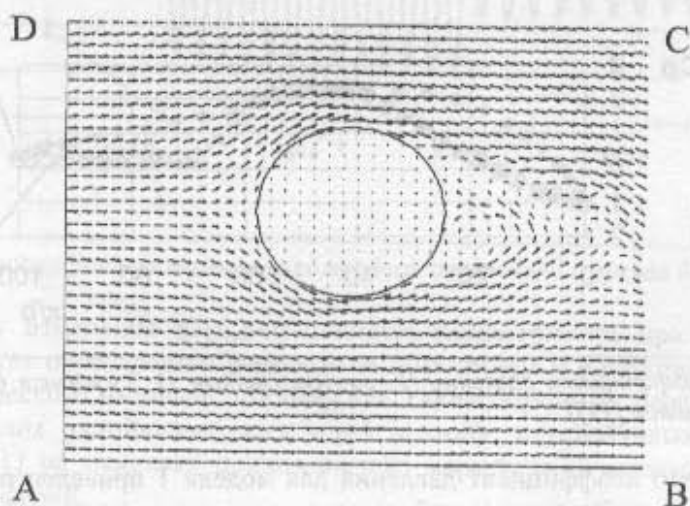


Рис.1 Расчетная область и поле направлений векторов скорости (модель 2)

Оторвавшийся пограничный слой моделировался цепочками свободных дискретных вихрей.

Расчет нестационарного потенциального течения в области невязкого обтекания производился с учетом вихревого следа, состоящего из цепочек свободных дискретных вихрей, величина циркуляции которых оставались неизменными во времени, а их движение совпадало с движением жидких частиц среды.

Поле давлений в произвольной точке пространства определяется интегралом Коши-Лагранжа.

Параметры вязкого течения в пристеночной области определяются из уравнения импульсов Кармана теории пограничного слоя.

При численной реализации для модели 2, как отмечено в работе [17], следует учитывать следствия из общих теорем гидродинамики, определяющих важные свойства решения (2).

Переход от модели 1 к модели 2 накладывает дополнительные условия, сужающие класс решений исходной модели. Система уравнений (1) – гиперболическая. Не все операции (в частности, дифференцирование), применяемые при таком переходе, инвариантны по отношению к собственным числам оператора задачи (1) [18].

Восстановить некоторые утраченные характеристические свойства решения в модели 2 удастся использованием идеологии присоединенных и свободных вихрей. Однако моделирование трансзвуковых и сверхзвуковых течений в рамках этой модели требует использования «конусообразных» вихрей.

Результаты расчета нестационарного отрывного обтекания кругового цилиндра, внезапно приведенного в движение из состояния покоя, с числом $Re = 0,67 \cdot 10^6$ приведены на рис. 2.

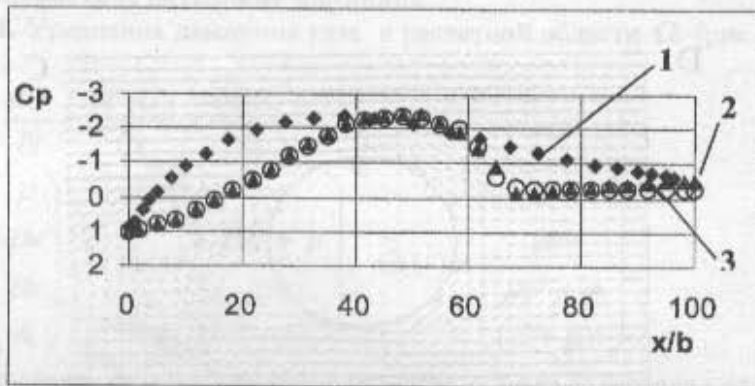


Рис.2 Коэффициент давления (1 - расчет (модель 1), 2 - расчет (модель 2), 3 - эксперимент [19])

Заметим, что коэффициент давления для модели 1 приведен полный, а для модели 2 только возмущающая добавка.

3. Аэроупругие колебания профиля в трансзвуковом потоке газа.

Найденные в работе [20] зоны устойчивых и неустойчивых колебаний аэроупругого профиля NASA-0012, с границами определяемыми числами M_∞ , исследуются на динамическую устойчивость. Границы интервала устойчивых колебаний с $M_\infty \in [0.63, 0.71]$ преодолеваются скачкообразным изменением числа M_∞ для левой границы от 0.505 до 0.71 и наоборот, а для правой границы от 0.71 до 0.733 и обратно.

Результаты расчетов в виде зависимостей $M_z(t)$ (аэродинамический момент) и $al(t)$ (угловые перемещения профиля) приведены на рис.3, 4 и рис.5, 6 для двух переходов соответственно.

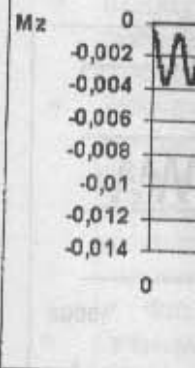


Рис.3 Зависимость

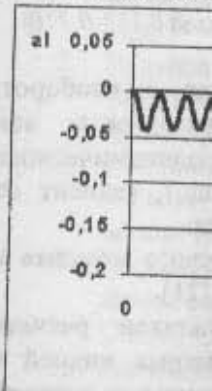


Рис.4 Зависимость

Особенность из-
левой границы о-
аэродинамическо
Маха из зоны
(0.505 ↔ 0.71) не
системы профиле

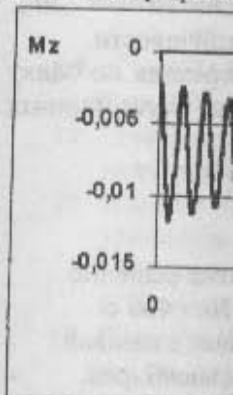


Рис.5. Зависимость

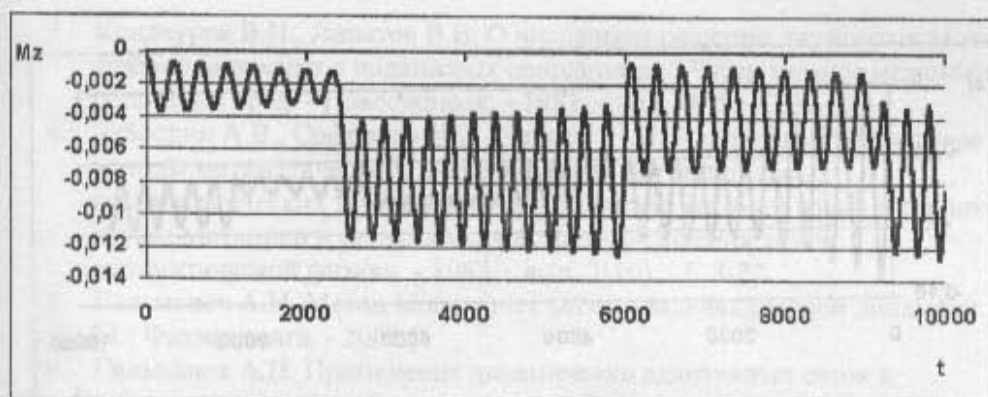


Рис.3 Зависимость момента аэродинамических сил от времени. (переход 0.505-0.710)

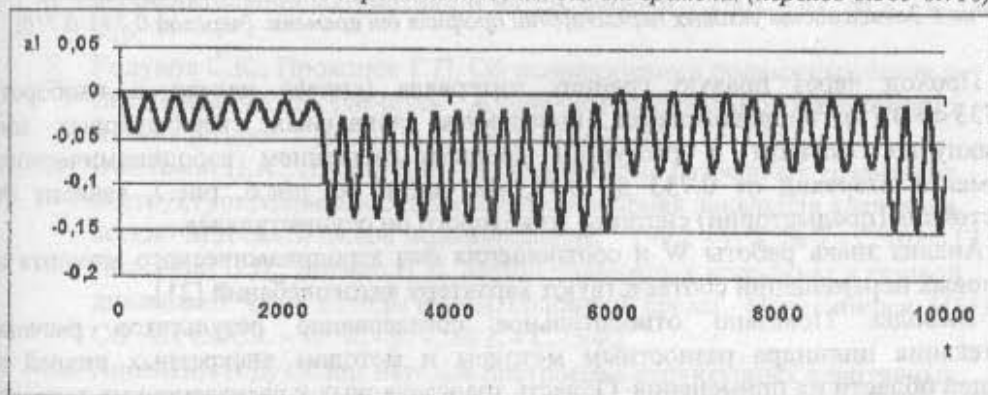


Рис.4 Зависимость угловых перемещений профиля от времени. (переход 0.505-0.710)

Особенность изменения аэродинамических характеристик при прохождении левой границы определяется дозвуковым обтеканием и возрастанием среднего аэродинамического момента. Видно, что скачкообразный переход по числу Маха из зоны устойчивых колебаний в зону неустойчивых и наоборот ($0.505 \leftrightarrow 0.71$) не изменяет принципиально характера поведения аэроупругой системы профилей.

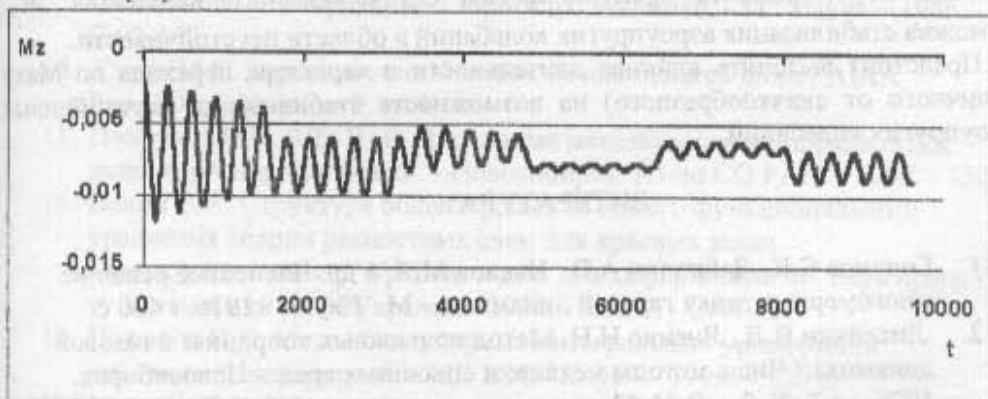


Рис.5. Зависимость момента аэродинамических сил от времени. (переход 0.733-0.710)

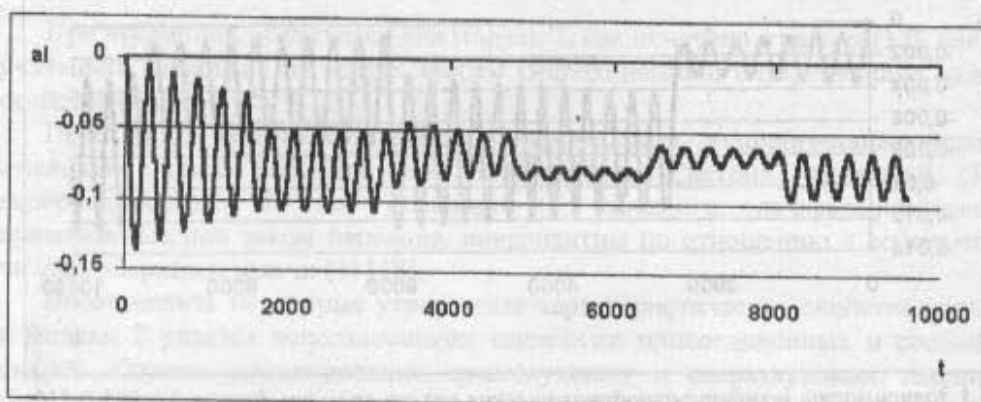


Рис.6 Зависимость угловых перемещений профиля от времени. (переход 0.733-0.710)

Проход через правую границу интервала (справа налево и наоборот, $0.733 \Leftrightarrow 0.71$) сопровождается появлением локальных сверхзвуковых зон замкнутых скачком и растущим средним значением аэродинамического момента. Переход от 0.733 до 0.71, как видно из рис.6, рис.7, зависит от состояния (предыстории) системы из которого он осуществлялся.

Анализ знака работы W и соотношения фаз аэродинамического момента и угловых перемещений соответствуют характеру автоколебаний [21].

Выводы. Показано относительное согласование результатов расчета обтекания цилиндра разностным методом и методом дискретных вихрей в общей области их применения. Область трансзвуковых и сверхзвуковых течений газа и область дозвуковых течений - естественные зоны эффективного применения по числу Маха указанных методов.

Выполнено расчетное исследование поведения аэроупругого профиля при изменении скорости набегающего потока из области устойчивых колебаний в область неустойчивых и наоборот. Характер перехода определяется не только направлением изменения числа Маха, но и состоянием системы в момент начала перехода, что характерно для существенно нелинейных систем. С помощью величин M_∞ и момента времени начала скачкообразного изменения M_∞ возможна стабилизация аэроупругих колебаний в области неустойчивости.

Предстоит выяснить влияние длительности и характера перехода по Маху (отличного от скачкообразного) на возможность стабилизации неустойчивых аэроупругих колебаний.

ЛИТЕРАТУРА

1. Годунов С.К., Забродин А.В., Иванов М.Я. и др. Численное решение многомерных задач газовой динамики. - М.: Наука. - 1976. - 400 с.
2. Лисейкин В.Д., Яненко Н.Н. Метод подвижных координат в газовой динамике// Числ. методы механики сплошных сред. - Новосибирск. - 1976. - т.7, № 2. - С.75-82.

3. Кондауров В.И. Газовая динамика сплошных сред. - М.: Наука. - 1976. - 400 с.
4. Забродин А.В. Методы математического моделирования газодинамических течений. Серия: Методы математического моделирования. - М.: Физматгиз. - 1976. - 150 с.
5. Гильманов А.Р. М.: Физматгиз. - 1976. - 150 с.
6. Гильманов А.Р. Исследования по численному решению задач газодинамики. - М.: Физматгиз. - 1976. - 150 с.
7. Годунов С.К., Иванов М.Я., Лисейкин В.Д., Яненко Н.Н. Газодинамическая теория гиперболических уравнений. Матем. физики. - М.: Наука. - 1976. - 400 с.
8. Войнович П.А. Неустойчивость течений в газовой динамике// Математическое моделирование. - М.: Наука. - 1976. - 150 с.
9. Лисейкин В.Д., Яненко Н.Н. Динамика// Численные методы. СО АН СССР. - М.: Наука. - 1976. - 150 с.
10. Лисейкин В.Д., Яненко Н.Н. Численные методы для нелинейных гиперболических уравнений// Журнал вычислительной математики и физики. т.36, № 1. - С.3-10.
11. Ильин С.А., Тихонов А.Н. Точные решения нелинейных уравнений переноса// Математическое моделирование. - М.: Наука. - 1976. - 150 с.
12. Munz C.D. In the theory of hyperbolic conservation laws. - M.: Springer. - 1994. - 150 с.
13. Дьяченко В.Ф. Численное моделирование нелинейных гиперболических уравнений. С.97-103.
14. Curtis M.R. Impulse approximation. - M.: Springer. - 1994. - № 6.
15. Пинчуков В.И., Яненко Н.Н. Задачи аэрогидродинамики. - М.: Наука. - 1976. - 150 с.
16. Ванин В.А. Структурная теория уравнения теории аэрогидродинамики. - М.: Наука. - 1976. - 150 с.
17. Лифанов И.К. Математическое моделирование численного эксперимента. - М.: Наука. - 1976. - 150 с.
18. Годунов С.К. Уравнения газовой динамики. - М.: Наука. - 1976. - 416 с.

3. Кондауров В.И., Липатов В.В. О численном решении двумерных задач газовой динамики в подвижных координатах// Числ. методы механики сплошных сред. - Новосибирск. - 1981. - т.12, № 5. - С.52-69.
4. Забродин А.В., Софронов И.Д., Ченцов Н.Н. Адаптивные разностные методы математического моделирования нестационарных газодинамических течений (обзор)// Вопросы атомной науки и техники. серия: Методики и программы численного решения задач математической физики. - 1982. - вып. 2(10). - С.3-22.
5. Гильманов А.Н. Метод подвижных сеток в задачах газовой динамики. - М.: Физматкнига. - 2001.
6. Гильманов А.Н. Применение динамически адаптивных сеток к исследованию течений с многомасштабной структурой потока// Журнал вычислительной математики и матем. физики. - 2001. - 41, № 2. - С.311-326.
7. Годунов С.К., Прокопов Г.П. Об использовании подвижных сеток в газодинамических расчетах// Журнал вычислительной математики и матем. физики. - 1972. - т. 12, № 2. - С.429-440.
8. Войнович П.А., Шаров Д.М. Моделирование разрывных течений на неструктурированных сетках. Нестационарная локальная адаптация сетки// Математическое моделирование. - 1993. - т. 5, № 7.- С.101-112.
9. Лисейкин В.Д., Яненко Н.Н. Метод подвижных координат в газовой динамике// Числ. методы механ. сплошной среды.- Новосибирск: ИТПМ СО АН СССР. - 1976. - т. 7, № 2. - С.75-82.
10. Лисейкин В.Д. Обзор методов построения структурных адаптивных сеток// Журнал вычислительной математики и матем. физики. - 1996. - т.36, № 1. - С.3-41.
11. Ильин С.А., Тимофеев Е.В. Сравнение квазимоноотонных разностных схем сквозного счета на задаче Коши для одномерного уравнения переноса// Математическое моделирование. - 1992. - 4, № 3. - С.62-75.
12. Munz C.D. In the numerical dissipation of high resolution schemes for hyperbolic conservative laws// J. Comput. Phys. - 1998. - 77, № 1. - P.18-39.
13. Дьяченко В.Ф. О неасимптотических принципах аппроксимации// в кн. Численное моделирование в аэрогидродинамике. - М.: Наука. - 1986. - С.97-103.
14. Curtis M.R. Improved reconstruction on unstructured mesh// AIAA Pap.1994. - № 642. - P.1-15.
15. Пинчуков В.И., Шу Ч.-В. Численные методы высоких порядков для задач аэрогидродинамики. - Новосибирск: Из-во СО РАН. - 2000. - 232 с.
16. Ванин В.А. Структура общего решения одного функционального уравнения теории разностных схем для краевых задач аэрогидродинамики// Крайові задачі для диф. рівнянь. Зб. наук праць Ін-ту математики НАН України. - 1998. - вип. 1. - С.44-49.
17. Лифанов И.К. Метод сингулярных интегральных уравнений и численный эксперимент. - М.: ТОО "Янус". - 1995. - 520 с.
18. Годунов С.К. Уравнения математической физики. - М.: Наука. - 1971. - 416 с.

19. Любимов А.Н., Русанов В.В. Течение газа около тупых тел. - М.: Наука. - 1970. - ч. II. - 340 с.
20. Ванин В.А., Волков В.Л., Митяй Р.И. Численное моделирование особенностей аэроупругого взаимодействия профиля несущей поверхности со средой в широком диапазоне чисел Маха// Вопросы проектирования и производства конструкций летательных аппаратов. Сб. науч. трудов Гос. аэрокосмич. ун-та им. Н.Е.Жуковского «ХАИ», -вып. 31(4). Харьков: ГАКУ. - 2002. - С.112-117.
21. Фершинг Г. Основы аэроупругости. - М.: Машиностроение.,1984. -600 с.

Серия «Математика»

УДК 539.3: 62-50

расчета со

И. С. Веремева

Институт пр

The meth
vibrations
represente
characteris
expansion
boundary
numerical
free fluid-e
the particia

Крышка гид
сверху проточн
направляющего
представляет со
системой часто
ОАО «Турбоатом
базы для оценк
особенностей и
оценки прочност
использованием
в ряды Фурье
получаемых резу
Указанный под
деформированно
несимметричном
искомых переме
разложения ряда
Ранее для оце
использовались
жидкости [7]. Дан
частот гидроупру

Построение
взаимодействующ
Уравнение св
которой контакти
образом

[К