Вісник Харківського національного університету
Серія «Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління»
УДК 539.3: 62.135 № 590, 2003, с. 69-73

Метод интегральных уравнений в задаче расчета собственных колебаний крышек гидротурбин в воде

И. С. Веремеенко, Е. В. Еселева, Т. Ф. Медведовская, Е. А. Стрельникова
ОАО "Турбоатом", Украина
Институт проблем машиностроения им. А.Н. Подгорного НАН Украины, Украина

The method is developed to define the frequencies and mode shapes of fluid-elastic vibrations of the water turbine lids. The structure mode shapes in fluid were represented as series of its mode shapes in vacuum. To determine the dynamic characteristics of water turbine lid the combination of finite element method and expansion of unknown displacements and stresses in Fourier series was in use. The boundary condition on the lid surface is reduced to the singular integral equation. Its numerical solution was done with boundary element method.The numerical analysis of free fluid-elastic vibrations of the water turbine lid was accomplished.The question of the particial replacement of the hydrostation equipment was solved.

Крышка гидротурбины – неподвижная кольцевая деталь, ограничивающая сверху проточную часть турбины и служащая для размещения деталей направляющего аппарата и других ее узлов. Конструкция крышки гидротурбины представляет собой сочетание тонкостенных тел вращения, подкрепленных системой часто расположенных меридиональных многосвязных пластин. В ОАО «Турбоатом» проводятся работы по совершенствованию нормативной базы для оценки ресурса крышек гидротурбин [1]. Анализ их конструктивных особенностей и нагружения позволил ранее разработать эффективную методику оценки прочностных и динамических характеристик конструкции в вакууме с использованием метода конечных элементов (МКЭ) в сочетании с разложением в ряды Фурье искомых перемещений и нагрузок [2,3]. Достоверность получаемых результатов по этой методике подтверждается в работах [4,5]. Указанный подход был развит в [6] для определения напряженно-деформированного состояния конструктивно-ортотропного тела при несимметричном нагружении, что дает возможность свести вычисления искомых перемещений к решению независимых задач для каждого члена разложения ряда Фурье.

Ранее для оценки влияния воды на динамические характеристики крышки использовались результаты для радиальной пластины, колеблющейся в жидкости [7]. Данная работа посвящена уточненному определению собственных частот гидроупругих колебаний крышки гидротурбинью.

Построение матрицы присоединенных масс конструкции, взаимодействующей с жидкостью.

Уравнение свободных колебаний конструкции, некоторые поверхности которой контактируют с жидкостью, запишем в матричной форме следующим образом

$$[K-\omega^2(M_e+M_l)]W=0, \qquad (1)$$

где K, M_e, M_l, матрицы жесткости, масс конструкции и присоединенных масс жидкости, ω – собственная частота, W – матрица, столбцы которой есть собственные векторы колебаний конструкции в воде. Применительно к МКЭ компоненты векторов W есть амплитудные перемещения узлов конечно-элементной сетки конструкции.

Элементы матрицы M_l вычислены по алгоритму, описанному в [8-11]. Давление определялось из решения системы интегральных уравнений

$$\iint_{S_1} V^T \left\{ \left[V + \frac{1}{4\pi} \iint_{S_1} V(X) L(X, X_0) dS_1(X) \right] b + \left[\frac{1}{4\pi} \iint_{S_2} U(X) L(X, X_0) dS_2(X) \right] c \right\} dS_1(X_0)$$
$$= -i\omega \iint_{S_1} V^T V dS_1(X_0);$$

$$\iint_{S_2} U^T \left\{ \left[\frac{1}{4\pi} \iint_{S_1} V(X) L(X, X_0) dS_1(X) \right] b + \left[U + \frac{1}{4\pi} \iint_{S_2} U(X) L(X, X_0) dS_2(X) \right] c \right\} dS_2(X_0) = 0.$$

Эти уравнения решены численно с помощью метода дискретных особенностей [11].

2. Методика определения собственных частот и форм колебаний крышек гидротурбин в вакууме.

Определение собственных частот и форм колебаний крышек гидротурбин в вакууме выполняется на основе методики, изложенной в [6].

Задача динамики конструкции крышки гидротурбины решается, исходя из уравнения свободных колебаний

$$\mathrm{K}(U) - p^2 \mathrm{M}(U) = 0\,, \qquad (2)$$

где K и M – матрицы жесткости и масс конструкции соответственно.

На основе линейного и квадратичного представлений произвольного треугольного конечного элемента (КЭ) в системе косоугольных координат ξ_l, ξ_m, ξ_n [2] построены специальные выражения матриц жесткости КЭ тела вращения для произвольного члена разложения Фурье.

Матрица масс, входящая в (2), вычисляется при решении задачи динамики. Клетки линейного блока M_{11} и клетки матрицы масс M_{12}, M_{22}, связанные с квадратичным элементом определяем по формулам

$$m^{lm} = W \iint_{lmn} \xi_l \xi_m r(E) d\xi_l d\xi_m, \; m^{ll} = W \iint_{lmn} \xi_l^2 \xi_m r(E) d\xi_l d\xi_m, \; m^{\lambda\mu} = W \iint_{lmn} \xi_l \xi_m^2 \xi_n r(E) d\xi_l d\xi_m \qquad (3)$$

где $W = \begin{cases} 2\pi\rho\Delta, & k = 0, \\ \pi\rho\Delta, & k = 1,2,\ldots, \end{cases}$, $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$., ρ – плотность материала;

$\Delta = r_{ln} z_{mn} - r_{mn} z_{ln}$ – удвоенная площадь треугольного КЭ lmn.

Формулы (3) упрощаются, если принять на конечном элементе

$$r_c = \frac{r_l + r_m + r_n}{3} = const\,.$$

Тогда

$$m^{ll} = W_C \iint\limits_{lmn} \xi_l^2 d\xi_l d\xi_m = W_C \frac{1}{2}, \quad m^{lm} = W_C \iint\limits_{lmn} \xi_l \xi_m d\xi_l d\xi_m = W_C \frac{1}{4},$$

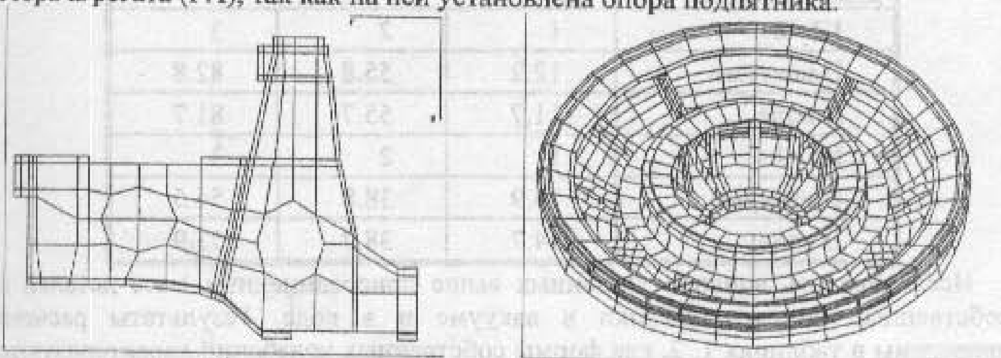
$$m^{l\lambda} = W_C \frac{1}{20}, \; m^{\lambda\lambda} = W_c \frac{1}{30}, \; m^{\lambda\mu} = W_c \iint\limits_{lmn} \left[\xi_l \xi_m^2 - \xi_l^2 \xi_m^2 - \xi_l \xi_m^3\right] d\xi_l d\xi_m = W_c \frac{1}{60},$$

где
$$W_c = \begin{cases} \dfrac{2\pi \Delta r_c \rho}{6}, kF = 0, \\ \dfrac{\pi \Delta r_c \rho}{6}, kF = 1,2,\ldots \end{cases}.$$

Определение собственных частот и форм колебаний выполняем методом итераций в подпространстве, решая на каждом шаге систему алгебраических уравнений методом LDL^T – факторизации.

3. Расчет частот и форм собственных гидроупругих колебаний крышки

В качестве примера рассматривается крышка крупной поворотно-лопастной гидротурбины, которая нагружена не только массой деталей механизма поворота направляющего аппарата (НА), но и значительной по величине массой ротора агрегата (РА), так как на ней установлена опора подпятника.



а) б)

Рис. 1. а) расчетная схема крышки гидротрурбины б)первая собственная форма колебаний

Крышка крепится наружным фланцем к статору турбины с помощью болтов. Расчетная схема и дискретизация конструкции на КЭ представлены на рис.1. Достоверность значений собственных частот колебаний в вакууме, вычисленных по разработанной методике, подтверждается при их сравнении с результатами, полученными МКЭ для пространственной конструкции в целом (рис. 1б), для которой собственная частота с учетом присоединенных масс деталей направляющего аппарата и ротора агрегата составляет 12.2 Гц. Это значение совпадает с полученным по предложенной выше методике, которая требует значительно меньше вычислительных затрат.

Таблица 1
Собственные частоты колебаний крышки гидротурбины без учета массы деталей НА и ротора

Число узловых диаметров, KF	Частота, Гц		
KF=0	1	2	3
В вакууме	49.8	257.7	289.9
В воде	30.5	194.1	287.3
KF=1	1	2	3
В вакууме	72.3	179.2	238.1
В воде	57.1	160.2	233.3

Таблица 2
Собственные частоты колебаний крышки гидротурбины с учетом массы деталей НА и ротора

Число узловых диаметров, KF	Частота, Гц		
KF=0	1	2	3
В вакууме	12.2	55.8	82.8
В воде	11.7	55.7	81.7
KF=1	1	2	3
В вакууме	14.9	38.8	54.5
В воде	14.7	38.7	53.9

Исследовалось влияние указанных выше присоединенных масс деталей на собственные частоты крышки в вакууме и в воде. Результаты расчетов приведены в таблицах 1, 2, где формы собственных колебаний характеризуются числом узловых диаметров.

Разработан впервые метод определения собственных частот и форм гидроупругих колебаний крышек гидротурбин, основанный на сочетании МКЭ, разложений Фурье и метода граничных элементов. При этом искомые гидроупругие собственные формы раскладываются в ряд по собственным формам в вакууме. Метод позволяет существенно уточнить динамическите характеристики крышки гидротурбины и изучить влияние отдельных факторов на их величину.

ЛИТЕРАТУРА

1. Vyshinsky V.V. Aircraft vortex wake, flight safety and crisis of airports. // Proceedings of the 21-th Congress of ICAS. - 1998. ICAS-98-6.5.1.
2. Аубакиров Т.О., Белоцерковский С.М., Желанников А.И., Ништ М.И. Нелинейная теория крыла и ее приложения. - Алматы: Гылым, - 1997. –448 с.
3. Smagorinsky J. General circulation experiments with the primitive equations. // Monthly Weather Review. - 1963. Vol. 91, pp. 99-164.

4. Bradshaw P. Effects of streamline curvature on turbulent flow. // AGARD-AG-169. - 1973.
5. Jiménez J. On why dynamic subgrid-scale models work. // Annual Research Briefs. Center for Turbulence Research. Stanford, CA. - 1995. Pp. 25-34.
6. Roe P.L. Approximate Riemann solvers, parameter vectors and difference scheme. // J. Comp. Phys. - 1981. Vol. 43, pp. 357-472.
7. Pakin A.N. Application of the modified q-ω turbulence model to simulating of two-dimensional vortex gas motion. // Trudy TsAGI. - 1997. Vol. 2627, pp. 79-92.