Вісник Харківського національного університету
Серія «Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління»
УДК 622.822.22: 004,942 № 590, 2003, с. 92-96

# Динамика процесса выделения метана из частиц угля и его скоплений в хранилищах

С. П. Греков, И. Н. Зинченко
*НИИ горноспасательного дела, НПО "Респиратор", Украина*

One of the most topical problems of the mine aerogasdynamics – outflow of methane out of coal particles torn away from the massif - is considered. The problem is raised and analytically solved. It is shown that methane evolving out of coal can form the explosible concentrations with air.

При хранении углей в закрытых, плохо проветриваемых помещениях (бункерах, трюмах кораблей и пр.), выделяющийся из него метан и другие углеводородные газы образуют в смеси с воздухом в зависимости от их содержания взрывоопасные либо пожароопасные смеси. Известны случаи, когда взрывы газов приводили к разрушению хранилищ и человеческим жертвам.

**Постановка задачи.** Физическая модель, процесса представляется следующим образом. Частицы угля разных фракций объемом $\Omega_i$, находящиеся в бункерах объемом V, с момента их загрузки выделяют метан и другие углеводородные газы, которые смешиваются с воздухом в незаполненном углем объеме $V_2$, где$V_2$=V-$V_1$.В начальный момент времени метан находится в связанном состоянии с концентрацией $S_0$, кг/м$^3$. С течением времени связанный метан переходит в свободный с концентрацией C, кг/м$^3$ и диффузионным механизмом десорбируется с поверхности $\partial\Omega_i$, м$^2$ каждой i-той частицы при коэффициенте массоотдачи β, м/с.

Математическая модель такого процесса представляется следующей начальной краевой задачей [1]:

$$\begin{aligned}
&divDgradC - C_1 = F(C,S), \quad P \in \Omega, \ t > 0,\\
&\frac{\partial S}{\partial t} = F(C,S), \qquad P \in \Omega, \ t > 0,\\
&C(P,0) = 0, \quad S(P,0) = S_0, \quad P \in \Omega,\\
&D\frac{\partial C}{\partial n} = \beta_i (C_0 - C), \quad P \in \partial\Omega, \ t > 0,
\end{aligned} \tag{1}$$

где F(C,S)- скорость кинетики десорбции;$C_0$ –концентрация газа вне угля.

В линейном случае F(C,S)=λC-$\mu_l$S, где λ и $\mu_l$ - постоянные величины, характеризующие соответственно скорость возрастания и убывания связанной концентрации S.

В случае углей малых фракций можно ограничиться рассмотрением средних по объему угля $\Omega$ концентрации свободного для диффузии $\overline{C}(t)$ и связанного $\overline{S}(t)$ метана.

Применим операцию усреднения к задаче (1). Тогда, используя формулу Гаусса-Остроградского и учитывая краевое условие, получаем задачу Коши для системы двух обыкновенных нелинейных дифференциальных уравнений первого порядка относительно средних значений $\overline{C}(t)$ и $\overline{S}(t)$

$$\frac{d\overline{C}}{dt}+k^2\overline{C}=k^2C_0-F(\overline{C},\overline{S}),\quad t>0,\qquad (2)$$
$$\frac{d\overline{S}}{dt}=F(\overline{C},\overline{S}),\quad t>0,\quad \overline{C}(0)=0,\quad \overline{S}(0)=S_0,$$

где $k^2=\beta_i\partial\Omega/\Omega$.

Задача (2) описывает динамику концентраций $\overline{C}$ и $\overline{S}$ для частиц произвольной формы $\Omega$. Наиболее приемлемым для практики является выбор частиц в виде пластины, цилиндра или шара. В этих случаях в (2) необходимо положить соответственно $\Omega=h$, $\partial\Omega=1$; $\Omega=\pi R^2$, $\partial\Omega=2\pi R$; $\Omega=4\pi R^3_i/3$; $\partial\Omega=4\pi R^2_i$, где h- половина толщины пластины; $R_i$ – радиус цилиндра или шара.

В дальнейшем ограничимся линейными постановками задач (1), (2).

**Истечение сорбированного метана из сферического куска угля.** В этом случае C=C(r,t) и соответствующая (1) линейная задача записывается в виде

$$D\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial C}{\partial r}\right)-\frac{\partial C}{\partial t}=\lambda C-\mu_i S,\quad 0<r<R_i,\ t>0,$$
$$\frac{\partial S}{\partial t}=\lambda C-\mu_i S,\quad 0<r<R_i,\ t>0,\qquad (3)$$
$$C(r,0)=0,\quad S(r,0)=S_0,\quad 0<r<R_i,\ C(0,t)<\infty,\ t>0,$$
$$Dr^2\frac{\partial C}{\partial r}=\beta_i r^2(C_0-C),\ r=R_i,\quad t>0.$$

Положим c=rC, s=rS. Тогда для c(r,t) и s(r,t) получаем следующую начально-краевую задачу

$$D\frac{\partial^2 c}{\partial r^2}-\frac{\partial c}{\partial t}=\lambda c-\mu_i S,\quad 0<r<R_i,\ t>0,$$
$$\frac{\partial s}{\partial t}=\lambda c-\mu_i s,\quad 0<r<R_i,\ t>0,$$
$$c(r,0)=0,\ \ s(r,0)=rS_0,\quad 0<r<R_i,\ c(0,t)=0,\ t>0, \tag{4}$$
$$D\left(r\frac{\partial C}{\partial r}-c\right)=\beta_i r(rC_0-c),\ \ r=R_i,\quad t>0.$$

Так как метан не вступает в химические реакции, то можно ограничится случаем $\lambda=0$, $C_0=0$, когда $s(r,t)=S_0re^{-\mu_i t}$, а $c(r,t)$ определяется как решение начально-краевой задачи

$$D\frac{\partial^2 c}{\partial r^2}-\frac{\partial c}{\partial t}=-\mu_i S_0 re^{-\mu_i t},\quad 0<r<R_i,\ t>0,$$
$$c(r,0)=0,\quad 0<r<R_i,\ c(0,t)=0,\ t>0, \tag{5}$$
$$D\frac{\partial C}{\partial r}-\widetilde{\beta}_i c=0,\ \ r=R_i,\quad t>0.$$

где $\widetilde{\beta}_i=(D/R_i)-\beta_i$.

Методом разделения переменных находим решение задачи (5), а следовательно, и задачи (3) при $\lambda=0$

$$C(r,t)=2\beta_i\mu_i S_0\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{\lambda_n^2R^2D^2+(D-\beta_iR_i)^2}\cdot\dfrac{\sin(\lambda_n r)}{r}}{\lambda_n(\lambda_n^2D-\mu_i)[\lambda_n^2R_iD^2-\beta_i(D-\beta_iR_i)]}\times \tag{6}$$
$$\times\left[e^{-\mu t}-e^{-\lambda_n^2Dt}\right]\ldots 0\le r\le R_i\ldots t\ge 0$$

где $\lambda_n$ - корни уравнения $\mathrm{tg}(\lambda_n R)=(D/\widetilde{\beta}_i)\lambda_n$.

При $D=\mathrm{const}$ и $F(C,S)=-\mu_i S$ для усредненной концентрации $\overline{C}(t)$ из (2) получаем задачу Коши

$$\frac{d\overline{C}}{dt}+k^2\overline{C}=k^2C_0+\mu_iS_0e^{-\mu_i t},\quad t>0,\quad \overline{C}(0)=0, \tag{7}$$

решение которой записывается в виде

$$\overline{C}(t)=C_0(1-e^{-k^2t})+\frac{\mu_iS_0}{k^2-\mu_i}(e^{-\mu_i t}-e^{-k^2t}),\quad t\ge 0. \tag{8}$$

Для потока метана с единицы площади поверхности куска угля $q_i(t) = \beta_i[\overline{C}(t) - C_0]$, t>0 получаем выражение

$$q_i(t) = \frac{\beta_i \mu_i S_0}{k^2 - \mu_i}(e^{-\mu_i t} - e^{-k^2 t}), \quad t \geq 0. \tag{9}$$

Для сферического куска угля радиуса $R_i$, когда $\Omega = 4\pi R^3_i/3$, $\partial\Omega = 4\pi R^2_i$, $k^2 = \beta_i \partial\Omega/\Omega = 3\beta_i/R_i$, формулы (8)-(9) принимают вид

$$\overline{C}(t) = C_0 + \frac{\mu_i R_i S_0}{3\beta_i - \mu R_i}\,(e^{-\mu_i t} - e^{-3\beta_i t/R_i}), \quad t \geq 0; \tag{10}$$

$$q_i(t) = \frac{\beta_i \mu_i R_i S_0}{3\beta_i - \mu_i R_i}(e^{-\mu_i t} - e^{-3\beta_i t/R_i}), \quad t \geq 0; \tag{11}$$

Процесс выделения метана и его перемешивания в свободном объеме с воздухом может быть описан уравнением

$$V_2 \frac{dC_м}{dt} = q(t) - [q(t) + Q_в(t)]C_м, \tag{12}$$

где $C_м$ – концентрация метана в свободном объеме бункера, об.доли; $Q_в$ – расход воздуха через хранилище, м$^3$/с; q – общий из всех частиц угля поток метана,м$^3$/с, определяемый зависимостью

$$q(t) = \frac{4\pi}{\rho_м}\sum_{i=1}^{N} R_i^2 q_i(t), \tag{13}$$

где $\rho_м$ – плотность метана при нормальных условиях, кг/м$^3$, N – число частиц угля.

Решение уравнения (12) при постоянном расходе воздуха $Q_в(t) = Q_0$ имеет вид [2].

$$C(t) = \exp\left[-\frac{Q_0(t)}{V_2} - \int\frac{q(\tau)dt}{V_2}\right] \times \int_0^t \left\{\frac{q(t)}{V_2}\exp\left[\frac{Q_0\tau}{V_2} + \int\frac{q(\tau)d\tau}{V_2}\right]\right\}d\tau. \tag{14}$$

Подставив (11) в (13), а затем в (14) и учтя период времени от отторжения угля от массива до его загрузки в бункер, получим

$$C(t)=\exp\left[-\frac{Q_0 t}{V_2}-\frac{4\pi S_0}{\rho_м V_2}\sum_{i=1}^{N}\frac{\beta_i\mu_i R_i^4}{3\beta_i-\mu_i R_i}\left(\frac{e^{-3\beta_i(t+t_0)/R_i}}{3\beta_i}-\frac{e^{-\mu(t+t_0)_i t}}{\mu_i R_i}\right)\right]\times$$

$$\times\frac{4\pi S_0}{\rho_м V_2}\times\int_0^t\sum_{i=1}^{N}\frac{\beta_i\mu_i R_i^3}{3\beta_i-\mu_i R_i}\left(e^{-\mu_i(\tau+t_0)}-e^{-3\beta_i(\tau+t_0)/R_i}\right)\times \qquad (15)$$

$$\times\exp\left[-\frac{Q_0\tau}{V_2}-\frac{4\pi S_0}{\rho_м V_2}\sum_{i=1}^{N}\frac{\beta_i\mu_i R_i^4}{3\beta_i-\mu_i R_i}\left(\frac{e^{-3\beta_i(\tau+t_0)/R_i}}{3\beta_i}-\frac{e^{-\mu_i(\tau+t_0)}}{\mu_i R_i}\right)\right]d\tau$$

Формула (15) позволяет определить концентрации метана в свободном объеме хранилища по заданным характеристикам углей и расходов воздуха в нормальном и аварийном (при сокращении воздуха) режимах проветривания.

## ЛИТЕРАТУРА


1. Березовский Н.А. Математические модели процессов диффузии, сопровождающиеся абсорбцией и химическими реакциями.//Нелинейные краевые задачи математической физики и их приложения. – Киев: Ин-т математики НАН Украины, – 1998. – С.29-31.
2. Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. – М.: Наука, – 1976. – 576 с.