

Вісник Харківського національного університету
Серія «Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи
управління»
УДК 622.822.22: 004,942 № 590, 2003, с. 92-96

Динамика процесса виделення метана из частиц угля і його скоплений в хранилищах

С. П. Греков, І. Н. Зинченко

НІІ горноспасального дела, НПО "Рестратор", Україна

One of the most topical problems of the mine aerogasdynamics - outflow of methane out of coal particles torn away from the massif - is considered. The problem is raised and analytically solved. It is shown that methane evolving out of coal can form the explosive concentrations with air.

При хранении углей в закрытых, плохо проветриваемых помещениях (бункерах, трюмах кораблей и пр.), выделяющийся из него метан и другие углеводородные газы образуют в смеси с воздухом в зависимости от их содержания взрывоопасные либо пожароопасные смеси. Известны случаи, когда взрывы газов приводили к разрушению хранилищ и человеческим жертвам.

Постановка задачи. Физическая модель, процесса представляется следующим образом. Частицы угля разных фракций объемом Ω_i , находящиеся в бункерах объемом V , с момента их загрузки выделяют метан и другие углеводородные газы, которые смешиваются с воздухом в незаполненном углем объеме V_2 , где $V_2 = V - V_1$. В начальный момент времени метан находится в связанном состоянии с концентрацией S_0 , kg/m^3 . С течением времени связанный метан переходит в свободный с концентрацией C , kg/m^3 и диффузионным механизмом десорбируется с поверхности $\partial\Omega_i$, m^2 каждой i -той частицы при коэффициенте массоотдачи β_i , $\text{м}/\text{с}$.

Математическая модель такого процесса представляется следующей начальной краевой задачей [1]:

$$\begin{aligned} \operatorname{div} D \operatorname{grad} C - C_i &= F(C, S), \quad P \in \Omega, \quad t > 0, \\ \frac{\partial S}{\partial t} &= F(C, S), \quad P \in \Omega, \quad t > 0, \\ C(P, 0) &= 0, \quad S(P, 0) = S_0, \quad P \in \Omega, \\ D \frac{\partial C}{\partial n} &= \beta_i (C_0 - C), \quad P \in \partial\Omega, \quad t > 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где $F(C, S)$ - скорость кинетики десорбции; C_0 - концентрация газа вне угля.

В линейном случае $F(C, S) = \lambda C - \mu_i S$, где λ и μ_i - постоянные величины, характеризующие соответственно скорость возрастания и убывания связанной концентрации S .

В случае углей ма по объему угля Ω ко $\bar{S}(t)$ метана.

Применим оператор Гаусса-Остроградского системы двух обы первого порядка отно

$$\frac{d\bar{C}}{dt} + k$$

$$\frac{d\bar{S}}{dt} - F(\bar{C})$$

где $k^2 = \beta_i \partial\Omega / \Omega$.

Задача (2) описывает производственной формы частиц в виде пластины положить соответственно $\partial\Omega = 4\pi R^2$, где R - поло

В дальнейшем ограничимся

Истечение сорбированного газа в атмосферу в

$$D \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r}$$

$$\frac{\partial S}{\partial t} = \lambda C$$

$$C(r, 0) =$$

$$Dr^2 \frac{\partial C}{\partial r}$$

Положим $C = C(r, t)$, $S = S(r, t)$ и решим краевую задачу

В случае углей малых фракций можно ограничиться рассмотрением средних по объему угля Ω концентрации свободного для диффузии $\bar{C}(t)$ и связанного $\bar{S}(t)$ метана.

Применим операцию усреднения к задаче (1). Тогда, используя формулу Гаусса-Остроградского и учитывая краевое условие, получаем задачу Коши для системы двух обыкновенных нелинейных дифференциальных уравнений первого порядка относительно средних значений $\bar{C}(t)$ и $\bar{S}(t)$

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{C}}{dt} + k^2 \bar{C} &= k^2 C_0 - F(\bar{C}, \bar{S}), \quad t > 0, \\ \frac{d\bar{S}}{dt} - F(\bar{C}, \bar{S}) &= 0, \quad \bar{C}(0) = 0, \quad \bar{S}(0) = S_0, \end{aligned} \quad (2)$$

где $k^2 = \beta_i \partial \Omega / \Omega$.

Задача (2) описывает динамику концентраций \bar{C} и \bar{S} для частиц произвольной формы Ω . Наиболее приемлемым для практики является выбор частиц в виде пластины, цилиндра или шара. В этих случаях в (2) необходимо положить соответственно $\Omega = h$, $\partial \Omega = l$; $\Omega = \pi R^2$, $\partial \Omega = 2\pi R$; $\Omega = 4\pi R^3/3$, $\partial \Omega = 4\pi R^2$, где h – половина толщины пластины; R_i – радиус цилиндра или шара.

В дальнейшем ограничимся линейными постановками задач (1), (2).

Истечение сорбированного метана из сферического куска угля. В этом случае $C = C(r, t)$ и соответствующая (1) линейная задача записывается в виде

$$\begin{aligned} D \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial C}{\partial r} \right) - \frac{\partial C}{\partial t} &= \lambda C - \mu_i S, \quad 0 < r < R_i, \quad t > 0, \\ \frac{\partial S}{\partial t} &= \lambda C - \mu_i S, \quad 0 < r < R_i, \quad t > 0, \\ C(r, 0) &= 0, \quad S(r, 0) = S_0, \quad 0 < r < R_i, \quad C(0, t) < \infty, \quad t > 0, \\ Dr^2 \frac{\partial C}{\partial r} &= \beta_i r^2 (C_0 - C), \quad r = R_i, \quad t > 0. \end{aligned} \quad (3)$$

(1)

Положим $c = rC$, $s = rS$. Тогда для $c(r, t)$ и $s(r, t)$ получаем следующую начально-краевую задачу

$$\begin{aligned} D \frac{\partial^2 c}{\partial r^2} - \frac{\partial c}{\partial t} &= \lambda c - \mu_i S, \quad 0 < r < R_i, \quad t > 0, \\ \frac{\partial s}{\partial t} &= \lambda c - \mu_i s, \quad 0 < r < R_i, \quad t > 0, \\ c(r, 0) &= 0, \quad s(r, 0) = r S_0, \quad 0 < r < R_i, \quad c(0, t) = 0, \quad t > 0, \\ D \left(r \frac{\partial C}{\partial r} - c \right) &= \beta_i r (r C_0 - c), \quad r = R_i, \quad t > 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Так как метан не вступает в химические реакции, то можно ограничиться случаем $\lambda=0$, $C_0=0$, когда $s(r, t)=S_0 r e^{-\mu_i t}$, а $c(r, t)$ определяется как решение начально-краевой задачи

$$\begin{aligned} D \frac{\partial^2 c}{\partial r^2} - \frac{\partial c}{\partial t} &= -\mu_i S_0 r e^{-\mu_i t}, \quad 0 < r < R_i, \quad t > 0, \\ c(r, 0) &= 0, \quad 0 < r < R_i, \quad c(0, t) = 0, \quad t > 0, \\ D \frac{\partial C}{\partial r} - \tilde{\beta}_i c &= 0, \quad r = R_i, \quad t > 0, \end{aligned} \quad (5)$$

где $\tilde{\beta}_i = (D/R_i) - \beta_i$.

Методом разделения переменных находим решение задачи (5), а следовательно, и задачи (3) при $\lambda=0$

$$\begin{aligned} C(r, t) &= 2\beta_i \mu_i S_0 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{\lambda_n^2 R^2 D^2 + (D - \beta_i R_i)^2} \cdot \sin(\lambda_n r)}{\lambda_n (\lambda_n^2 D - \mu_i) [\lambda_n^2 R_i D^2 - \beta_i (D - \beta_i R_i)]} \times \\ &\times \left[e^{-\mu_i t} - e^{-\lambda_n^2 D t} \right], \quad 0 \leq r \leq R, \quad t \geq 0 \end{aligned} \quad (6)$$

где λ_n - корни уравнения $\operatorname{tg}(\lambda_n R) = (D/\tilde{\beta}_i) \lambda_n$.

При $D=\text{const}$ и $F(C, S)=-\mu_i S$ для усредненной концентрации $\bar{C}(t)$ из (2) получаем задачу Коши

$$\frac{d\bar{C}}{dt} + k^2 \bar{C} = k^2 C_0 + \mu_i S_0 e^{-\mu_i t}, \quad t > 0, \quad \bar{C}(0) = 0, \quad (7)$$

решение которой записывается в виде

$$\bar{C}(t) = C_0 (1 - e^{-k^2 t}) + \frac{\mu_i S_0}{k^2 - \mu_i} (e^{-\mu_i t} - e^{-k^2 t}), \quad t \geq 0. \quad (8)$$

Для потока м
 $q_i(t) = \beta_i [\bar{C}(t) - C_0]$
 $q_i(t)$

Для сферическо
 $k^2 = \beta_i \partial \Omega / \Omega = 3\beta_i / R_i$, ф
 $\bar{C}(t)$

Процесс выделен
воздухом может быт

$$V_2 \frac{dC}{dt}$$

где C_m – концентраци
воздуха через хранил
определеняемый зависи

$$q(t) =$$

где ρ_m – плотность м
угля.

Решение уравнени
вид [2].

$$C(t) = \exp \left[-$$

Подставив (11) в (1
угля от массива до ег

Для потока метана с единицы площади поверхности куска угля $q_i(t) = \beta_i [\bar{C}(t) - C_0]$, $t > 0$ получаем выражение

$$(4) \quad q_i(t) = \frac{\beta_i \mu_i S_0}{k^2 - \mu_i} (e^{-\mu_i t} - e^{-k^2 t}), \quad t \geq 0. \quad (9)$$

Для сферического куска угля радиуса R_i , когда $\Omega = 4\pi R^3 / 3$, $d\Omega = 4\pi R^2 dr$, $k^2 = \beta_i d\Omega / \Omega = 3\beta_i / R_i$, формулы (8)-(9) принимают вид

$$(5) \quad \bar{C}(t) = C_0 + \frac{\mu_i R_i S_0}{3\beta_i - \mu_i R_i} (e^{-\mu_i t} - e^{-3\beta_i t / R_i}), \quad t \geq 0; \quad (10)$$

$$(5) \quad q_i(t) = \frac{\beta_i \mu_i R_i S_0}{3\beta_i - \mu_i R_i} (e^{-\mu_i t} - e^{-3\beta_i t / R_i}), \quad t \geq 0; \quad (11)$$

Процесс выделения метана и его перемешивания в свободном объеме с воздухом может быть описан уравнением

$$(5), \text{ а} \quad V_2 \frac{dC_m}{dt} = q(t) - [q(t) + Q_a(t)] C_m, \quad (12)$$

где C_m – концентрация метана в свободном объеме бункера, об.доля; Q_a – расход воздуха через хранилище, m^3/s ; q – общий из всех частиц угля поток метана, m^3/s , определяемый зависимостью

$$(6) \quad q(t) = \frac{4\pi}{\rho_m} \sum_{i=1}^N R_i^2 q_i(t), \quad (13)$$

где ρ_m – плотность метана при нормальных условиях, kg/m^3 , N – число частиц угля.

Решение уравнения (12) при постоянном расходе воздуха $Q_a(t) = Q_0$ имеет вид [2].

$$(7) \quad C(t) = \exp \left[-\frac{Q_0(t)}{V_2} - \int \frac{q(\tau) d\tau}{V_2} \right] \times \int_0^t \left[\frac{q(t)}{V_2} \exp \left[\frac{Q_0 \tau}{V_2} + \int \frac{q(\tau) d\tau}{V_2} \right] \right] d\tau. \quad (14)$$

Подставив (11) в (13), а затем в (14) и учтя период времени от отторжения угля от массива до его загрузки в бункер, получим

$$\begin{aligned}
 C(t) = & \exp \left[-\frac{Q_0 t}{V_2} - \frac{4\pi S_0}{\rho_m V_2} \sum_{i=1}^N \frac{\beta_i \mu_i R_i^4}{3\beta_i - \mu_i R_i} \left(\frac{e^{-3\beta_i(t+t_0)/R_i}}{3\beta_i} - \frac{e^{-\mu_i(t+t_0)/R_i}}{\mu_i R_i} \right) \right] \times \\
 & \times \frac{4\pi S_0}{\rho_m V_2} \times \int_0^t \sum_{i=1}^N \frac{\beta_i \mu_i R_i^3}{3\beta_i - \mu_i R_i} \left(e^{-\mu_i(\tau+t_0)} - e^{-3\beta_i(\tau+t_0)/R_i} \right) \times \\
 & \times \exp \left[-\frac{Q_0 \tau}{V_2} - \frac{4\pi S_0}{\rho_m V_2} \sum_{i=1}^N \frac{\beta_i \mu_i R_i^4}{3\beta_i - \mu_i R_i} \left(\frac{e^{-3\beta_i(\tau+t_0)/R_i}}{3\beta_i} - \frac{e^{-\mu_i(\tau+t_0)}}{\mu_i R_i} \right) \right] d\tau
 \end{aligned} \quad (15)$$

Формула (15) позволяет определить концентрации метана в свободном объеме хранилища по заданным характеристикам углей и расходов воздуха в нормальном и аварийном (при сокращении воздуха) режимах проветривания.

ЛИТЕРАТУРА

- Березовский Н.А. Математические модели процессов диффузии, сопровождающиеся абсорбцией и химическими реакциями // Нелинейные краевые задачи математической физики и их приложения. – Киев: Ин-т математики НАН Украины, – 1998. – С.29-31.
- Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. – М.: Наука, – 1976. – 576 с.

Серія «Математичне

УДК 621.396.677

Расчет
многоэлемен

Радиоастрономич

The algorithm of calculating the problem solution with respect to the amplitude and transmission characteristics in waveguide conductors has been presented. Comparison of these results with the corresponding ones obtained by other methods is given.

Фазированные антенны успешно применяются в тех случаях, где требуется повышенное управление диаграммой конструирования ФАР в пространством в задачах отражений в волноводных диэлектрических покрытиях волноводных каналах.

В данной работе расчет антенной решетки из прямого описан в [2] плоскопараллельных волноводов с периодическим волноводом, который может быть либо антенны, либо нагрузкой. Пассивные волноводы изготавливаются на бесконечном экране волноводными каналами. Реактивное сопротивление отраженную мощность в

Модель многоэлементной антенны представлена на рис.1. Она представляет собой неортогональные направления поперечного сечения. Головка содержит N волноводов, из которых остальные – пассивные.