Вісник Харківського національного університету
Серія «Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління»
УДК 532.5 + 533.69.01 № 590, 2003, с. 102-107

Коливання крила скінченного розмаху

С. О. Довгий, О. М. Буланчук, Г. Г. Буланчук
Інститут гідромеханіки НАН України
Приазовський державний технічний університет, Україна

The finite span wing oscillations in the direction perpendicular to the wing plane and the rotational oscillations around the one of the wing side are numerical simulated. The problem is solved by means of the discrete vortex frames method under the ideal incompressible fluid assumption and nonlinear nonstationary statement. The main attention is paid to the calculation of distributed and total loads. It is shown that when wing span increases the aerodynamic characteristics tend to the values which are got for the plane case of the profile oscillation.

Задача про коливання крила належить до класичного розділу нестаціонарної аерогідромеханіки і цій тематиці присвячено велику кількість робіт, наприклад [1-5]. Результати моделювання коливання крила для тривимірного випадку [2], [3] показали ефективність методу дискретних вихорів, зокрема при обчисленні нестаціонарних сумарних навантажень на крилі. Але в багатьох випадках важливим є також моделювання розподілених аеродинамічних характеристик.

В даній роботі розглядаються коливання крила двох типів: поступальні, перпендикулярно до площини крила та обертальні коливання навколо однієї із його сторін. Задача розв'язується методом дискретних вихорових рамок [6]. Основна увага приділяється моделюванню нестаціонарного розподілу тиску на крилі.

1. Постановка задачі

Розглянемо область D, заповнену ідеальною нестисливою рідиною, виключаючи границі (Рис.1).

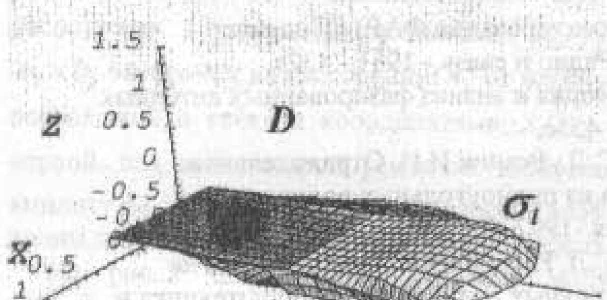

Рис.1

Границями області D в момент часу τ будуть: $\sigma_S(\tau)$ - поверхня крила, $\sigma_l(\tau)$ – вільна вихорова пелена за крилом. Закон коливання крила вважається відомим. Припустимо, що поза σ_S і σ_l течія безвихорова, тому існує потенціал швидкості $\Phi(x,y,z,\tau)$, який задовольняє рівняння Лапласа:

$$\Delta\Phi(M,\tau)=0, \quad M\in D \quad (0.1)$$

Граничними умовами для рівняння Лапласа (1.1) будуть: умова непротікання поверхні σ_S, умова неперервності тиску і нормальної складової швидкості на вільній вихоровій пелені σ_l, затухання збурень при нескінченному віддаленні від границь та умова Кутта-Жуковського на тих кромках, з яких сходить вільна вихорова пелена σ_l.

Нехай $\vec{r}(M,\tau),\ M\in\sigma_l(\tau)$–радіус-вектор точок вільної поверхні, а вектор $\vec{r}_0(M,\tau_0),\ M\in\sigma_l(\tau_0)$ описує форму поверхні в початковий момент часу. Тоді для значень $\vec{r}$ в довільний момент часу можна записати задачу Коші:

$$\frac{d\vec{r}}{d\tau}(M,\tau)=\vec{w}_{\sigma l},\quad \tau>\tau_0,\qquad \vec{r}(M,\tau)=\vec{r}_0(M,\tau_0),\quad \tau=\tau_0, \tag{1.1}$$

$\vec{w}_{\sigma_l}$ – швидкість частинок, що належать вільній вихоровій поверхні. Якщо потенціал збудженої швидкості знайдений, то тиск в довільній точці M області D визначається за інтегралом Коші-Лагранжа [1]:

$$p(M,\tau)=-w^2(M,\tau)-2\frac{\partial\varphi(M,\tau)}{\partial\tau},\quad M\in D \tag{1.2}$$

Безрозмірний потенціал швидкості $\varphi(M,\tau)$ будемо шукати у вигляді потенціалу подвійного шару [6] із густиною $g^{(3)}(M,\tau)$.

Для обчислення перепаду тиску інтеграл Коші-Лагранжа запишемо в рухомій системі координат, пов'язаній з крилом. В результаті в безрозмірному вигляді одержимо:

$$\Delta p(M,\tau)=p_- - p_+ = w_{o+}^2(M,\tau)-w_{o-}^2(M,\tau)-2\frac{\partial'}{\partial\tau}(\varphi^- -\varphi^+) \tag{1.3}$$

де $\vec{w}_{0+},\vec{w}_{0-}$ – граничні значення відносної швидкості рідини, а знак $'$ означає диференціювання в рухомій системі координат. Знаючи перепад тиску на крилі, головний вектор $\vec{R}$ та головний момент $\vec{M}$ можна визначити шляхом інтегрування по поверхні σ_S.

2. Метод розв'язку

Задача розв'язується методом дискретними вихорових рамок [6]. Нехай K_S – число рамок на σ_S і K_l – на σ_l. Неперервний розподіл $g^{(3)}(M,\tau)$ моделюється кусково-неперервним із постійним значенням $g^{(3)}(M,\tau)$ на кожній частині поверхні, обмеженій рамкою, які дорівнюють відповідним циркуляціям вздовж рамок $\Gamma_{S_k}^{(3)}(\tau)$ та $\Gamma_{l_k}^{(3)}$ [6]. Із умови непротікання одержується система лінійних алгебраїчних рівнянь відносно циркуляцій приєднаних рамок $\Gamma_{S_k}^{(3)}(\tau)$, яка розв'язується в кожен момент часу, після чого знаходяться координати вільних рамок із системи (1.2).

Знайдемо перепад тиску на елементарній ділянці крила, обмеженій L_{S_K} рамкою. Як відомо [6], стрибок потенціалу $\varphi_- - \varphi_+$ при переході через вихорову елементарну поверхню σ_{S_K} дорівнює циркуляції швидкості по контуру, що охоплює поверхню $\sigma_S + \sigma_l$ з будь-якого краю і у випадку моделювання рамками буде дорівнювати циркуляції даної рамки: $\varphi_{S_K^-} - \varphi_{S_K^+} = \Gamma_{S_K}$. Виходячи із граничних значень $grad\,\varphi^+$ та $grad\,\varphi^-$ [6], можна показати, що різниця квадратів відносних швидкостей може бути записана у вигляді мішаного добутку:

$$w_{0+}^2(M,\tau) - w_{0-}^2(M,\tau) = 2(\vec{n}_M, \vec{w}_0(M,\tau), \vec{\gamma}(M,\tau)) \tag{2.1}$$

де $\vec{w}_0 = \dfrac{\vec{w}_{0+} + \vec{w}_{0-}}{2}$ [6]– швидкість в точках вихорового шару σ_S, $\vec{\gamma}(M,\tau)$ – інтенсивність вихорового шару в точці M, яка пов'язана із густиною подвійного шару: $\vec{\gamma}(M,\tau) = [-Grad\ g(M,\tau), \vec{n}_M]$, $Grad\ g(M,\tau)$ –градієнт по поверхні. Таким чином, враховуючи (2.1), із (1.4) для перепаду тиску маємо:

$$\Delta p(M,\tau) = 2(\vec{n}_M, \vec{w}_0(M,\tau), \vec{\gamma}(M,\tau)) - 2\frac{\partial' \Gamma_k}{\partial \tau} \tag{2.2}$$

Розглянемо частинний випадок, коли крило прямокутне. Виберемо систему координат, пов'язану з крилом. Вісь OX направимо вздовж передньої кромки крила вправо (якщо дивитись зі сторони набігаючого потоку), OY – їй перпендикулярно в площині крила по лівій боковій кромці, OZ – перпендикулярно до площини крила. Розіб'ємо крило на прямокутні рамки зі сторонами Δl_x, Δl_y. У вибраній системі координат вектор $\vec{\gamma}$ буде мати лише дві ненульові складові $\vec{\gamma} = (\gamma_x, \gamma_y, 0)$. Компоненти інтенсивності γ_x і γ_y в контрольній точці знаходяться шляхом диференціювання у відповідних напрямках функції $g^{(3)}(M,\tau)$, яка дорівнює циркуляціям рамок. Після обчислення вектора $\vec{\gamma}(M,\tau)$ в системі координат, пов'язаній з крилом, знаходяться його координати в абсолютній системі координат (оскільки в ній визначаються швидкість $\vec{w}_0$ і нормаль $\vec{n}_M$) за допомогою перетворення координат. Мішаний добуток в формулі (2.2) знаходиться в абсолютній системі координат. Похідна по часу обчислюється за формулою : $\dfrac{\partial}{\partial \tau}\Gamma_k = \dfrac{\Gamma_k - \Gamma_{kp}}{\Delta \tau_s}$, де Γ_{kp} – циркуляція рамки в попередній момент часу. Методика була апробована для крила скінченного розмаху, що обтікається під кутом атаки [7]. Як розподілені, так і сумарні гідродинамічні навантаження досить добре узгоджуються з експериментом.

3. Результати модел

Були розглянуті
передньої кромки кр
перпендикулярно пло

Рис. 2 Вихо

На рис. 2 зображена
навколо передньої кр
при значеннях A_φ =
схема обтікання безв
задньої кромки). Як в

Рис.3 Розподіл тиску на
коливається навколо ОХ

(див. рис. 3).

3. Результати моделювання

Були розглянуті гармонічні коливання двох типів: обертальні навколо передньої кромки крила, що співпадає з віссю OX та поступальні коливання перпендикулярно площині крила.

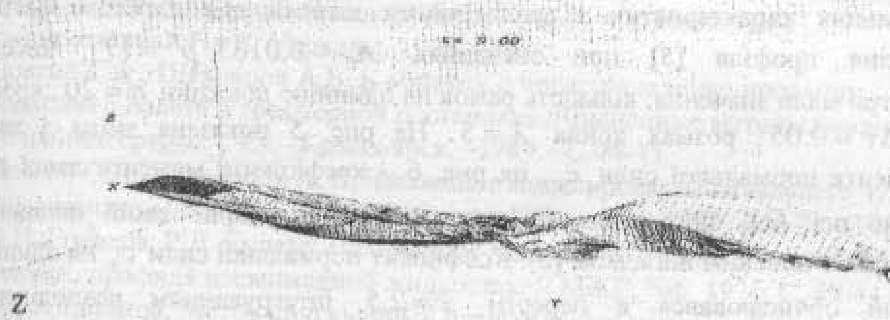

Рис. 2 Вихорова пелена за крилом, що коливається навколо осі OX

На рис. 2 зображена вихорова пелена за квадратним крилом, що коливається навколо передньої кромки за законом $\varphi = A_\varphi \sin(2\pi\tau / T_\varphi)$ в момент часу $\tau = 9$ при значеннях $A_\varphi = \pi/12, T_\varphi = 10$. Набігаючий потік паралельний осі OY, схема обтікання безвідривна (вихорова пелена сходить тільки з бокових та задньої кромки). Як видно із рис. 2, пелена має форму хвилі. В момент часу, коли крило змінює напрямок руху, в місці перегину пелени суттєво порушується її гладкість (рис.2). На рис. 3 представлений розподіл перепаду тиску в різні моменти часу, обчислений за формулою (2.2). Розподіл тиску буде залежати від миттєвого кута атаки $\alpha(\tau)$ між крилом та набігаючим потоком. В моменти часу, що відрізняються між собою на півперіод $T_\varphi / 2$, розподіл перепаду тиску буде симетричним відносно площини крила. В усі моменти часу на задній кромці тиск прямує до нуля, отже задовольняється умова Кутта-Жуковського. На передній кромці тиск може мати як скінченне значення (наприклад, при $\tau = 5$), так і прямувати до нескінченності ($\tau = 7$) в залежності від миттєвого кута атаки (див. рис. 3).

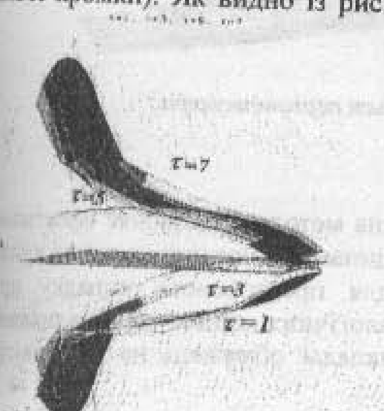

Рис.3 Розподіл тиску на крилі, що коливається навколо OX

На рис.4 зображено вихорова пелена на квадратному крилі, що коливається перпендикулярно своїй площині за законом $z = A_Z \cos(p^{*}\tau)$ при значеннях $A_Z = 0.25,\ p^{*} = 2\pi/10$.

Для перевірки правильності методики було проведено порівняння інтегральних характеристик з аналогічними даними для плоского випадку коливання профіля [5] при значеннях $A_Z = 0.0183,\ p^{*} = 17$. Чисельні параметри мали значення: кількість рамок на одиницю довжини $n = 20$, крок по часу $\Delta\tau = 0.05$, розмах крила $\lambda = 5$. На рис. 5 показана зміна з часом коефіцієнта нормальної сили c_n, на рис. 6 – коефіцієнта момента даної сили відносно осі OX при коливанні крила перпендикулярно своїй площині в порівнянні з плоским випадком [5]. Коефіцієнт нормальної сили c_n на одиницю довжини обчислювався в перерізі $x = 2.5$ інтегруванням розподіленого перепаду тиску, обчисленого за формулою (2.2). Точками зображено дані для плоского випадку, лінією – даний розрахунок. Видно, що аеродинамічні характеристики досить близькі.

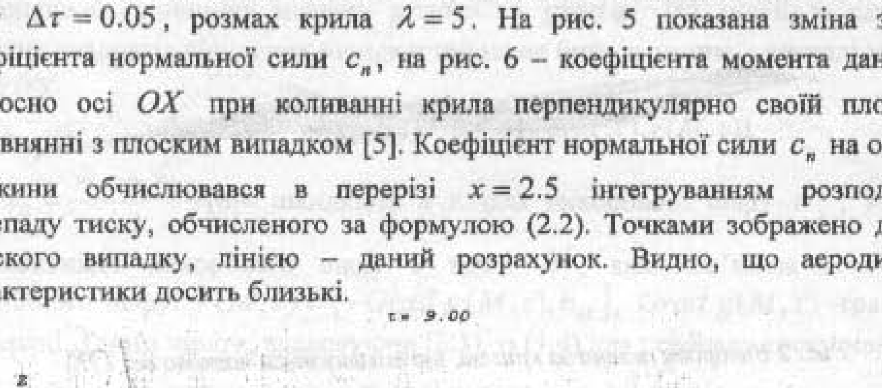

Рис.4 Вихорова пелена за крилом, що коливається перпендикулярно площині крила

4. Висновки

Одержані результати вказують на те, що дана методика дозволяє ефективно моделювати як розподілені, так і сумарні гідродинамічні навантаження на крилі. Показано, що інтегральні характеристики для просторового випадку при збільшенні розмаху крила прямують до аналогічних даних для коливання профілю в плоскому випадку. Методика не накладає обмежень на можливість комбінацій різних типів коливань.

Моделювання тиску, одержане за даним методом, може служити вхідними даними для класу задач, пов'язаних з аеропружністю.

Одержані результати дають підставу стверджувати про можливість моделювання нестаціонарного розподілу тиску як для механічних літальних апаратів, так і дослідження в нестаціонарній просторовій постановці польотів комах, птахів тощо.

1. С. М. Белоцерков… идеальной жидко…
2. Довгий С.А. Нест… крыльев в ограни… гидромеханики Н…
3. Довгий С.А., Шех… машущего полета… сплошной среды.…
4. Довгий С.А., Шех… раскрытия крылье…
5. Д.Н. Горелов, Р.Л… тонкого профиля…
6. И. К. Лифанов. М… эксперимент – Мо…
7. Г.Г. Буланчук, О.… нестаціонарних гі… // Вісник Донецько… 276-282.

ЛІТЕРАТУРА

1. С. М. Белоцерковский. Отрывное и безотрывное обтекание тонких крыльев идеальной жидкостью – М: "Наука", - 1978. – 351 с.
2. Довгий С.А. Нестационарная нелинейная гидроаэродинамика колеблющихся крыльев в ограниченных потоках. Дисс. … д.ф.-м.н. Киев: Ин-т гидромеханики НАН Украины, 1996. –335 с.
3. Довгий С.А., Шеховцов А.В. К вопросу о численном моделировании машущего полета в трехмерной постановке //Численные методы механики сплошной среды. – Ч.І. –Красноярск. –1989. –С.44-45
4. Довгий С.А., Шеховцов А. В. Численное моделирование начального этапа раскрытия крыльев осы "Encarsia formosa"//Бионика, 1992, вып.25.-С.17-24.
5. Д.Н. Горелов, Р.Л. Куляев. Нелинейная задача о нестационарном обтекании тонкого профиля несжимаемой жидкостью // МЖГ, №6, 1971, С. 39-44.
6. И. К. Лифанов. Метод сингулярных интегральных уравнений и численный эксперимент – Москва, "Янус", –1995.–519 с.
7. Г.Г. Буланчук, О. М. Буланчук, В. В. Гаркуша. Методика розрахунку нестаціонарних гідродинамічних навантажень на крилі скінченного розмаху // Вісник Донецького університету, серія А: Природничі науки, №2, 2002, С. 276-282.