

## Алгоритм расчета обобщенных матриц рассеяния двумерно-периодической решетки полубесконечных коаксиально-секторных волноводов

А. В. Грибовский, Ю. В. Мангушина

*Радиоастрономический институт НАН Украины, Украина*

The algorithm of numerical calculation of electrodynamic characteristics of two-dimensional periodical array of half-infinite coaxial-sector waveguides is built. Dependences of the module of reflection coefficient of the basic wave on angles of scanning of an antenna array are resulted. Modules of amplitudes of spatial harmonics and modules of amplitudes waveguide waves depending on frequency, polarizing angle and hade of a plane wave are calculated. Polarizing characteristics of the dispersed field are received.

### 1. Общая постановка задачи и её актуальность

Использование в фазированных антенных решетках (ФАР) волноводов со сложной формой поперечного сечения позволяет расширить полосу рабочих частот и увеличить сектор сканирования. Применение в качестве излучателей коаксиально-секторных (КС) волноводов улучшает согласование излучателей со свободным пространством в широком секторе углов сканирования антенной решетки без появления дифракционных боковых лепестков.

В данной работе предложена и исследована модель ФАР из идеально проводящих полубесконечных КС волноводов. Фрагмент двумерно-периодической решетки изображен на рис. 1.1.

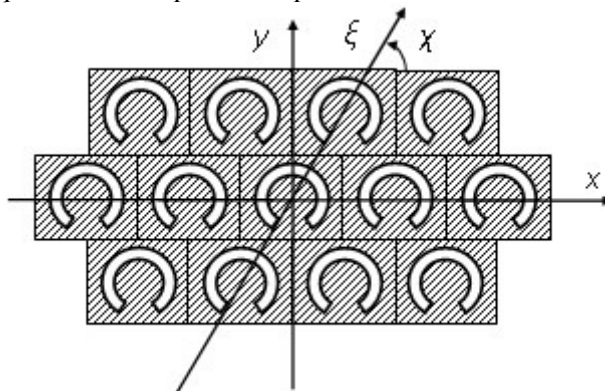


Рис.1.1. Фрагмент ФАР.

Плоскость  $z=0$  декартовой системы координат совмещена с плоскостью раскрытия решетки. Центры базовых ячеек размещены в узлах косоугольной сетки. Их положение в плоскости  $z=0$  определяется углом  $\chi$ , ( $0 < \chi \leq \pi/2$ ).

Угол  $\chi$  отсчитывается против часовой стрелки от оси  $0x$  до оси  $0\xi$ . Ось  $0\xi$  проходит через начало системы координат и центры базовых ячеек. Волноводы размещены в полупространстве  $z < 0$ . Поперечное сечение базовой ячейки решетки представлено на рис. 1.2.

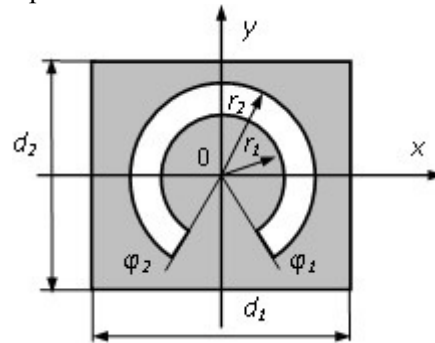


Рис.1.2. Базовая ячейка ФАР.

Размеры поперечных сечений волноводов выбраны из условия распространения в них только основной волны, а размеры периода ячейки ФАР выбраны из условия распространения только одной пространственной гармоники.

## 2. Истоки исследования авторов

Для анализа электромагнитного поля применяются методы расчетов бесконечных периодических структур волноводных излучателей, возбуждение которых отвечает условиям теоремы Флоке [1]. При оценке характеристик антенной решетки из КС волноводов используется метод частичных областей [2], основанный на непосредственном сшивании полей на границе двух сред с использованием граничных условий. С помощью данного метода удается свести решение поставленной задачи к решению бесконечной системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) второго рода, относительно неизвестных амплитуд пространственных гармоник и неизвестных амплитуд волноводных волн, а также рассчитать характеристики излучения и рассеяния антенной решетки. Примененный подход позволяет исследовать электродинамические характеристики данной антенной решетки при возбуждении ее апертуры спектром волноводных волн и спектром пространственных гармоник, падающим на ее раскрыв со стороны свободного пространства.

## 3. Нерешенные проблемы и цели работы

Отсутствие алгоритмов расчета решеток из КС волноводов. Целью работы является построение численного алгоритма расчета обобщенных матриц рассеяния двумерно-периодической решетки из полубесконечных КС волноводов.

#### 4. Используемый метод решения обобщенных матриц рассеяния и его программная реализация

Для анализа характеристик рассеяния исследуемой модели ФАР необходимо определить спектр критических частот КС волновода. Критические частоты для ТЕ – и ТМ – волн находятся из решений дисперсионных уравнений [3]:

$$J'_\nu(\kappa_{mn}r_1)Y'_\nu(\kappa_{mn}r_2) - J'_\nu(\kappa_{mn}r_2)Y'_\nu(\kappa_{mn}r_1) = 0; \quad (4.1)$$

$$J_\nu(\beta_{mn}r_1)Y_\nu(\beta_{mn}r_2) - J_\nu(\beta_{mn}r_2)Y_\nu(\beta_{mn}r_1) = 0;$$

где  $J_\nu, (J'_\nu), Y_\nu, (Y'_\nu)$  – функции Бесселя и Неймана и их производные;  $\nu = m\pi / \varphi_0$ ,  $\varphi_0 = \varphi_2 - \varphi_1$ ;  $m = 0, 1, 2, \dots; n = 1, 2, 3, \dots$ ;  $\kappa_{mn}, \beta_{mn}$  – корни дисперсионных уравнений для ТЕ – и ТМ – волн, соответственно;  $\varphi_0$  – длина волновода в радианах,  $r_1, r_2$  – внутренний и внешний радиусы КС волновода.

Для нахождения обобщенных матриц отражения и прохождения рассмотрим две вспомогательные задачи.

Задача первая. Решетка возбуждается спектром волноводных  $TE_{MN}$  – волн единичных амплитуд, распространяющихся или затухающих в волноводах со стороны полупространства  $z < 0$ . Амплитуды во всех волноводах одинаковые. Их фазы заданы из условия фазировки антенны в направлении углов  $\theta$  и  $\varphi$ , где  $\theta, \varphi$  – углы сферической системы координат.

Поперечные компоненты первичного поля в волноводе, запишем в виде:

$$\vec{E}_{iMN}^{(i)} = -\frac{ik}{\kappa_{MN}} \vec{\Phi}_{MN}^{(i)} \exp(i\gamma_{MN}^{(i)} z), \quad -[\vec{e}_z, \vec{H}_{iMN}^{(i)}] = \frac{\gamma_{MN}^{(i)}}{k} \vec{E}_{iMN}^{(i)}, \quad z < 0; \quad (4.2)$$

$$M = 0, 1, 2, \dots; N = 1, 2, 3, \dots$$

Здесь и далее зависимость от времени выбрана в виде  $e^{-i\omega t}$ .

Поперечные компоненты электромагнитного поля в волноводных каналах представим в виде суперпозиции волноводных ТЕ – и ТМ – волн:

$$\vec{E}_i^-(r, \phi, z) = \vec{E}_{iMN}^{(i)} - ik \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_{mn}^{(1)}}{\kappa_{mn}} \vec{\Phi}_{mn}^{(1)} \exp(-i\gamma_{mn}^{(1)} z) + i \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\gamma_{mn}^{(2)}}{\beta_{mn}} a_{mn}^{(2)} \vec{\Phi}_{mn}^{(2)} \exp(-i\gamma_{mn}^{(2)} z); \quad (4.3)$$

$$-[\vec{e}_z, \vec{H}_i^-] = \frac{\gamma_{MN}^{(i)}}{k} \vec{E}_{iMN}^{(i)} + i \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\gamma_{mn}^{(1)}}{\kappa_{mn}} a_{mn}^{(1)} \vec{\Phi}_{mn}^{(1)} \exp(-i\gamma_{mn}^{(1)} z) - ik \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_{mn}^{(2)}}{\beta_{mn}} \vec{\Phi}_{mn}^{(2)} \exp(-i\gamma_{mn}^{(2)} z);$$

где  $a_{mn}^{(1)}, a_{mn}^{(2)}$  – неизвестные амплитуды волноводных ТЕ – и ТМ – волн, соответственно.

$\gamma_{mn}^{(j)} = \sqrt{k^2 - \sigma_{mn}^{(j)2}}$  – постоянные распространения волноводных волн, где

$$\sigma_{mn}^{(1)} = \kappa_{mn}; \quad \sigma_{mn}^{(2)} = \beta_{mn}; \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}, \quad \lambda – \text{длина волны в свободном пространстве.}$$

$$\vec{\Phi}_{mn}^{(j)}(r, \varphi) = P_{mn}^{(j)} \vec{F}_{mn}^{(j)}(r, \varphi); \quad P_{mn}^{(j)} = \sqrt{2/\varphi_0} \frac{A_{mn}^{(j)}}{\sigma_{mn}^{(j)}}; \quad j = 1, 2, \quad \text{индекс «1»}$$

соответствует ТЕ – волнам, индекс «2» – ТМ – волнам,  $A_{mn}^{(j)}$  – нормировочные коэффициенты.

$$\vec{F}_{mn}^{(1,2)}(r, \phi) = \frac{1}{r} \left\{ \frac{G_{mn}^{(1)}(\rho_1)}{D_{mn}^{(2)}(\rho_2)} \sin[v(\phi - \phi_1)] \vec{e}_r + \frac{D_{mn}^{(1)}(\rho_1)}{G_{mn}^{(2)}(\rho_2)} \cos[v(\phi - \phi_1)] \vec{e}_\phi \right\}, \text{ где } \vec{e}_r, \vec{e}_\phi -$$

единичные орты цилиндрической системы координат.

$$G_{mn}^{(j)}(\rho_j) = v[J_v(\rho_j) - B_{mn}^{(j)} Y_v(\rho_j)];$$

$$D_{mn}^{(j)}(\rho_j) = vJ_v(\rho_j) - \rho_j J_{v+1}(\rho_j) - B_{mn}^{(j)} [vY_v(\rho_j) - \rho_j Y_{v+1}(\rho_j)];$$

$$\rho_1 = \kappa_{mn} r; \rho_2 = \beta_{mn} r; \quad B_{mn}^{(1)} = \frac{J'_v(\kappa_{mn} r_1)}{Y'_v(\kappa_{mn} r_1)}; \quad B_{mn}^{(2)} = \frac{J'_v(\beta_{mn} r_1)}{Y'_v(\beta_{mn} r_1)};$$

Поперечные составляющие электромагнитного поля в свободном пространстве представим в виде суперпозиций полной системы векторных пространственных ТЕ – и ТМ – гармоник:

$$\vec{E}_i^+(x, y, z) = \sum_{q=-\infty}^{\infty} \sum_{s=-\infty}^{\infty} b_{qs}^{(1)} \vec{\Psi}_{qs}^{(1)} \exp(i\Gamma_{qs} z) + \sum_{q=-\infty}^{\infty} \sum_{s=-\infty}^{\infty} b_{qs}^{(2)} \vec{\Psi}_{qs}^{(2)} \exp(i\Gamma_{qs} z), \quad z > 0, \quad (4.4)$$

$$-[\vec{e}_z, \vec{H}_i^+] = \frac{1}{k} \sum_{q=-\infty}^{\infty} \sum_{s=-\infty}^{\infty} b_{qs}^{(1)} \Gamma_{qs} \vec{\Psi}_{qs}^{(1)} \exp(i\Gamma_{qs} z) + k \sum_{q=-\infty}^{\infty} \sum_{s=-\infty}^{\infty} \frac{b_{qs}^{(2)}}{\Gamma_{qs}} \vec{\Psi}_{qs}^{(2)} \exp(i\Gamma_{qs} z), \quad z > 0,$$

$$\text{где } \Gamma_{qs} = \sqrt{k^2 - \kappa_x^2 - \kappa_y^2}; \quad \kappa_x = kT_x - \frac{2\pi q}{d_1}; \quad \kappa_y = kT_y - \frac{2\pi s}{d_2} + \frac{2\pi q}{d_1 \operatorname{tg} \chi};$$

$$\vec{\Psi}_{qs}^{(l)} = \exp\{i(\kappa_x x + \kappa_y y)\} \frac{1}{\sqrt{S}} \frac{1}{\kappa_r} \begin{Bmatrix} \kappa_y \vec{e}_x - \kappa_x \vec{e}_y \\ \kappa_x \vec{e}_x + \kappa_y \vec{e}_y \end{Bmatrix}, \quad \kappa_r = \sqrt{\kappa_x^2 + \kappa_y^2}; \quad S = d_1 \times d_2,$$

$T_x = \sin \theta \cos \phi$ ;  $T_y = \sin \theta \sin \phi$ ,  $\vec{\Psi}_{qs}^{(l)}$  – ортонормированная система векторных пространственных гармоник,  $b_{qs}^{(l)}$  – неизвестные амплитуды пространственных ТЕ – и ТМ – гармоник,  $d_1$  и  $d_2$  – ширина и высота базовой ячейки ФАР,  $l = 1, 2$ .

Воспользовавшись граничными условиями для поперечных компонент электромагнитного поля в плоскости раскрыва антенной решетки, а также ортогональностью волноводных и пространственных гармоник, получим бесконечную систему линейных алгебраических уравнений второго рода относительно неизвестных амплитуд пространственных гармоник  $b_{qs}^{(1)}$  и  $b_{qs}^{(2)}$ :

$$\begin{cases} b_{qs}^{(1)} + \sum_{\alpha=-\infty}^{\infty} \sum_{\beta=-\infty}^{\infty} A_{1qs}^{\alpha\beta} b_{\alpha\beta}^{(1)} + \sum_{\alpha=-\infty}^{\infty} \sum_{\beta=-\infty}^{\infty} A_{2qs}^{\alpha\beta} b_{\alpha\beta}^{(2)} = -\frac{ik}{\kappa_{MN}} \Pi_{MNqs}^{(1)}; \\ b_{qs}^{(2)} + \sum_{\alpha=-\infty}^{\infty} \sum_{\beta=-\infty}^{\infty} B_{1qs}^{\alpha\beta} b_{\alpha\beta}^{(1)} + \sum_{\alpha=-\infty}^{\infty} \sum_{\beta=-\infty}^{\infty} B_{2qs}^{\alpha\beta} b_{\alpha\beta}^{(2)} = -\frac{ik}{\kappa_{MN}} \Pi_{MNqs}^{(3)}; \end{cases} \quad (4.5)$$

где  $M=0, 1, 2, \dots$ ,  $N=1, 2, 3, \dots$ ,  $q, s=0, \pm 1, \pm 2, \dots$

Матричные элементы  $A_{qs}^{\alpha\beta}$  и  $B_{qs}^{\alpha\beta}$  вычисляются по формулам:

$$A_{1qs}^{\alpha\beta} = \Gamma_{\alpha\beta} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\gamma_{mn}^{(1)}} \Pi_{mnqs}^{(1)} \Pi_{mn\alpha\beta}^{(1)*} + \frac{\Gamma_{\alpha\beta}}{k^2} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \gamma_{mn}^{(2)} \Pi_{mnqs}^{(2)} \Pi_{mn\alpha\beta}^{(2)*}; \quad (4.6)$$

$$A_{2qs}^{\alpha\beta} = \frac{k^2}{\Gamma_{\alpha\beta}} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\gamma_{mn}^{(1)}} \Pi_{mnqs}^{(1)} \Pi_{mn\alpha\beta}^{(3)*} + \frac{1}{\Gamma_{\alpha\beta}} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \gamma_{mn}^{(2)} \Pi_{mnqs}^{(2)} \Pi_{mn\alpha\beta}^{(4)*}; \quad (4.7)$$

$$B_{1qs}^{\alpha\beta} = \Gamma_{\alpha\beta} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\gamma_{mn}^{(1)}} \Pi_{mnqs}^{(3)} \Pi_{mn\alpha\beta}^{(1)*} + \frac{\Gamma_{\alpha\beta}}{k^2} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \gamma_{mn}^{(2)} \Pi_{mnqs}^{(4)} \Pi_{mn\alpha\beta}^{(2)*}; \quad (4.8)$$

$$B_{2qs}^{\alpha\beta} = \frac{k^2}{\Gamma_{\alpha\beta}} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\gamma_{mn}^{(1)}} \Pi_{mnqs}^{(3)} \Pi_{mn\alpha\beta}^{(3)*} + \frac{1}{\Gamma_{\alpha\beta}} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \gamma_{mn}^{(2)} \Pi_{mnqs}^{(4)} \Pi_{mn\alpha\beta}^{(4)*}; \quad (4.9)$$

$\Pi_{mnqs}^{(p)}$ ,  $p=1,2,3,4$  - интегралы связи по поперечному сечению волноводных каналов, которые содержат информацию о геометрических параметрах и форме волноводов. Звездочка (\*) – означает комплексное сопряжение.

Выражения для амплитуд волноводных ТЕ – и ТМ – волн имеют вид:

$$a_{mn}^{(1)} = \frac{\kappa_{mn} \gamma_{MN}^{(1)}}{\kappa_{MN} \gamma_{mn}^{(1)}} - \frac{i\kappa_{mn}}{k\gamma_{mn}^{(1)}} \sum_{\alpha=-\infty}^{\infty} \sum_{\beta=-\infty}^{\infty} b_{\alpha\beta}^{(1)} \Gamma_{\alpha\beta} \Pi_{mn\alpha\beta}^{(1)*} - \frac{i\kappa_{mn}}{\gamma_{mn}^{(1)}} \sum_{\alpha=-\infty}^{\infty} \sum_{\beta=-\infty}^{\infty} \frac{b_{\alpha\beta}^{(2)}}{\Gamma_{\alpha\beta}} \Pi_{mn\alpha\beta}^{(3)*}; \quad (4.10)$$

$$a_{mn}^{(2)} = \frac{i}{k^2} \beta_{mn} \sum_{\alpha=-\infty}^{\infty} \sum_{\beta=-\infty}^{\infty} b_{\alpha\beta}^{(1)} \Gamma_{\alpha\beta} \Pi_{mn\alpha\beta}^{(2)*} + i\beta_{mn} \sum_{\alpha=-\infty}^{\infty} \sum_{\beta=-\infty}^{\infty} \frac{b_{\alpha\beta}^{(2)}}{\Gamma_{\alpha\beta}} \Pi_{mn\alpha\beta}^{(4)*};$$

Используя алгоритм вычисления амплитуд пространственных гармоник  $b_{qs}^{(1,2)}(M, N)$  и амплитуд волноводных волн  $a_{mn}^{(1,2)}(M, N)$ , можно построить обобщенные матрицы рассеяния двумерно периодической решетки из полубесконечных КС волноводов, при ее возбуждении спектром волноводных волн.

Задача вторая. На решетку из полупространства  $z > 0$  падает плоская линейно поляризованная электромагнитная волна под углом  $\theta_0$  к нормали решетки.

Поперечные составляющие падающего электромагнитного поля представим в виде суперпозиции ТЕ – и ТМ – пространственных гармоник:

$$\vec{E}_{i0}^+(x, y, z) = \cos \alpha \vec{\Psi}_{00}^{(1)} \exp(-i\Gamma_{00}z) + \sin \alpha \cos \theta_0 \vec{\Psi}_{00}^{(2)} \exp(-i\Gamma_{00}z), \quad z > 0, \quad (4.11)$$

$$-\left[\vec{e}_z, \vec{H}_{i0}^+\right] = -\frac{\Gamma_{00}}{k} \cos \alpha \vec{\Psi}_{00}^{(1)} \exp(-i\Gamma_{00}z) - \frac{k}{\Gamma_{00}} \sin \alpha \cos \theta_0 \vec{\Psi}_{00}^{(2)} \exp(-i\Gamma_{00}z), \quad z > 0,$$

где  $\vec{\Psi}_{00}^{(1,2)}$  и  $\Gamma_{00}$  – определены в предыдущей задаче.

Пространственные ориентации векторов электромагнитного поля в ТЕ – и ТМ – гармониках изображены на рис.4.1, где  $\theta_0$  и  $\varphi_0$  – углы падения плоской волны в сферической системе координат. Угол поляризации  $\alpha$  отсчитывается против часовой стрелки от прямой, параллельной плоскости ХОУ и лежащей в плоскости перпендикулярной вектору  $\vec{k}$ , до вектора  $\vec{E}$ . ТЕ – гармоникам соответствует угол  $\alpha = 0^0$ , ТМ – гармоникам – угол  $\alpha = 90^0$ .

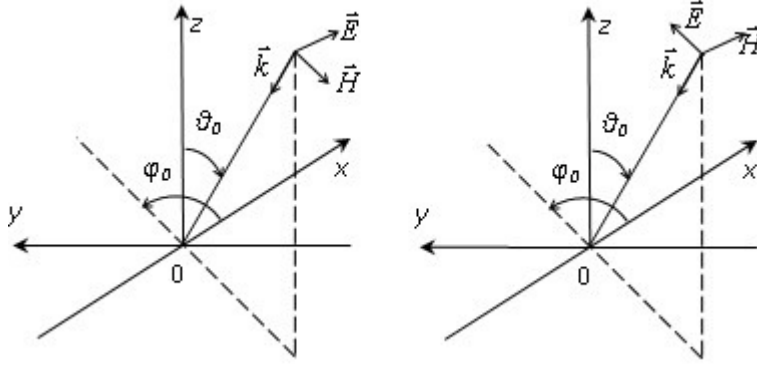


Рис.4.1. Пространственная ориентация векторов  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  в TE – и TM – волнах.

Метод решения данной задачи аналогичен методу решения первой задачи. Опуская промежуточные выкладки, получим бесконечную СЛАУ второго рода относительно неизвестных амплитуд пространственных гармоник отраженного от решетки поля:

$$\begin{cases} b_{qs}^{(1)} + \sum_{\alpha=-\infty}^{\infty} \sum_{\beta=-\infty}^{\infty} A_{1qs}^{\alpha\beta} b_{\alpha\beta}^{(1)} + \sum_{\alpha=-\infty}^{\infty} \sum_{\beta=-\infty}^{\infty} A_{2qs}^{\alpha\beta} b_{\alpha\beta}^{(2)} = P_0^{qs}; \\ b_{qs}^{(2)} + \sum_{\alpha=-\infty}^{\infty} \sum_{\beta=-\infty}^{\infty} B_{1qs}^{\alpha\beta} b_{\alpha\beta}^{(1)} + \sum_{\alpha=-\infty}^{\infty} \sum_{\beta=-\infty}^{\infty} B_{2qs}^{\alpha\beta} b_{\alpha\beta}^{(2)} = P_1^{qs}; \end{cases} \quad (4.12)$$

Матричные элементы системы (4.12)  $A_{qs}^{\alpha\beta}$  и  $B_{qs}^{\alpha\beta}$  вычисляются по формулам (4.6) и (4.9).

Правые части имеют вид:

$$\begin{aligned} P_0^{qs} &= k \cos \theta_0 \cos \alpha \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\gamma_{mn}^{(1)}} \Pi_{mn00}^{(1)} \Pi_{mnqs}^{(1)} + k \sin \alpha \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\gamma_{mn}^{(1)}} \Pi_{mn00}^{(3)} \Pi_{mnqs}^{(1)} + \\ &+ \frac{\cos \theta_0 \cos \alpha}{k} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \gamma_{mn}^{(2)} \Pi_{mn00}^{(2)} \Pi_{mnqs}^{(2)} + \frac{\sin \alpha}{k} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \gamma_{mn}^{(2)} \Pi_{mn00}^{(4)} \Pi_{mnqs}^{(2)} - \cos \alpha \delta_{0q} \delta_{0s}; \\ P_1^{qs} &= k \cos \theta_0 \cos \alpha \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\gamma_{mn}^{(1)}} \Pi_{mn00}^{(1)} \Pi_{mnqs}^{(3)} + k \sin \alpha \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\gamma_{mn}^{(1)}} \Pi_{mn00}^{(3)} \Pi_{mnqs}^{(3)} + \\ &+ \frac{\cos \theta_0 \cos \alpha}{k} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \gamma_{mn}^{(2)} \Pi_{mn00}^{(2)} \Pi_{mnqs}^{(4)} + \frac{\sin \alpha}{k} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \gamma_{mn}^{(2)} \Pi_{mn00}^{(4)} \Pi_{mnqs}^{(4)} - \sin \alpha \cos \theta_0 \delta_{0q} \delta_{0s}. \end{aligned}$$

Амплитуды TE – и TM – волноводных волн, возбужденных плоской волной (4.11), вычисляются по формулам:

$$\begin{aligned} a_{mn}^{(1)} &= \cos \theta_0 \cos \alpha \frac{i\kappa_{mn}}{\gamma_{mn}^{(1)}} \Pi_{mn00}^{(1)} - \sin \alpha \frac{i\kappa_{mn}}{\gamma_{mn}^{(1)}} \Pi_{mn00}^{(3)} - \\ &- \frac{i\kappa_{mn}}{k\gamma_{mn}^{(1)}} \sum_{\alpha=-\infty}^{\infty} \sum_{\beta=-\infty}^{\infty} b_{\alpha\beta}^{(1)} \Gamma_{\alpha\beta} \Pi_{mn\alpha\beta}^{(1)*} - \frac{i\kappa_{mn}}{\gamma_{mn}^{(1)}} \sum_{\alpha=-\infty}^{\infty} \sum_{\beta=-\infty}^{\infty} \frac{b_{\alpha\beta}^{(2)}}{\Gamma_{\alpha\beta}} \Pi_{mn\alpha\beta}^{(3)*}; \end{aligned} \quad (4.13)$$

$$\begin{aligned}
a_{mn}^{(2)} = & -\cos \theta_0 \cos \alpha \frac{i}{k} \beta_{mn} \Pi_{mn00}^{(2)} - \sin \alpha \frac{i}{k} \beta_{mn} \Pi_{mn00}^{(4)} - \\
& - \frac{i}{k^2} \beta_{mn} \sum_{\alpha=-\infty}^{\infty} \sum_{\beta=-\infty}^{\infty} b_{\alpha\beta}^{(1)} \Gamma_{\alpha\beta} \Pi_{mn\alpha\beta}^{(2)*} + i \beta_{mn} \sum_{\alpha=-\infty}^{\infty} \sum_{\beta=-\infty}^{\infty} \frac{b_{\alpha\beta}^{(2)}}{\Gamma_{\alpha\beta}} \Pi_{mn\alpha\beta}^{(4)*}. \quad (4.14)
\end{aligned}$$

Используя описанный выше алгоритм вычисления амплитуд пространственных гармоник и амплитуд волноводных волн, можно найти элементы обобщенных матриц рассеяния решетки при возбуждении ее апертуры спектром плоских линейно поляризованных электромагнитных волн, падающих под разными углами на плоскость раскрыва решетки.

Для численного решения систем уравнений (4.5 и 4.12) была разработана программа на языке Borland C++ Builder 6.

### 5. План экспериментов и оценка точности численного решения СЛАУ

Решение бесконечных систем линейных алгебраических уравнений (4.5) и (4.12) производится методом редукции. Точность решения систем уравнений зависит от числа учитываемых пространственных гармоник и от числа волноводных волн, возбужденных в волноводных каналах.

При численных расчетах критерием правильности решения систем уравнений (4.5) и (4.12) являлось условие выполнения закона сохранения энергии для распространяющихся пространственных гармоник и распространяющихся волноводных волн. Для первой задачи при возбуждении волноводов волной  $TE_{11}$  это условие имеет вид:

$$\sum_{q,s} |b_{qs}^{(1)}|^2 \frac{\Gamma_{qs}}{k} + \sum_{q,s} |b_{qs}^{(2)}|^2 \frac{k}{\Gamma_{qs}} + \frac{k \gamma_{11}^{(1)}}{(k_{11})^2} |a_{11}^{(1)}|^2 = \frac{k \gamma_{11}^{(1)}}{(k_{11})^2}, \quad (5.1)$$

Критерием правильности решения СЛАУ (4.12) второй задачи является условие выполнения закона сохранения энергии, который имеет вид:

$$\sum_{q,s} |b_{qs}^{(1)}|^2 \frac{\Gamma_{qs}}{k} + \sum_{q,s} |b_{qs}^{(2)}|^2 \frac{k}{\Gamma_{qs}} + \frac{k \gamma_{11}^{(1)}}{(k_{11})^2} |a_{11}^{(1)}|^2 = \cos \theta_0. \quad (5.2)$$

где суммирование ведется по всем распространяющимся гармоникам, для которых  $Im \Gamma_{qs} = 0$ . Точность вычисления амплитуд пространственных гармоник и амплитуд волноводных волн контролировалась по точности выполнения законов сохранения энергии (5.1) и (5.2). Во всех расчетах закон сохранения энергии выполняется с абсолютной точностью  $\sim 10^{-6}$ .

### 6. Вычислительный эксперимент: обоснование алгоритмов и реализация

С помощью разработанного алгоритма были проведены численные исследования электродинамических характеристик рассеяния решетки при ее возбуждении основной волноводной волной ( $TE_{11}$ ) и при произвольном падении на ее апертуру плоской линейно поляризованной волны единичной амплитуды. Были рассчитаны модули амплитуд волноводных волн в зависимости от различных параметров, а также поляризационные характеристики рассеянного поля.

Геометрические параметры исследуемой решетки имели следующие значения:

$r_1 = 2.5$  мм и  $r_2 = 4$  мм,  $\varphi_1 = -0.25\pi$  и  $\varphi_2 = 1.25\pi$ ,  $d_1 = d_2 = 9$  мм,  $\chi = 90^\circ$ ,  $d_1(d_2)/\lambda = 0.298$ ,  $\lambda_{кр} = 30.364$  см,  $\lambda = 30.2$  см.

На рис.6.1 представлены зависимости коэффициента эллиптичности ( $K$ ) нулевой пространственной гармоники и модуля коэффициента отражения основной волноводной волны, при возбуждении волноводов волной -  $TE_{11}$ , от угла сканирования  $\theta$  в плоскости  $\varphi = 0^0$ . Видно, что при угле сканирования ( $\theta = 60^0$ ) достигается наилучшее согласование решетки со свободным пространством (коэффициент отражения менее 0.1). Величина сектора сканирования рассматриваемой антенной решетки превосходит величину сектора сканирования антенных решеток из волноводов более сложного сечения, например четырехгребенчатых волноводов [5,6]. Поляризация излучения ФАР из КС волноводов в общем случае является эллиптической. Однако, при некоторых значениях углов  $\theta$  и  $\varphi$  поляризация может быть как линейной ( $K=0$ ), так и круговой ( $K=1$ ).

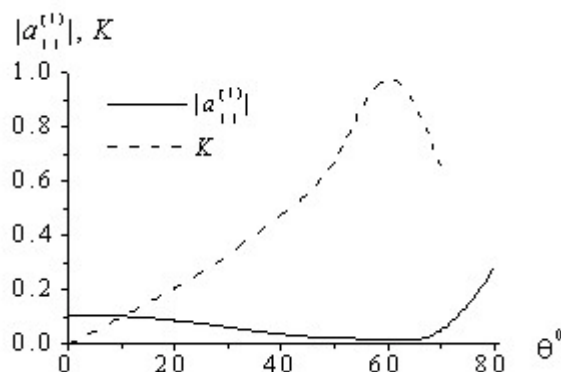


Рис.6.1. Зависимость модуля коэффициента отражения основной волны ( $|a_{11}^{(1)}|$ ) и коэффициента эллиптичности ( $K$ ) от угла сканирования  $\theta$  в плоскости  $\varphi = 0^0$ .

На рис.6.2 показаны зависимости модулей амплитуд нулевых пространственных гармоник и модуля амплитуды прохождения основной волны в волновод от длины волны в свободном пространстве, при нормальном падении на апертуру решетки плоской волны единичной амплитуды с углом поляризации  $\alpha = 0^0$ .



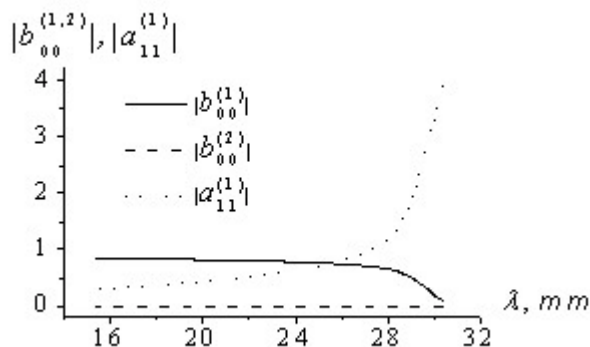


Рис.6.2. Зависимости модулей амплитуд пространственных гармоник отраженного поля и модуля амплитуды прохождения основной волноводной волны от длины волны.

Из рис.6.2 видно, что модули амплитуд пространственных гармоник отраженного поля принимают минимальные значения при длине волны, приближающейся к ее критическому значению для КС волновода. Тот факт, что модуль амплитуды основной волны в волноводе больше единицы следует из того, что амплитуды волноводных волн и пространственных гармоник нормированы на разные величины.

На рис.6.3 представлены зависимости модулей амплитуд нулевых пространственных гармоник, модуля амплитуды основной волны в волноводе и коэффициента эллиптичности отраженного поля от угла падения плоской линейно поляризованной волны, при  $\varphi = 0^0$ ,  $\alpha = 0^0$ ,  $\lambda = 30.2$  см.

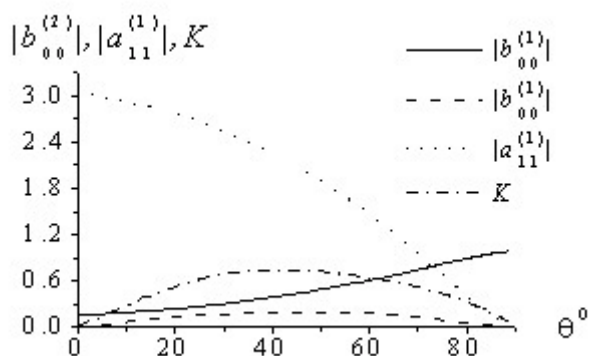


Рис.6.3. Зависимости модулей амплитуд пространственных гармоник, модуля амплитуды основной волны и коэффициента эллиптичности от угла падения плоской волны.

Зависимости модулей амплитуд нулевых пространственных гармоник и модуля амплитуды основной волны в волноводе от угла поляризации, при нормальном падении плоской волны, показаны на рис.6.4.

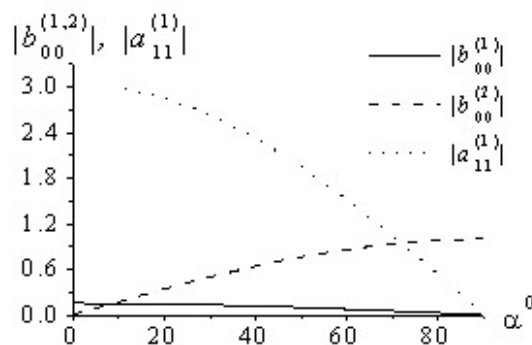


Рис. 6.4. Зависимости модулей амплитуд пространственных гармоник и модуля амплитуды основной волноводной волны от угла поляризации.

### 7. Выводы по результатам и направления дальнейших исследований

Полученные результаты показали возможность применения КС волноводов в качестве излучающих элементов антенных решеток.

Особенностью фазированной антенной решетки из КС волноводов является хорошее согласование излучателей со свободным пространством в широком секторе углов сканирования.

Анализ поляризационных характеристик показал возможность работы ФАР из КС волноводов и с линейной, и с эллиптической поляризацией поля.

В дальнейшем, используя операторный метод решения задач дифракции [7], будет разработан алгоритм расчета обобщенных матриц рассеяния плоского экрана конечной толщины с коаксиально-секторными отверстиями.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Никольский В.В. Проекционные методы в электродинамике. – М.: Высшая школа, 1977. – 86 с.
2. Гринев А.Ю., Ильинский А.С., Котов Ю.В., Чепурных И.П. Характеристики излучения периодической структуры из волноводов произвольного поперечного сечения // Радиотехника и электроника. – 1979, т.24, №7. – С. 1291–1300.
3. Неганов В.А., Нефедов Е.И., Яровой Г.П. Электродинамические методы проектирования устройств СВЧ и антенн. – М.: Радио и связь, 2002. – 416 с.
4. Котов Ю.В. Широкополосные волноводные излучатели фазированных антенных решеток с вращающейся поляризацией // Антенны. – 2005. – вып.11. – С. 22-29.
5. Василенко Ю.Н., Ильинский А.С., Харланов Ю.Я. Крестообразные и четырехребенчатые волноводно-рупорные излучатели: внутренние и внешние характеристики // Радиотехника и электроника. – 2006. – Т.51. – № 1. – С.6-23.
6. Литвиненко Л.Н., Просвирнин С.Л. Спектральные операторы рассеяния в задачах дифракции волн на плоских экранах. – К: Наук. думка, 1984. – 239 с.  
Надійшла 20.03.2009.