УДК 658.51.012

Устойчивое функционирование производственно-технической системы за счёт выбора макропараметров технологического процесса

О. М. Пигнастый, В. Д. Ходусов
Харьковский национальный университет имени В.Н. Каразина, Украина

Получены условия устойчивости макропараметров технологического процесса производственно-технической системы. Определена функция Ляпунова для управления отклонениями макропараметров, обеспечивающая асимптотическую устойчивость функционирования технологического процесса. Записаны выражения для управляющих воздействий, позволяющие осуществить технологический процесс при минимальном расходе производственных ресурсов на управление отклонениями макропараметров производственно-технической системы.

Ключевые слова: *производственно-техническая система, макропараметры, условия устойчивости, управляющие воздействия, минимальный расход производственных ресурсов.*

Здобуті умови сталості макропараметрів технологічного процесу виробничо-технічного системи. Визначена функція Ляпунова для управління відхиленнями макропараметрів, які забезпечують асимптотичну сталість функціонування технологічного процесу. Записані вирази для управляючих дій, які дозволяють здійснювати технологічний процес з мінімальним розходом виробничих ресурсів на управління відхиленнями макропараметрів виробничо-технічної системи.

Ключові слова: *виробничо-технічна системи, макропараметри, умови сталості, управляючі дій, мінімальні витрати виробничих ресурсів.*

The stability conditions of macroparameters of manufacturing system's technological process are received. Lyapunov's function for management of deviations of the macroparameters, that provide asymptotic stability of technological process functioning, is defined. Expressions for the control actions are written down which allow carrying out the technological process in the conditions of minimal charge of industrial resources on management of macroparameters' deviations of technological system.

Key words: *manufacturing system, macroparameters, stability conditions, control actions, minimal charge of industrial resources.*

1. Общая постановка задачи и её актуальность

Хорошо известно, что влияние возмущающих факторов на поведение макропараметров производственно-технической системы не одинаково для разных технологических процессов [1]. На одни технологические процессы это влияние незначительно, так как возмущенное состояние мало отличается от невозмущенного, на другие влияние возмущений сказывается весьма значительно, как бы ни были малы возмущающие силы. Под возмущающими факторами понимаются силы, не учитываемые при описании технологического процесса вследствие их малости по сравнению с основными обобщенными технологическими силами [2], влияющими на производство и выпуск продукции. Возмущающие факторы могут действовать мгновенно, что сведется к малому изменению начального состояния производственно-технической системы, и непрерывно, если составленные уравнения отличаются от истинных уравнений системы на некоторые малые поправочные члены. В связи с тем, что возмущающие факторы в производственно-технических системах существуют неизбежно, задача устойчивости макропараметров технологического процесса приобретает важное теоретическое и практическое значение [2].

2. Истоки исследования авторов

Настоящая работа опирается на статистический метод исследования производственно-технических систем [3,4]. Описание производственно-технической системы происходит на двух уровнях: микроуровне и макроуровне. Производственно-техническая система представляет собой систему, состоящую из большого количества элементов – предметов труда. Состояние производственно-технической системы на микроуровне определяется состоянием предметов труда – базовых продуктов [5]. На микроуровне рассматривается процесс воздействия средств труда (технологического оборудования) на предмет труда. В ходе такого воздействия базовый продукт переходит из одного состояния в другое, изменяясь качественно и количественно. Состояние базового продукта описывается микропараметрами $(\mathrm{S_j}, \mu_j)$, где $\mathrm{S_j}$ (грн) - сумма общих затрат, перенесенная технологическим оборудованием на j-й базовый продукт на текущий момент времени; $\mu_j = \dfrac{\Delta S_j}{\Delta t}$; $\Delta t \to 0$ (грн/час) – интенсивность переноса ресурсов системы на j-ый базовый продукт в текущий момент времени, $0 \le j \le N$, N - количество базовых продуктов в технологическом процессе. Состояние производственной системы в некоторый момент времени будет определено, если определены в некоторый момент микропараметры $(\mathrm{S_1}, \mu_1; \ldots\ldots \mathrm{S_{N_1}}, \mu_{N_1})$ всех базовых продуктов производственной системы. Положение системы в любой другой момент времени может быть найдено из системы уравнений состояния базовых продуктов:

$$\frac{dS_j}{dt} = \mu_j, \qquad \frac{d\mu_j}{dt} = f_j(t, S), \tag{1}$$

где $f_j(t,S)$ - инженерно-производственная функция технологического процесса. Однако, если количество базовых продуктов N много больше единицы, то решить систему из N-уравнений состояния базовых продуктов, описывающих состояние производственной системы, практически невозможно. Последнее уточнение требует перехода от микроописания производственно-технической системы к макроописанию [6], включающему в себя некий элемент вероятностной природы. Основная трудность в таком описании состоит в том, чтобы выделить те характеристики множества всех микросостояний базовых продуктов, которые можно было бы измерить макроскопическим образом на уровне состояния предприятия. Тем самым макровеличины производственно-технической системы посредством точных уравнений связаны с другими макропараметрами через интегральные параметры микроописания. Вместо того, чтобы рассматривать состояние производственной системы с микровеличинами

$\left(S_1, \mu_1; .... S_{N_1}, \mu_{N_1}\right)$ вводится соответствующим образом нормированная дискретная функция распределения числа N базовых продуктов в фазовом технологическом пространстве (S, μ). Разумно ожидать, что при больших N эту функцию распределения будет хорошо аппроксимировать непрерывная функция распределения базовых продуктов $\chi(t, S, \mu)$ по скоростям изменения затрат μ. Разобьем фазовое пространство (S, μ) на такое число ячеек, чтобы размеры ячейки $\Delta S_j \cdot \Delta\mu_j$ были много меньше характерных размеров производственно-технической системы и в тоже время, содержали большое число базовых продуктов. Вместо того, чтобы фиксировать точные значения микроскопических величин $\left(S_j, \mu_j\right)$ каждого базового продукта, будем приближенно характеризовать состояние производственно-технической системы, задавая число базовых продуктов в каждой ячейке. Если ячейки $\Delta S_j \cdot \Delta\mu_j$ достаточно малы, то приближенное описание будет нести в себе почти столь же подробную информацию, что и точное. Таким образом, мы приходим к необходимости наряду с основным пределом при $N \to \infty$, рассматривать и предельный случай при стремящихся к нулю размерах ячейки. В силу того, что величина $\chi(t, S, \mu) \cdot dS \cdot d\mu$ представляет собой число базовых продуктов в заданной бесконечно малой ячейке $\Delta S_j \cdot \Delta\mu_j$ фазового технологического пространства (S, μ), мы можем по изменению фазовой координаты S и фазовой скорости μ со временем судить и об изменении самой функции $\chi(t, S, \mu)$ [3]:

$$\frac{\partial \chi}{\partial t} + \frac{\partial \chi}{\partial S} \cdot \mu + \frac{\partial \chi}{\partial \mu} \cdot f(t, S) = \lambda_{оборуд} \cdot \left\{ \int_0^\infty [\psi[\tilde{\mu} \to \mu] \cdot \tilde{\mu} \cdot \chi(t, S, \tilde{\mu})] \cdot d\tilde{\mu} - \mu \cdot \chi \right\}. \qquad (2)$$

где $\psi[\mu \to \tilde{\mu}]$ - функция, которая характеризует процесс воздействия технологического оборудования на базовый продукт, задается паспортными данными технологического оборудования и параметрами технологического процесса, $\lambda_{оборуд}$ - плотность технологического оборудования вдоль технологической цепочки изготовления базового продукта. Нулевой $[\chi]_0$ и первый $[\chi]_1$ моменты функции распределения имеют производственную интерпретацию: заделы базовых продуктов и их темп движения вдоль технологической цепочки. Умножив уравнение (2) на μ^k, $k = 0,1,2....$ и проинтегрировав по всему диапазону μ, получим незамкнутые уравнения балансов технологического процесса производственно-технической системы [2]:

$$\frac{\partial [\chi]_0}{\partial t} + \frac{\partial [\chi]_1}{\partial S} = \int_0^\infty \lambda_{оборуд} \cdot \left\{ \int_0^\infty [\psi[\tilde{\mu} \to \mu] \cdot \tilde{\mu} \cdot \chi(t, S, \tilde{\mu})] \cdot d\tilde{\mu} - \mu \cdot \chi \right\} d\mu, \qquad k = 1,2....$$

$$\frac{\partial [\chi]_k}{\partial t} + \frac{\partial [\chi]_{k+1}}{\partial S} = k \cdot f \cdot [\chi]_{k-1} + \int_0^\infty \mu^k \cdot \lambda_{оборуд} \cdot \left\{ \int_0^\infty [\psi[\tilde{\mu} \to \mu] \cdot \tilde{\mu} \cdot \chi(t, S, \tilde{\mu})] \cdot d\tilde{\mu} - \mu \cdot \chi \right\} d\mu,$$

$$\int_0^{\infty} \chi \, d\mu = [\chi]_0, \qquad \int_0^{\infty} \mu^k \cdot \chi \, d\mu = [\chi]_k. \tag{3}$$

Возможность получить замкнутую систему уравнений основана на свойствах функции $\psi(\mu)$ и наличии безразмерных чисел Kv, Pm [7], характеризующих производственно-техническую систему.

3. Нерешенные проблемы и цели работы

В настоящее время существует большое количество работ, посвященных исследованию устойчивости по Ляпунову механических, физических систем и технических устройств. Однако, почти не встречаются работы по исследованию на устойчивость параметров социально-экономических и производственно-технических систем. В качестве критерия устойчивости социально-экономических систем в лучшем случае предлагаются соотношения, в основе которых лежат накопленные статистические данные [8,9]. Эти данные не учитывают динамику развития внешней и внутренней среды производственного предприятия, особенности его технологического процесса, взаимосвязи между элементами системы и элементами внешней среды. Актуальными являются исследования устойчивости макропараметров производственно-технических систем, не обладающих накопленной статистикой, а также построение оптимальных функций Ляпунова [10] для управления отклонениями макропараметров технологического процесса, обеспечивающих асимптотическую устойчивость планового состояния производственно-технической системы при минимальном использовании ресурсов. Цель работы: получить соотношения между макропараметрами технологического процесса производственно-технической системы, обеспечивающие устойчивое протекание технологического процесса. При этом потребуем, чтобы технологический процесс проходил с минимальным отклонением величины заделов от своего планового состояния при минимальном расходе ресурсов для управления отклонениями.

4. Используемый метод исследования устойчивости макропараметров производственно-технической системы и его реализация

Рассмотрим технологический процесс производственного предприятия, состоящий из достаточно большого количества технологических операций (несколько десятков). Большое количество базовых продуктов (распределенных по технологическим операциям) и технологических операций позволило использовать статистический подход для описания технологического процесса производственно-технической системы. Будем исследовать производственно-технические системы, характеризуется значениями безразмерных чисел технологического процесса [7]:

$$Kv \ \langle\langle \ 1. \tag{4}$$

Наличие малого параметра Kv (4) позволяют из уравнения (3) получить замкнутые балансовые уравнения [2] для описания поведения макропараметров технологического процесса $[\chi]_0$ и $[\chi]_1$ производственно-технической системы:

$$\frac{\partial[\chi]_0}{\partial t}+\frac{\partial[\chi]_1}{\partial S}=0,\quad \frac{\partial[\chi]_1}{\partial t}+\frac{\partial[\chi]_2}{\partial S}=f(t,S)\cdot[\chi]_0,\quad [\chi]_2=[\chi]_1\cdot\left([\chi]_{1\psi}\Big/[\chi]_0\right)\qquad(5)$$

где $f(t,S)$ - заданная инженерно-производственная функция. Инженерно-производственная функция связывает усредненные за отчетный период производительность работы технологического оборудования и переносимые затраты технологическим оборудованием на базовый продукт. Система уравнений (5) дает возможность записать уравнения возмущенного состояния макропараметров технологического процесса производственно-технической системы :

$$\frac{\partial[y]_0}{\partial t}+\frac{\partial[y]_1}{\partial S}=0\,,\quad \frac{\partial[y]_1}{\partial t}+\frac{\partial[y]_1}{\partial S}\cdot B_1+[y]_1\cdot A_1+\frac{\partial[y]_0}{\partial S}\cdot B_0+[y]_0\cdot A_0=0\qquad(6)$$

где введены коэффициенты, вычисленные в окрестности планового состояния производственно-технической системы

$$A_0=-\left.\frac{\partial B_0}{\partial S}\right|_0,\qquad B_0=-\left.\frac{[\chi]_1\cdot[\chi]_{1\psi}}{([\chi]_0)^2}\right|_0,$$

$$A_1=\left.\frac{\partial B_1}{\partial S}\right|_0,\qquad B_1=\left.\frac{[\chi]_{1\psi}}{[\chi]_0}\right|_0.\qquad(7)$$

Период существования возмущения $T_{возм}$ производственных макроскопических показателей на практике составляет от нескольких дней до нескольких недель, в то время, как период изменения коэффициентов (7), определяемый стратегическим управлением предприятия, определяется месяцами. Это дает возможность предположить, что введенные коэффициенты (7), фиксируемые диспетчерской службой предприятия, на протяжении периода $T_{возм}$ существования возмущения не зависят явно от времени, а их изменения во времени ΔB_1, ΔB_0, ΔA_1, ΔA_0 много меньше значений самих коэффициентов B_1, B_0, A_1, A_0:

$$\frac{B_1}{T_{возм}}>>\frac{\partial B_1}{\partial t},\quad \frac{B_0}{T_{возм}}>>\frac{\partial B_0}{\partial t},\quad \frac{A_1}{T_{возм}}>>\frac{\partial A_1}{\partial t},\quad \frac{A_0}{T_{возм}}>>\frac{\partial A_0}{\partial t}\qquad(8)$$

Таким образом, предполагается, что коэффициенты в уравнениях (6) зависят только от S. Разложим малые возмущения $[y]_0$, $[y]_1$ макропараметров $[\chi]_0$ и $[\chi]_1$ в ряд Фурье:

$$[y]_0=\{y_0\}_0+\sum_{j=1}^{\infty}\{y_0\}_j\cdot\sin[k_j\cdot S]+\sum_{j=1}^{\infty}[y_0]_j\cdot\cos[k_j\cdot S];\qquad k_j=\frac{2\cdot\pi\cdot j}{S_d}$$

$$[y]_1=\{y_1\}_0+\sum_{j=1}^{\infty}\{y_1\}_j\cdot\sin[k_j\cdot S]+\sum_{j=1}^{\infty}[y_1]_j\cdot\cos[k_j\cdot S],\qquad(9)$$

где $\{y_0\}_0$, $\{y_0\}_j$, $[y_0]_j$, $\{y_1\}_0$, $\{y_1\}_j$, $[y_1]_j$ - коэффициенты разложения малых возмущений макропараметров технологического процесса производственно-технической системы $[y]_0$, $[y]_1$ вдоль технологической цепочки, S_d - себестоимость изготовления продукции. Ограничиваясь исследованием устойчивости макропараметров технологического процесса производственно-технической системы относительно нулевой гармоники, получим систему уравнений для коэффициентов разложения малых возмущений $[y]_0$, $[y]_1$ макропараметров $[\chi]_0$ и $[\chi]_1$:

$$\frac{d\{y_0\}_0}{dt}=0, \qquad \frac{d\{y_1\}_0}{dt}+A_1\cdot\{y_1\}_0+A_0\cdot\{y_0\}_0=0. \tag{10}$$

Макропараметры технологического процесса относительно нулевой гармоники случайных возмущений $[y]_0$, $[y]_1$ будут устойчивы, если выполняется неравенство:

$$A_1=\frac{\partial}{\partial S}\left(\frac{[\chi]_{1\psi}}{[\chi]_0}\right)\Bigg|_0<0 \tag{11}$$

Неравенство (11) определяет условия устойчивости макропараметров технологического процесса производственно-технической системы. При управлении технологическим процессом особое внимание следует уделить операциям, для которых параметр A_1 имеет минимальное значение. Для синхронизованных технологических операций $\frac{\partial[\chi]_{1\psi}}{\partial S}=0$ и условие устойчивости (11) приобретет вид $\frac{\partial[\chi]_0}{\partial S}\Big|_0$ >0. Это условие означает, что для обеспечения устойчивости макропараметров технологического процесса плотность межоперационных заделов предметов труда вдоль технологического маршрута должна возрастать.

5. Оптимальная функция управления технологическим процессом производственно-технической системы

Дополним систему уравнений (6) управляющей функцией U_0, U_1:

$$\frac{\partial[y]_0}{\partial t}+\frac{\partial[y]_1}{\partial S}=U_0;\quad \frac{\partial[y]_1}{\partial t}+\frac{\partial[y]_1}{\partial S}B_1+[y]_1A_1+\frac{\partial[y]_0}{\partial S}B_0+[y]_0A_0=U_1. \tag{12}$$

Будем полагать, что предприятие имеет возможность управлять темпом производства и через него оказывать воздействие на межоперационные заделы. Такой вид управления будем характеризовать системой уравнений:

$$\frac{\partial[y]_0}{\partial t}+\frac{\partial[y]_1}{\partial S}=q_{01}\cdot u_1;\quad \frac{\partial[y]_1}{\partial t}+\frac{\partial[y]_1}{\partial S}\cdot B_1+[y]_1\cdot A_1+\frac{\partial[y]_0}{\partial S}\cdot B_0+[y]_0\cdot A_0=q_{11}\cdot u_1, \tag{13}$$

Используя данные об отклонениях, управляющее устройство вырабатывает воздействие $u_1(t,[y]_0,\langle y\rangle)$, которое должно обеспечить асимптотическую устойчивость планового состояния: $[\chi]_0^*$, $[\chi]_1^*$. В качестве критерия качества управляющего процесса выберем интеграл:

$$I=\int_{t_0}^{\infty}\left[([y]_0)^2+\theta_u\cdot(\{u_1\}_0)^2\right]\cdot dt \tag{14}$$

который требует, чтобы технологический процесс проходил с минимальным отклонением величины заделов от своего планового состояния при минимальном расходе ресурсов для управления отклонениями. Коэффициент θ_u характеризует цену ресурсов для управления технологическим процессом. Оптимальную функцию Ляпунова $V^0(t,[y]_n)$ [10], $n=0,1$, будем искать в виде квадратичной формы с постоянным коэффициентом c_{00}:

$$V^0(t,[y]_n)=c_{00}\cdot\left(\{y_0\}_0\right)^2 \tag{15}$$

Составим выражение $B[V^0,t]$ для технологического процесса производственно-технической системы с учетом уравнений (13):

$$B[V^0,t]=\frac{\partial V^0}{\partial t}+\sum_{n=0}^{1}\frac{\partial V^0}{\partial\{y_n\}_0}\cdot\frac{\partial\{y_n\}_0}{dt}+\sum_{n=0}^{1}\sum_{j=1}^{\infty}\frac{\partial V^0}{\partial\{y_n\}_j}\cdot\frac{d\{y_n\}_j}{dt}+\sum_{n=0}^{1}\sum_{j=1}^{\infty}\frac{\partial V^0}{\partial[y_n]_j}\cdot\frac{d[y_n]_j}{dt}+\omega$$

$$\frac{d\{y_0\}_0}{dt}-q_{01}\cdot\{u_1\}_0=0\,;\qquad \frac{d\{y_1\}_0}{dt}+A_1\cdot\{y_1\}_0+A_0\cdot\{y_0\}_0-q_{11}\cdot\{u_1\}_0=0. \tag{16}$$

При, $u_1=u_1^0(t,[y]_0,[y]_1)$ величина $B[V^0,t]$ должна иметь минимум и обращаться при этом в ноль:

$$B[V^0,t]=2\cdot c_{00}\cdot\{y_0\}_0\cdot q_{01}\cdot\{u_1\}_0+\left[\left(\{y_0\}_0\right)^2+\theta_u\left(\{u_1\}_0\right)^2\right]=0. \tag{17}$$

Дифференцируя $B[V^0,t]$ по $\{u_1\}_0$, и приравнивая результаты нулю, получим недостающие уравнения для определения оптимальной функции Ляпунова $V^0(t,[y]_n)$ и оптимального управляющего воздействия $\{u_1\}_0$:

$$\frac{B[V^0,t]}{\partial\{u_1\}_0}=2\cdot c_{00}\cdot\{y_0\}_0\cdot q_{01}+2\cdot\theta_u\cdot\{u_1\}_0=0. \tag{18}$$

Равенство можно разрешить относительно управляющего воздействия $\{u_1\}_0$:

$$\{u_1\}_0=-\frac{c_{00}\cdot q_{01}}{\theta_u}\cdot\{y_0\}_0 \tag{19}$$

Подставим значение управляющего воздействия (19) $\{u_1\}_0$ в (17) и приравняем коэффициенты при произведениях малых возмущений:

$$B[V^0,t]=2\cdot c_{00}\cdot\{y_0\}_0\cdot q_{01}\cdot\left(-\frac{c_{00}\cdot q_{01}}{\theta_u}\cdot\{y_0\}_0\right)+\left[\left(\{y_0\}_0\right)^2+\theta_u\cdot\left(\frac{c_{00}\cdot q_{01}}{\theta_u}\cdot\{y_0\}_0\right)^2\right]=0$$

Откуда

$$c_{00}=\frac{\sqrt{\theta_u}}{q_{01}}>0 \tag{20}$$

Принимая во внимание (20), оптимальная функция Ляпунова для управления технологическим процессом является определенно положительной. Процесс управления, определенный управляющим воздействием (19) является оптимальным, обеспечивает асимптотическую устойчивость планового (невозмущенного) состояния макропараметров производственно-технической системы.

Подставим (20) в (19), получим вид управляющего воздействия

$$\{u_1\}_0 = -\frac{\{y_0\}_0}{\sqrt{\theta_u}} \ . \tag{21}$$

Управляющее воздействие пропорционально по величине и противоположно по знаку отклонению межоперационного задела $[\chi]_0$. Коэффициент пропорциональности определяется критерием качества переходного процесса. Диспетчер предприятия сравнивает полученные сведения о состоянии межоперационных заделов с плановым состоянием заделов. Результат сравнения представляется в виде управляющего воздействия на отклонение $[y]_0$ межоперационного задела $[\chi]_0$, которое обеспечивает асимптотическую устойчивость технологического процесса относительно возмущений макропараметра межоперационного задела $[\chi]_0$ при критерии качества (14).

Выводы

Получены соотношения между значениями операционных заделов и темпа движения предметов труда по технологическому маршруту производственно-технической системы, обеспечивающие устойчивое протекание технологического процесса. Показано, что для синхронизованных технологических операций выполнение условий устойчивости макропараметров технологического процесса заключается в увеличении плотность межоперационных заделов предметов труда вдоль технологического маршрута.

Для записанного в виде (14) критерия качества получена оптимальная функция Ляпунова для управления отклонениями макропараметров технологического процесса, обеспечивающая асимптотическую устойчивость планового состояния производственно-технической системы. При этом выполнено требование, чтобы технологический процесс проходил с минимальным отклонением величины заделов предметов труда от своего планового состояния при минимальном расходе ресурсов для управления отклонениями. Показано, что управляющее воздействие для операций технологического процесса, определяемое оптимальной функцией Ляпунова, пропорционально по величине и противоположно по знаку отклонению межоперационного задела. Коэффициент пропорциональности определяется критерием качества переходного процесса.

ЛИТЕРАТУРА

1. Шкурба В.В. Планирование дискретного производства в условиях АСУ, – К.: Техника, 1975. - 296 с.
2. Петров Б.Н. Теория моделей в процессах управления, – М.: Наука, 1978. - 223 с.
3. Пигнастый О.М. Статистическая теория производственных систем. –Харьков, ХНУ им.Каразина, 2007. -388с.
4. Занг З.В.-Б. Синергетическая экономика, –М.: Мир, 1999г., 335с.
5. Прыткин Б.В., Технико-экономический анализ производства, –М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2000г., 399стр.

6. Демуцкий В.П., Пигнастый О.М., Ходусов В.Д., Азаренкова М.Н. Использование методов статистической физики для исследования экономико-производственных систем с массовым выпуском продукции.// Вестник ХНУ. – Харьков, 2005. –N710– С.128-134
7. Pignasty O.M. Distinctive numbers of production systems' functioning description // Вопросы атомной науки и техники. – Харьков, 2007. –N3– С.322-325
8. Флуд Н.А. Как измерить «устойчивость развития»? / Н.А. Флуд // Вопросы статистики. – 2006. – № 10. – С. 19-29.
9. Попков В.В. Устойчивое экономическое развитие в условиях глобализации и экономики знаний: концептуальные основы теории и практики управления / – М.: Экономика, 2007. – 295 с.
10. И.Г.Малкин Теория устойчивости движения – М.: Наука, 1966. - 531 с.

Надійшла у першій редакції 12.01.2009, в останній - 09.02.2010.