

УДК 004.942

Математичні методи для системної інженерії проектів інформатизації фінансово-інвестиційної діяльності

П. П. Маслянюк, А. В. Рябушенко

Національний технічний університет України «КПІ», Україна

В роботі подаються результати систематизації математичних методів управління інвестиційним портфелем цінних паперів для системної інженерії проектів інформатизації фінансово-інвестиційної діяльності. Запропоновані нові математичні методи моделювання для оптимізації інвестиційного портфеля, управління ризиками, прогнозування та оцінки вартості похідних фінансових інструментів.

Ключові слова: управління інвестиційним портфелем, системна інженерія, організаційні системи

В работе подаются результаты систематизации математических методов управления инвестиционным портфелем ценных бумаг для системной инженерии проектов информатизации финансово-инвестиционной деятельности. Предложены новые методы моделирования для оптимизации инвестиционного портфеля, управления рисками та оценки стоимости производных финансовых инструментов.

Ключевые слова: управление инвестиционным портфелем, системная инженерия, организационные системы

In this paper results of mathematical methods classification of securities investment portfolio management for system engineering of financial investment informatization projects are presented. New mathematical modeling methods for portfolio optimization, risk management and derivatives pricing are proposed.

Keywords: investment portfolio management, system engineering, organization systems

1. Вступ

Розвиток інвестиційного сектору економіки Україні диктує сьогодні вимоги до створення систем управління інвестиційним портфелем цінних паперів. Відкрилась нова фондова біржа в Україні (Українська біржа <http://ux.com.ua>) з системною платформою торгівлі в реальному часі і швидко зайняла лідируючу позицію на ринку. Ця платформа обумовила ріст ліквідності та суттєве покращення цінової інформації. На ринку Першої фондової торговельної системи (ПФТС) ціни носили більш індикативний характер, тому що заявки на цьому ринку не зобов'язують торговців купувати/продавати по вказаним цінам. Крім того, з метою залучення закордонного капіталу, з'явилась потреба створювати системи управління інвестиційним портфелем цінних паперів, які відповідають міжнародним стандартам: BASEL II, Sarbanes-Oxley та IFRS.

На практиці неодноразово підтверджується, що ігнорування інвесторами міжнародних вимог до управління інвестиціями неминуче призводить до значних збитків. Особливо гостро постає ця проблема в умовах світової фінансової кризи, коли ризики на всіх фінансових ринках значно зросли.

Сучасний підхід до управління інвестиційним портфелем, значно змінився за останні 20 років. Активно стали використовуватись похідні фінансові

інструменти (ПФІ) з метою спекуляції та захисту від ризиків. Використання ПФІ є виправданим, тому що тільки вони мають нелінійну функцію виплат від вартості фінансового інструменту (ФІ), що є необхідною умовою для отримання бажаної функції виплат інвестиційного портфеля.

На цей час немає інших методів оцінювання вартості ПФІ окрім математичних методів моделювання, а саме: статистичних методів прогнозування, диференціальних рівнянь, чисельних методів тощо.

Ці два фактори – необхідність використання ПФІ та неможливість відмови від математичних методів моделювання, перетворили портфельне інвестування в наукоємну область, що активно використовує новітні наукові досягнення математичного моделювання. Без статистичних методів, які запозичені з фізики, управління інвестиційним портфелем є неможливим в сучасних умовах. Наприклад, для оцінки вартості навіть найпростішого опціону використовується стохастичне диференціальне рівняння дифузії, що дуже схоже на рівняння теплопровідності, рівняння коливальної хімічної реакції Белоусова-Жаботинського та рівняння електричної активності в мембранах живих організмів Ходжкіна-Хакслі [1].

З іншого боку використання значної кількості сучасних методів та засобів моделювання потребує застосування новітніх методів системної інженерії інформаційно-комунікаційних систем для створення систем управління інвестиційною діяльністю [2]. Застосування цих теоретичних положень до створення систем управління інвестиційним портфелем дозволяє істотно підвищити ефективність бізнесу, знизити ризики, підняти ефективність бізнесу шляхом прискорення процесу прийняття інвестиційних рішень, збільшити кількість використаних фінансових інструментів та зменшити повну вартість володіння інформаційно-комунікаційною системою.

Таким чином формалізація процесів управління інвестиційним портфелем і створення інформаційно-комунікаційних систем управління ІКС із застосування прикладного системного аналізу, системної інженерії та математичного моделювання на сьогодні є надзвичайно актуальною проблемою в Україні.

2. Постановка задачі

Об'єкт дослідження – система управління інвестиційним портфелем цінних паперів.

Предмет дослідження – математичні методи моделювання для проектів інформатизації фінансово-інвестиційної діяльності.

Мета дослідження полягає в застосуванні системної інженерії проектів інформатизації організаційних систем для реалізації етапу системного аналізу системи управління інвестиційним портфелем, систематизації математичних методів управління інвестиційною діяльністю. А також запропонувати нові більш досконалі математичні методи моделювання, які дозволяють більш повно описати поведінку інвестиційного портфеля на фінансову ринку, отримати додаткову доходність на ринку та знизити інвестиційні ризики.

3. Система управління інвестиційним портфелем

Компонентна модель системи управління інвестиційним портфелем та її специфікація представлена у [3] та розширена в роботах [4-5]. Система складається з наступних компонентів (рис. 1): оптимізація інвестиційного портфеля, управління ризиками, прогнозування, оцінка вартості похідних фінансових інструментів, сек'юритизація, алгоритмічний трейдинг, арбітраж, статистичний арбітраж, фінансова інженерія, прийняття стратегічних рішень.

Система спрямована на використання інституційними інвесторами для управління великими портфелями цінним паперів. Основне призначення системи – надати інвестиційним компаніям інтегровану систему управління, що дозволяє проводити моделювання інвестиційного портфеля для підвищення доходності, прискорення прийняття інвестиційного рішення, ідентифікації та оцінки ризиків.

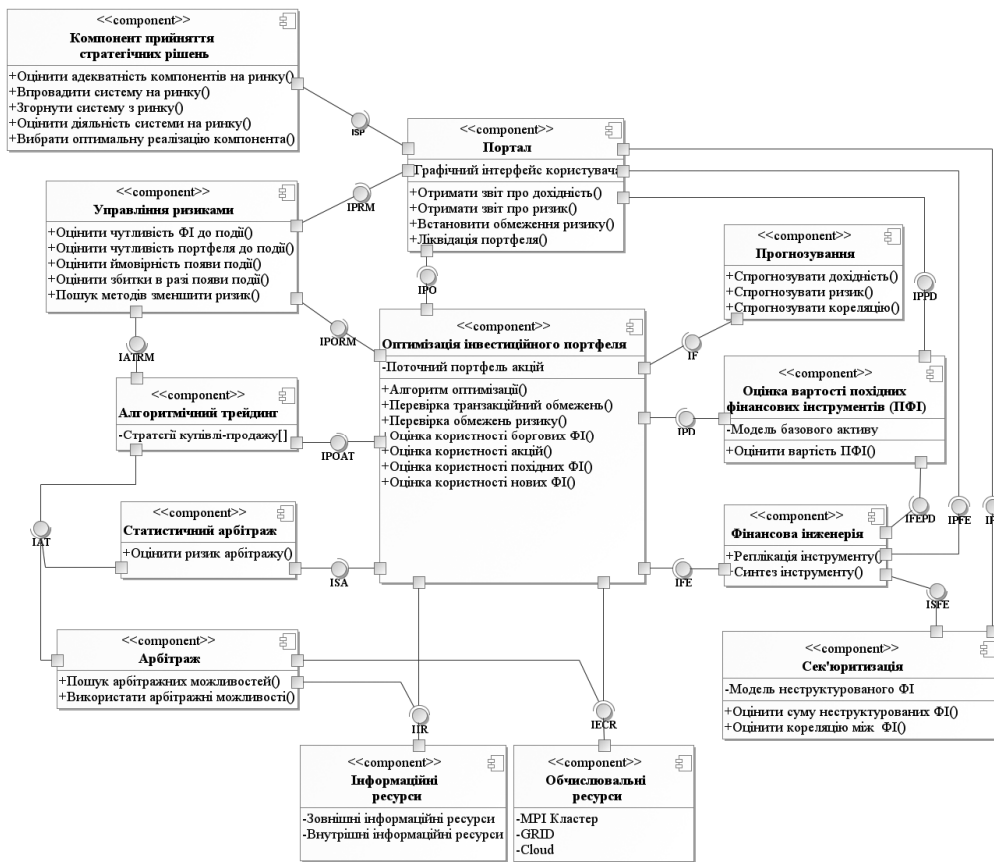


Рис. 1. Компонентна модель системи управління інвестиційним портфелем.
Діаграма компонентів у нотації UML

4. Математичні методи моделювання для системної інженерії проектів інформатизації фінансово-інвестиційної діяльності

В роботі органічно поєднані графічні методи моделювання в нотатції UML на загальносистемному рівні з математичними методами моделювання на прикладному рівні, тобто на рівні реалізації компонент системи.

Зокрема на рис. 2 представлено пакет математичних методів, які застосовуються в системах управління інвестиційним портфелем. Математичні методи систематизовані за критерієм призначення, що дозволяє співвіднести задачі компонентів управління інвестиційним портфелем та методи їх розв'язку.

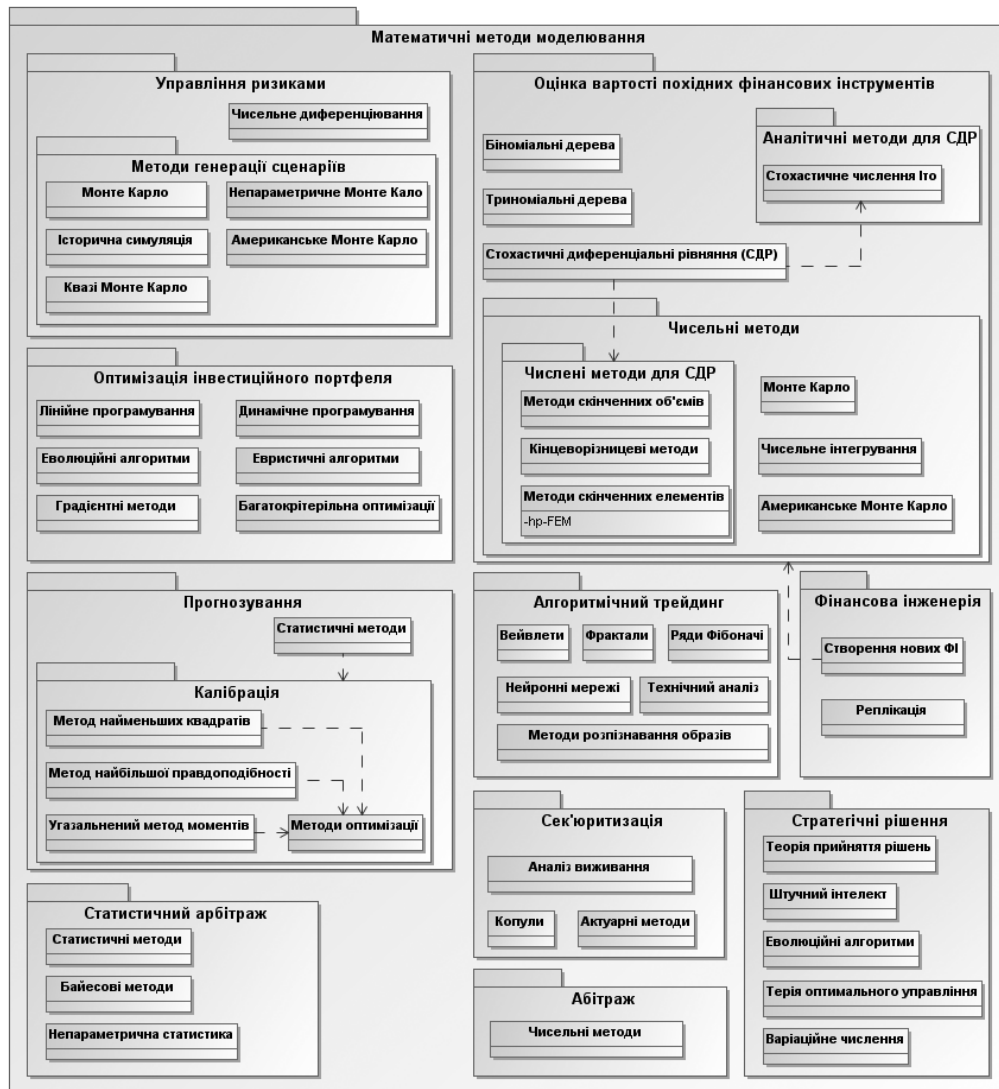


Рис.2. Математичні методи моделювання управління інвестиційним портфелем. Пакет класів у нотатції UML

Пакет математичних методів моделювання складається з наступним методів.

Пакет “оптимізація інвестиційного портфеля”:

лінійне програмування, градієнтні методи, еволюційні методи, евристичні алгоритми;

в роботі [4] автори пропонують в алгоритм генетичної оптимізації інвестиційного портфеля, який дозволяє врахувати зміну доходності та ризику з часом та комісійні витрати;

автори пропонують використовувати методи динамічного програмування, тому що самоподібність задачі відносно часу дозволяє зменшити розмірність задачі;

багатокритеріальна оптимізація. Задача оптимізації портфеля в найпростішому випадку залежить від двох параметрів: доходності та ризику. Навіть така проста постановка задачі потребує методів багатокритеріальної оптимізації. Більше того, на практиці всі ризики не вдається представити у вигляді однією змінної, тому використовуються, щонайменш три: кредитний ризик, ринковий ризик, геополітичний ризик. Також часто ринковий ризик ще розділяють на підвиди.

Пакет “прогнозування”:

статистичні методи прогнозування часових рядів, в тому числі методи прогнозування волатильності та кореляції;

калібрація. Кожен метод прогнозування потребує налагодження (калібрації) перед використанням, найчастіше для статистичних методів прогнозування використовуються такі методи: найменших квадратів, найбільшої правдоподібності, узагальнений метод моментів. Методи калібрації найчастіше зводять задачу калібрації до проблеми мінімізації помилки прогнозування, тому майже всі методи калібрації потребують методів оптимізації;

спираючись на результати аналізу статистичних характеристик українського фондового ринку [4] автори пропонують використовувати мультифрактальну модель прогнозування з Марковим перемиканням режимів [6]. Це дозволяє врахувати знайдені в [4] властивості доходності: довгострокова пам'ять, нескінченна сума автокореляції, функція щільності ймовірності з “товстими хвостами”.

Пакет “управління ризиками”:

метод історичної симуляції сценаріїв;

метод симуляції Монте Карло;

метод симуляції квазі Монте Карло, тобто метод Монте Карло у випадку, коли замість випадкових величин використовуються послідовності рівномірно розподілених чисел. Не дивлячись на те що метод називається квазі Монте Карло, він повністю детермінований і тому завжди дає однаковий результат. Дослідження показують, що в загальному випадку з ростом розмірності задачі ефективність методу квазі Монте Карло падає [7], але в задачах фінансового моделювання цей ефект не спостерігається [8]. З різних видів послідовностей рівномірно розподілених чисел найбільшу популярність в моделюванні фінансових процесів отримав ряд Соболя [9];

американське Монте Карло. Метод Монте Карло у контексті моделювання фінансових інструментів має один суттєвий недолік, він неспроможний моделювати ФІ з можливості раннього використання. Розроблена модифікація методу, що дозволяє уникнути цього недоліку. Найбільш відомий представник

таких фінансових інструментів – це американський опціон, тому і назва методу, американське Монте Карло. Цей метод можна комбінувати з квазі Монте Карло; непараметричне Монте Карло. Автори пропонують новий підхід моделювання ризиків [10]. Цей метод дозволяє уникнути недоліків звичайного Монте Карло, яке потребує введення додаткових припущень щодо виду статистичного розподілу випадкових величин. Запропонований метод комбінується з американським Монте Карло у разі необхідності моделювати ФІ американського типу. Можливість поєднання з методом квазі Монте Карло потребує подальшого дослідження;

чисельне диференціювання. Важливим показником ринкового ризику є чутливість вартості портфеля до зміни ринкових показників. Чутливість оцінюється частковими похідними, , наприклад чутливість вартості портфеля V до зміни ставки рефінансування r , оцінюється як $\frac{\partial V}{\partial r}$. У простому випадку значення часткових похідних можна знайти аналітично. Але в практичних задачах з тисячами фінансових інструментів в інвестиційному портфелі використовуються методи чисельного диференціювання.

Пакет "алгоритмічний трейдинг" відповідає за торгівлю цінними паперами на великій швидкості при ігноруванні економічних правил фінансових ринків. В цьому пакеті відношення до покупки цінних паперів, як до азартної гри. В даному випадку можливі використання різних математичних методів: вейвлети, фрактали, ряди Фібоначчі, нейронні мережі, технічний аналіз, методи розпізнавання образів та ін.

Пакет "арбітраж" – це найпростіший пакет. Задача пакету – це пошук арбітражних можливостей отримання безризикової доходності. Алгоритми арбітражного пошуку добре відомі. Застосовуються чисельні методи пошуку у великих об'ємах даних. Оскільки, арбітражні можливості різко з'являються і швидко зникають, важливу роль відіграє швидкодія алгоритмів пошуку.

Пакет "статистичний арбітраж" розширює поняття арбітражу до отримання доходності з математичним сподіванням вищим за середнє статистичне значення. В пакеті широко використовуються статистичні методи, байесові методи, непараметрична статистика.

Пакет "оцінка вартості похідних фінансових інструментів":

біноміальна та триноміальна моделі;

стохастичні диференційні рівняння [11];

аналітичні методи розв'язку стохастичних диференційних рівнянь: стохастичне числення Іто [12], стохастичне числення Стратановіча [13];

Монте Карло, американське Монте Карло, чисельне інтегрування;

чисельні методи розв'язку стохастичних диференційних рівнянь: скінченних об'ємів, скінченних елементів, кінцеворізнєцеві методи, hp-FEM [14];

спираючись на результати аналізу статистичних характеристик українського фондового ринку [4] автори пропонують використовувати моделі оцінки вартості ПФІ з окремим стохастичним диференційним рівнянням для динаміки волатильності (stochastic volatility model) і використовувати мультифрактальну модель волатильності з Марковим перемиканням режиму [6], що дозволяє

врахувати знайдені в [4] властивості волатильності: довгострокова пам'ять, функція щільності ймовірності відмінна від логнормальної.

Пакет “фінансова інженерія” відповідає за створення нових ФІ шляхом реплікації, тобто пошуку такої комбінації існуючих ФІ, яка має бажану структуру виплат. Пакет складається з математичних методів реплікації.

Пакет “сек'юритизація” відповідає за створення нових ФІ із активів неінвестиційної якості, наприклад позик фізичним особам. Спираючись на закон великих чисел та центральну граничну теорему можна стверджувати, що дохідність композиції активів із збільшенням кількості активів буде прямувати до математичного сподівання і буде розподілена за нормальним законом [15]. Для аналізу вихідних характеристик ФІ, що створюються, використовуються такі статистичні методи: аналіз виживання (survival analysis), копули, актуарні методи.

Пакет “стратегічні рішення”, автори пропонують ввести з метою вибору алгоритмів прогнозування, калібрації, оптимізації та інші, а також для оцінки роботи системи в цілому та прийняття рішення про вхід чи вихід на ринок цінних паперів [4]. Автори використовують методи та моделі системної інженерії інформаційно-комунікаційних систем та методи системного аналізу, а саме: теорія прийняття рішень, штучний інтелект, еволюційні алгоритми, теорія оптимального управління, а також варіаційне числення для розв'язку задач оптимального управління.

Проведена систематизація математичних методів моделювання дозволяє чітко виділити задачі математичного моделювання, що постають перед розробниками систем управління інвестиційним портфелем цінних паперів.

Отримані результати підтверджують той факт що проблема управління інвестиційним портфелем є актуальною та наукоємною проблемою. Найбільш наукоємними задачами фінансово-інвестиційної діяльності є прогнозування, оцінка вартості похідних фінансових інструментів, оптимізації інвестиційного портфеля та управління ризиками. Найбільш широко використовуються такі математичні методи, як: статистичний аналіз та прогнозування, оптимізація, Монте Карло, стохастичні диференціальні рівняння, чисельні методи.

5. Висновки

Застосування новітніх методів системної інженерії та компонентної моделі до створення системи управління інвестиційним портфелем дозволяє формалізувати архітектуру та топологію сутностей інформатизації бізнес процесів інвестиційної діяльності, практично в реальному масштабі часу забезпечити мінімізацію ризиків, підвищити прибутковість фінансових операцій та підвищити конкурентоспроможність на фінансовому ринку.

Систематизація математичних методів моделювання управління інвестиційним портфелем у вигляді пакету класів у нотації UML є цілісним математичним інструментом для системної інженерії проектів інформатизації фінансово-інвестиційної діяльності.

Запропонований еволюційний алгоритм оптимізації інвестиційного портфеля дозволяє врахувати зміну дохідності та ризику з часом, комісійні витрати, досягти зменшення розмірності задачі засобами динамічного програмування.

Запропонований метод генерації сценаріїв для управління ризиками – непараметричне Монте Карло, дозволяє уникнути введення додаткових припущень, що властиві звичайному Монте Карло.

Запропонована модель прогнозування та оцінки вартості похідних фінансових інструментів дозволяє врахувати виявлені в [4] властивості дохідності та волатильності.

ЛІТЕРАТУРА

1. Wilmott, P. Paul Wilmott on Quantitative Finance // John Wiley & Sons Ltd, 2006. – 2 edition. – 1500 pp.
2. Масляно П.П. Системне проектування процесів інформатизації // Наукові вісті НТУУ “КПІ”, 2008. – № 1. – С.28-36.
3. Масляно П.П., Рябушенко А.В. Компонентна модель інформаційно-аналітичної системи та генетичний алгоритм формування оптимального портфеля акцій // Наукові вісті НТУУ “КПІ”, 2009. – № 1. – С.36-46.
4. Масляно П.П., Рябушенко А.В. Створення компонента стратегічного планування системи управління фінансово-інвестиційною діяльністю // Наукові вісті НТУУ “КПІ”, 2009. – № 4. – С.53-65.
5. Масляно П.П., Рябушенко А.В. Підсистема управління ризиками фінансово-інвестиційної діяльності // Вісник східноукраїнського національного університету ім. В. Даля, 2009. – Т.2, №1. – С.370–378.
6. Calvet L., Fisher A. Forecasting multifractal volatility // J. of Econometrics. – 2001. – no.44. – P. 27–58.
7. Jackel P. Monte Carlo Methods in Finance. – Wiley, 2002. – 304pp.
8. Paskov S.H., Traub J.F. Faster Valuation of Financial Derivatives // J. of portfolio management. – 1995. – Vol.22, no.1. – Pp.113. –123.
9. Соболев И.М. Численные методы Монте-Карло. – М.: Наука, 1973. – 311с.
10. Масляно П. П., Рябушенко А. В. Непараметричне Монте Карло: вдосконалений метод моделювання ризиків на фінансовому ринку // Всеукраїнський математичний конгрес. – К.: Інститут математики НАН України, 2009. [Електронний ресурс]. – Режим доступу: http://www.imath.kiev.ua/~congress2009/Abstracts/Maslyanko_Ryabushenko.pdf
11. Oksendal B. Stochastic Differential Equations: An Introduction with Applications. – Springer, 2003. – 374pp.
12. Ito K. On stochastic differential equations // Memoirs, American Mathematical Society. – 1965. – no.4. – Pp.1–51.
13. Стратонович Р. Л. Нелинейная неравновесная термодинамика. – М.:Наука, 1985. – 478с.
14. Szabo B., Babuska I. Finite Element Analysis. – Wiley-Interscience, 1991. – 384pp.
15. Tavakoli J.M. Structured Finance and Collateralized Debt Obligations: New Developments in Cash and Synthetic Securitization. – Wiley, 2008. – 480pp.