

УДК 519.6

Математичне моделювання аеродинаміки несучих систем складної геометрії поблизу землі

А. В. Сохацький

Академія митної служби України

В статті розглядається математичне моделювання аеродинаміки несучих систем складної геометрії поблизу землі. Чисельна реалізація ґрунтується на методі дискретних вихорів з використанні замкнених вихрових рамок. Розраховано аеродинамічні характеристики несучих систем складної геометрії поблизу землі.

Ключові слова: математичне моделювання, сингулярні інтегральні рівняння, метод дискретних вихорів, вихровий слід.

В статье рассматривается математическое моделирование аэродинамики несущих систем сложной геометрии вблизи земли. Численная реализация основывается на использовании метода дискретных вихрей с использованием замкнутых вихревых рамок. Рассчитаны аэродинамические характеристики несущих систем сложной геометрии вблизи земли.

Ключевые слова: математическое моделирование, сингулярные интегральные уравнения, метод дискретных вихрей, вихревой след.

In article mathematical modeling of aerodynamics of bearing systems of difficult geometry near to the ground is considered. Numerical realization is based on use of a method of discrete vortex with use of the closed vortical frameworks. It is calculated aerodynamic characteristics of bearing systems of difficult geometry near to the ground.

Key words: mathematical modeling, singular the integrated equations, method of discrete vortex, vortical trace.

1. Вступ.

Визначення аеродинамічних характеристик транспортних апаратів вимагає застосування ефективних та економічних математичних моделей. Однією з таких математичних моделей є метод дискретних вихорів С.М. Білоцерковського (МДВ) [1-3]. Взагалі останніми часом підвищився інтерес до вихорової аеродинаміки, а саме до методу дискретних вихорів С.М. Білоцерковського. Перш за все, тому що потреби практики вимагають розв'язку прикладних задач аеродинаміки не тільки в області авіації, але й в наземному транспорті, архітектурі забудови міст та інших галузях [4]. Наряду з динамікою польоту та аеропружністю запити практики ставлять задачі аероакустики, аналізу впливу вихрових слідів за транспортними апаратами на інші літальні апарати та тіла. В роботі розроблено методику алгоритми та програми розрахунку аеродинамічних характеристик транспортних апаратів на основі МДВ з урахуванням процесу затухання вихрових слідів.

2. Загальна постановка задачі та її актуальність.

Задача обтікання різноманітних тіл, транспортних засобів та їх елементів повітряним потоком є доволі складною. Застосування моделі ідеальної рідини для розрахунку несучої системи перспективного транспортного апарата

дозволяє сформулювати аеродинамічну задачу, як задачу Неймана для рівняння Лапласа.

Реальні задачі аеродинаміки транспортних засобів є нестационарними та відривними. Розглянемо випадок, коли транспортний засіб, що описується поверхнею σ_1 , знаходиться в нестационарному полі швидкостей $\bar{U}_0(M,t) = \text{grad}u_0(M,t)$. Транспортний засіб має складну геометричну форму, тому при моделюванні його обтікання вводяться поверхні, що моделюють несучу систему та кілька поверхонь сходу нестационарного сліду $\sigma_k = \sigma_2 \dots \sigma_N$. В такому випадку система сингулярних інтегральних рівнянь запишеться у вигляді

$$\frac{1}{4\pi} \frac{\partial}{\partial \bar{n}_M} \sum_{i=1}^N \int_{\sigma_i} \frac{\partial}{\partial \bar{n}_M} \left(\frac{1}{r_{MM_0}} \right) g_i(M,t) d\sigma_{i,M} = f(M_0,t), \quad M_0 \in \sigma_1 \quad (1)$$

$$\frac{d\bar{v}_k}{dt} = \bar{V}(M(s,\tau,t)), \quad s \in [0,l], \quad \tau \in [0,t], \quad \tau \leq t \quad (2)$$

де \bar{n}_M - орт нормалі до кривої L в точці M, $g(M)$ - густина потенціалу подвійного шару, $M(x,y,z)$, $M_0(x_0,y_0,z_0)$ - точки простору R^3 ,

$M \neq M_0$, $\bar{r}_{M,M_0} = \overline{MM_0}$, $r_{M,M_0} = |\bar{r}_{M,M_0}| = MM_0$, що задовольняють рівнянню Лапласа

$$\Delta U_0 = \frac{\partial^2 U_0}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U_0}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U_0}{\partial z^2},$$

При розв'язуванні такої системи рівнянь виникає проблема така, що сингулярний інтеграл – це інтеграл в звичайному значенні розбіжний і необхідні спеціальні процедури його регуляризації.

3. Методика розв'язування.

Для моделювання аеродинаміки транспортного засобу вихорова схема будується з урахуванням взаємовпливу крила та інших аеродинамічних поверхонь один на одного. Розв'язування такої аеродинамічної задачі для визначення циркуляцій приєднаних та вільних вихорів та знаходження аеродинамічних навантажень розбивається на ряд етапів:

- а) розв'язування системи лінійних рівнянь для визначення циркуляцій приєднаних вихорів транспортного апарата;
- б) розв'язування систем диференціальних рівнянь, що описують рух у просторі усіх вільних вихорів в сліді транспортного апарата;
- в) визначення положення в просторі усіх вільних вихорів в сліді та знаходження їх циркуляцій.

В класичному методі дискретних вихорів середовище представляє собою ідеальну рідину. У ній циркуляція швидкості вільних вихорових структур з часом не змінюються і вони рухаються у відповідності з місцевим вектором швидкості рідини. Реальна ж рідина є в'язкою. Як показують досліди, в слідах за різноманітними тілами спостерігається явище дифузії вихорів. У вихоровий рух залучається навколишня рідина, що приводить до розмиття вихорової структури.

У відповідності з принципом Гельмгольца механічна енергія, що дисипує при дійсному «повільному» стаціонарному русі в'язкої нестисливої рідини в деякому об'ємі не більша, ніж в аналогічному довільному русі нестисливої рідини з таким же розподілом швидкості на поверхні, що обмежує цей об'єм. Використовуючи дані роботи [5], швидкість індуковану вихором відрізком сліду, будемо розраховувати за формулою

$$W = \frac{G}{2\pi r} \left(1 - e^{-\frac{r^2}{4\nu t}} \right), \quad (3)$$

де $G = \Gamma_+ (\cos \varphi_1 + \cos \varphi_2)$.

Течія рідини, індукована вихором відрізком, повинна задовольняти рівнянням Нав'є-Стокса. Експериментальні дослідження показують, що процес розпаду вихору сліду складається з двох фаз [6]: дифузії та швидкого руйнування (рис. 1.). Час дифузійного розпаду розраховується за співвідношенням [6,7,8]

$$T^* = \min(T_{link}, 8t_0), \quad (4)$$

де T_{link} - час дотику вихорів, $t_0 = \frac{2\pi b^2}{G_0}$, b - відстань поміж вихорами сліду.

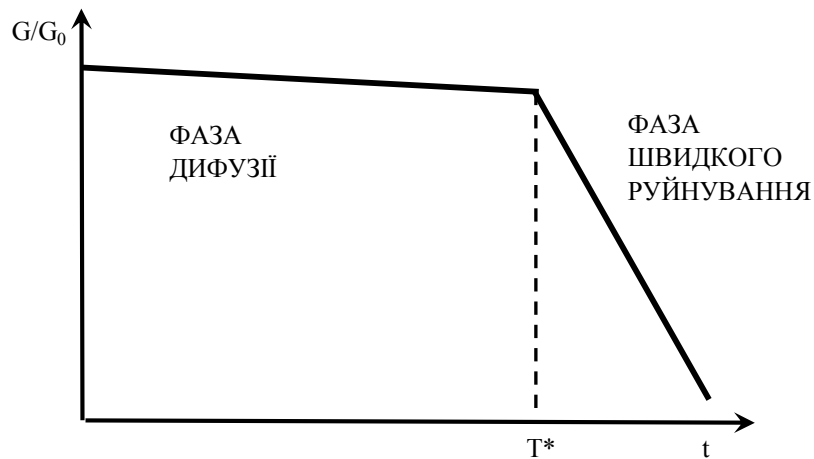


Рис. 1. Фази руйнування просторового вихору в сліді

4. Обчислювальний експеримент та його реалізація

Застосовуючи метод накладення потоків, незбуреного поступального потоку і потоку, індукованого вихоровою системою несучої системи, представимо потенціал швидкості в вигляді суми потенціала поступального незбуреного потоку та потенціала вихорової несучої системи.

Потенціал вихорової системи визначимо як суму потенціалів приєднаних та вільних вихорових рамок.

Здиференціював за напрямком нормалі до поверхні транспортного апарата, отримуємо систему лінійних алгебраїчних рівнянь відносно невідомих циркуляцій приєднаних вихорових рамок

$$\sum_{\mu=1}^{2N} \sum_{\nu=1}^M \Gamma_{\mu\nu} w_{\mu\nu}^{ik} + \sum_{\mu=1}^{2N} \sum_{r=1}^P \Gamma_{\mu r}^I w_{\mu r}^{ik} + \sum_{r=1}^{2P} \sum_{\nu=1}^P \Gamma_{r\nu}^{II} w_{r\nu}^{ik} + \sum_{\mu=1}^{2N} \sum_{r=1}^P \Gamma_{\mu r}^{III} w_{\mu r}^{ik} + U_0 \sin \alpha = 0, \quad (5)$$

$k = 1, 2, \dots, 2N$, $i = 1, 2, \dots, M$,

де: $\Gamma = \Gamma_r / V_0 b_0$ - безрозмірна циркуляція вихорової рамки; $\Gamma_{\mu r}^I, \Gamma_{r\nu}^{II}, \Gamma_{\mu r}^{III}$ - безрозмірні циркуляції вільних вихорових рамок і-й контрольній точці k - і панелі, $w_{\mu\nu}^{ik}, w_{r\nu}^{ik}, w_{\mu r}^{ik}$ - швидкості індуковані вихоровою рамкою, що складається з вихорових відрізків одиничної інтенсивності; α - місцевий кут атаки k -го перерізу; U_0 - швидкість незбуреного набігаючого потоку.

Умова Чаплигіна-Жуковського формулюється як прямування до нуля інтенсивності вихорової рамки при її наближенні до крайки крила. Як показали розрахунки, воно виконується. Для моделювання наявності поверхні шляхової структури вводилась дзеркально відображена вихорова система [1-3].

Аеродинамічні навантаження розраховувалися за допомогою інтеграла Коші-Лагранжа [1-3].

Заміняємо тонку несучу поверхню безперервно розподіленим вихоровим шаром, що складається із приєднаних та вільних дискретних вихорів. Різницю потенціалів виражаємо через циркуляцію Γ_i .

За допомогою незначних перетворень одержуємо [1-3]

$$\Delta \bar{p} = 2 \left[w_{00x} \gamma_{00z} \cos \chi + w_{00z} (\gamma_{00x} + \gamma_{00z} \sin \chi) - \frac{\partial \Gamma_L}{\partial t} \right], \quad (6)$$

де, w_{00x}, w_{00z} - компоненти відносної швидкості в точці $A_{\mu\nu}$, що н лежить вихоровому шару, $\gamma_{00x}, \gamma_{00z}$ - компоненти інтенсивності вихорового шару, χ - місцевий кут стрілоподібності, що характеризує косину вихорових рамок та визначає положення дискретного вихорового відрізка відносно зв'язаної з крилом системи координат, Γ - циркуляція дискретного вихорового відрізка.

В закінченому вигляді для косих вихорових відрізків отримуємо

$$\Delta \bar{p} = \bar{p}_- - \bar{p}_+ = 2 \left(w_{00t} \gamma_{\Sigma} \cos \chi - w_{00t} (\gamma_{\Sigma X} + \gamma_{\Sigma Z} \sin \chi) - \frac{\partial \Gamma}{\partial t} \right). \quad (7)$$

Зміна сумарної циркуляції по контуру L є наслідком виникнення та сходження з поверхні транспортного апарата в потік вільних вихорів. Тому зміна сумарної циркуляції легко знаходиться в процесі чисельного розв'язування задачі.

Коефіцієнт підйомної сили та моменту тангажа несучої системи знаходимо за формулою

$$C_y = \frac{2}{S} \sum_{k=1}^{2N} \sum_{i=1}^M \Delta \bar{\rho} \Delta S_{k,i} \cos \alpha, \quad (8)$$

$$m_z = \frac{2}{S} \sum_{k=1}^{2N} \sum_{i=1}^M \Delta \bar{\rho} \Delta S_{k,i} x_{k,i} \cos \alpha, \quad (9)$$

де $\Delta S_{k,i}$ - площа k -ї, i -ї панелі крила, S - площа крила.

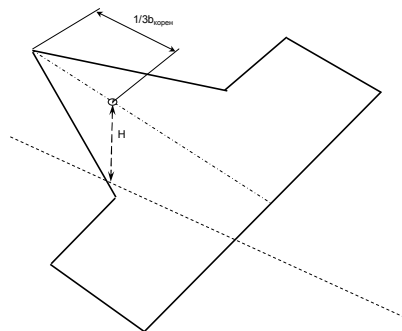
Для тестування методики були виконані розрахунки обтікання прямокутного крила з видовженням $\lambda=1,0$. Припускалось, що крило нерухоме і обтікається незбуреним потоком без ковзання. Розрахунки проводились як для безмежного потоку, так і поблизу поверхні шляхової структури. Відстань до шляхової структури H замірювалась від задньої крайки крила. В розрахунках використовувалась безрозмірна відстань шляхової структури

$$h = H / b_0, \quad (10)$$

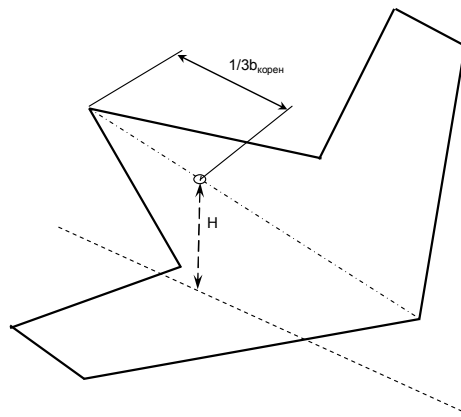
де b_0 - центральна хорда.

Проведено дослідження аеродинамічних характеристик крила складної геометрії з від'ємною стрілоподібністю. Крило складається з двох частин: центроплану та консолі. Геометрія крила показана на рис.2а, 2б, 2в. Стрілоподібність центроплану крила по передній крайці складає $\chi=70^\circ$. Коренева хорда має розмір $b_{\text{коренева}}=3$. Розмах крила складає $l=2$. Кінцівки крила мають величину стрілоподібності: по передній крайці- $\chi=-10^\circ$; по задній крайці $\chi=-20^\circ$.

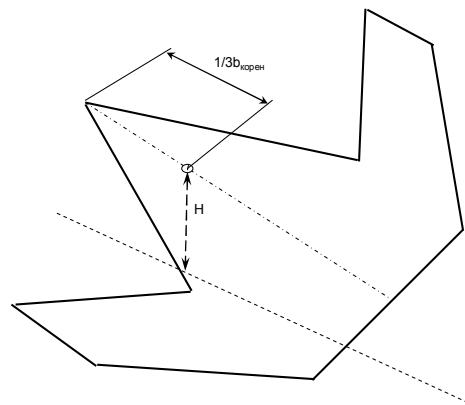
Розраховувалось обтікання плоского крила складної геометрії з від'ємною стрілоподібністю для кутів атаки в діапазоні від $\alpha=0$ до $\alpha=18^\circ$ для наступних відносних відстаней до поверхні шляхової структури: $h=\infty$; $h=0,75$; $h=1,0$; $h=1,25$; $h=1,5$; $h=1,75$; $h=2,0$; $h=2,25$; $h=1,75$; $h=2,75$; $h=3,0$.



а)



б)



в)

Рис. 2. Крило складної геометрії

а) нульовою стрілоподібністю консолей поблизу поверхні шляхової структури

б) з від'ємною стрілоподібністю поблизу поверхні шляхової структури

в) з від'ємною стрілоподібністю консолей поблизу поверхні шляхової структури.

Відстань від крила до поверхні шляхової структури вимірювалася не від задньої крайки, а від точки, розміщеної на кореневій хорді, рівній її третій частині від передньої крайки, як показано на рис. 2а, 2б, 2в. Вибір цієї точки пов'язаний з тим, що рух крила поблизу поверхні шляхової структури має складний характер. Його можна розкласти на ряд складових: як рух центра ваги і обертання навколо центра ваги. Тому при своєму русі відносно поверхні шляхової структури координати положення, як транспортного засобу так і крила

відраховувати потрібно відносно положення центру ваги. Кутові положення крила також зручніше вимірювати відносно центру ваги.

Вихорова модель обтікання несучої системи включала в себе приєднанні та вільні вихорові елементи, що мають вигляд просторового чотирикутника.

Приєднані чотирикутні вихори розміщуються на крилі. Система вільних вихорів складається з наступних груп:

- а) система вільних вихорів, що сходять з задньої крайки центроплана;
- б) система вільних вихорів, що сходять з передньої крайки центроплана;
- в) система вільних вихорів, що сходять з задньої крайки консолю;
- г) система вільних вихорів, що сходять з бокових крайок консолей;
- д) система вільних вихорів, що сходять з передньої крайки консолю.

На рис. 3-8 показано залежність коефіцієнтів підйомної сили та моменту тангажа від кута атаки для різноманітних відстанях до поверхні шляхової структури несучої системи складної геометрії.

Проведені розрахунки показують, що крило складної геометрії з нульовою стрілоподібністю консолей (рис.2а) має кращі несучі властивості ніж крило складної геометрії з від'ємною стрілоподібністю консолей (рис.2в) та крило складної геометрії з від'ємною стрілоподібністю поблизу поверхні шляхової структури (рис.2б).

Аналіз зміни поздовжнього моменту від кута атаки та відстані до поверхні шляхової структури показує, що крило складної геометрії з нульовою стрілоподібністю консолей (рис.2а) індукує більший момент тангажа для повернення до збалансованого стану, ніж крило складної геометрії з від'ємною стрілоподібністю консолей (рис.2в) та крило складної геометрії з від'ємною стрілоподібністю поблизу поверхні шляхової структури (рис.2б).

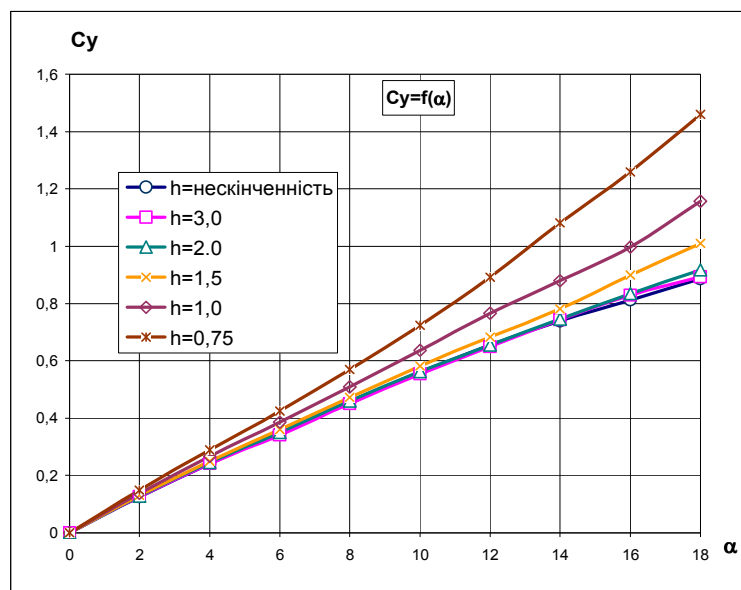


Рис. 3. Залежність коефіцієнта підйомної сили від кута атаки для крила складної геометрії з нульовою стрілоподібністю консолей поблизу поверхні шляхової структури

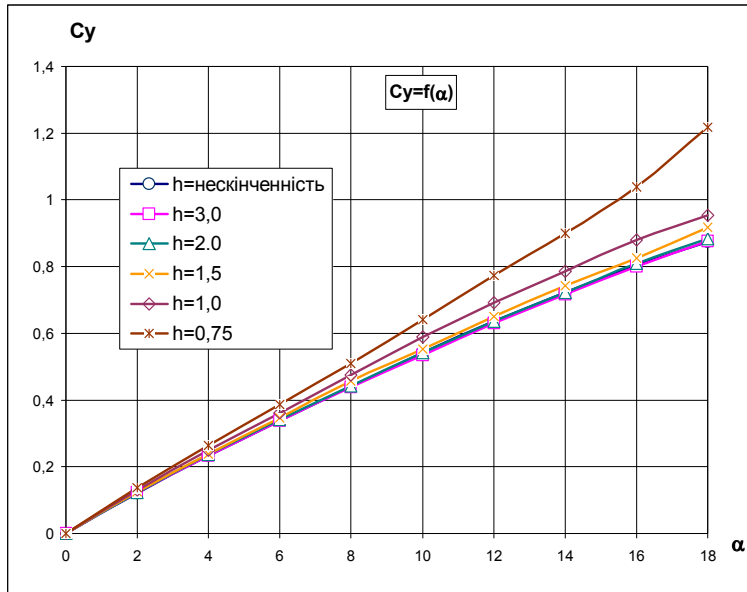


Рис. 4. Залежність коефіцієнта підйомної сили від кута атаки для крила складної геометрії з від'ємною стрілоподібністю

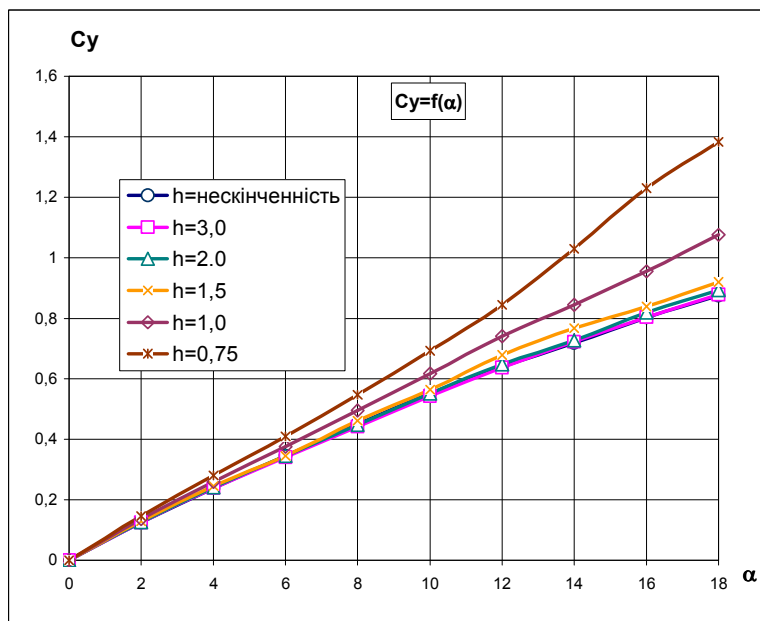


Рис. 5. Залежність коефіцієнта підйомної сили від кута атаки для крила складної геометрії з від'ємною стрілоподібністю консолей

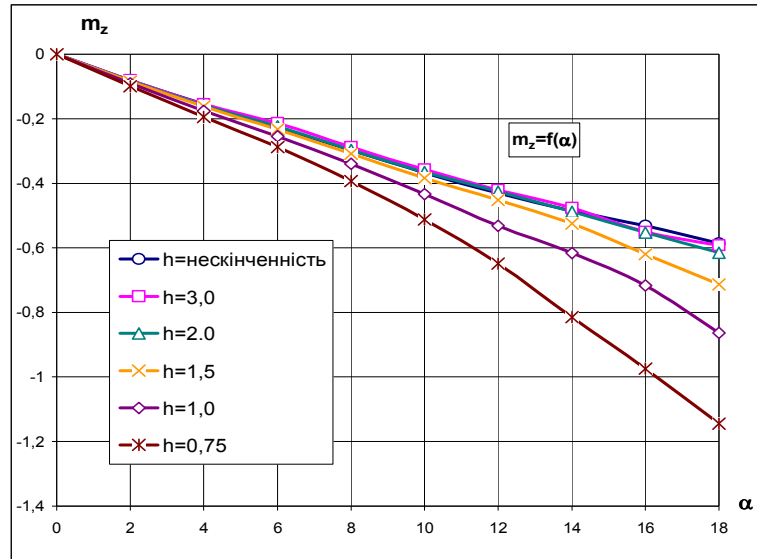


Рис. 6. Залежність коефіцієнта моменту тангажа від кута атаки для крила складної геометрії з нульовою стрілоподібністю консолей поблизу поверхні шляхової структури

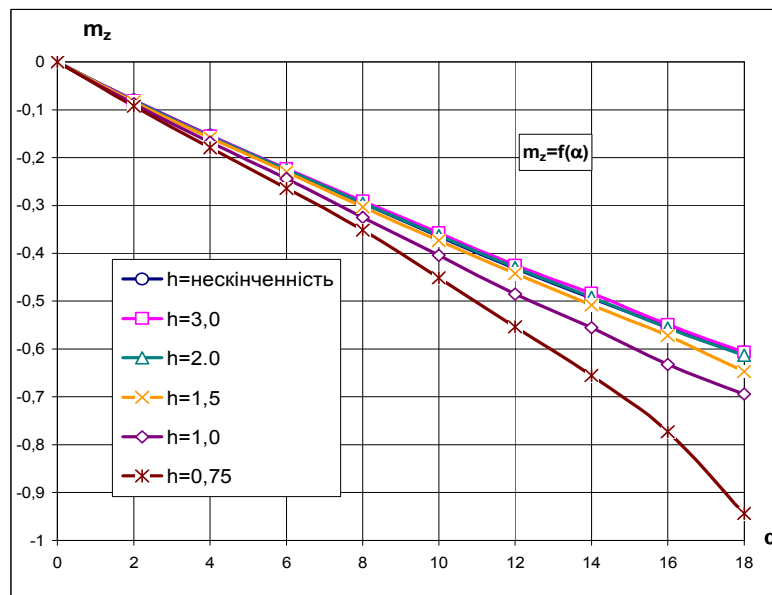


Рис. 7. Залежність коефіцієнта моменту тангажа від кута атаки для крила складної геометрії з від'ємною стрілоподібністю

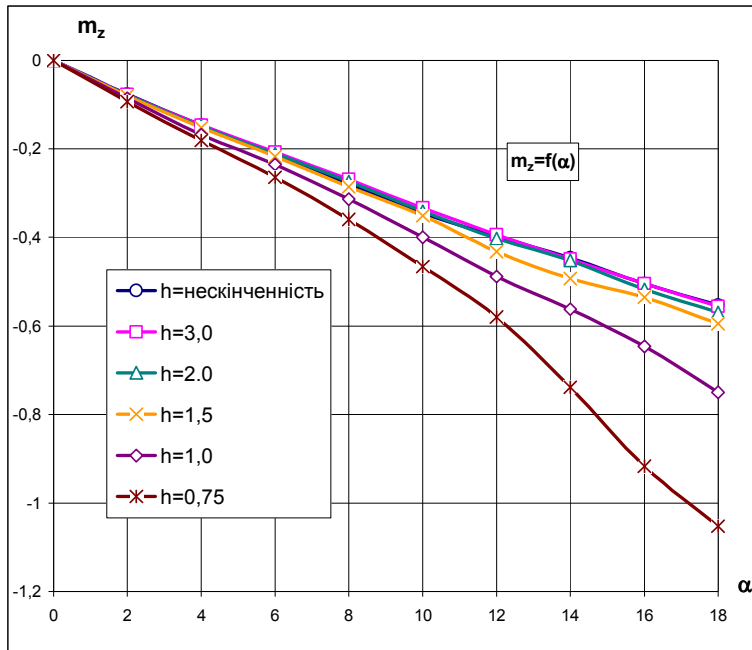


Рис. 8. Залежність коефіцієнта моменту тангажа від кута атаки для крила складної геометрії з від'ємною стрілоподібністю консолей поблизу поверхні шляхової структури

Проведені дослідження показують, що при збільшенні відстані до поверхні шляхової структури коефіцієнт підйомної сили буде зменшуватися. Під час збуреного руху збалансованого транспортного апарата це буде сприяти поверненню до попереднього просторового положення, тобто до попередньої висоти над шляховою структурою. Коефіцієнт моменту тангажа буде зменшуватися при збільшенні відстані до поверхні шляхової структури. Така залежність для $m_z=f(\alpha, h)$ буде вести до збільшення кута атаки, що не буде сприяти поверненню крила в попереднє положення. Таким чином, змінюючи величину стрілоподібності консолей крил можна управляти величиною поздовжнього моменту сил відносно вісі OZ.

5. Висновки та напрямки подальших досліджень

Задача обтікання різноманітних тіл, транспортних засобів та їх елементів повітряним потоком з використанням моделі ідеальної рідини дозволяє сформулювати її, як задачу Неймана для рівняння Лапласа. Розв'язок задачі розшукується в вигляді потенціалу подвійного шару. Використовуючи принципи методу дискретних вихорів виконано наступне:

1. Розроблено методикку, алгоритми та програми для розрахунку просторових течій навколо тіл складної форми.
2. Вихоровий елемент моделюється замкнутим просторовим n-кутником, що складається з вихорів відрізків однакової циркуляції, змінної за часом.
3. Оцінка придатності розробленого комплексу програм проводиться на тестових задачах про обтікання несучих поверхонь різноманітної форми в плані.

4. Досліджено нелінійні аеродинамічні характеристики несучих систем складної форми в плані поблизу поверхні шляхової структури.

В подальших дослідженнях необхідно використовувати моделі течії, які б урахували вплив турбулентності атмосфери на життя вихорового сліду.

ЛІТЕРАТУРА

1. Белоцерковский С.М., Лифанов И.К. Численные методы в сингулярных интегральных уравнениях, - М.: Наука, 1985. – 256с.
2. Белоцерковский С.М. Моделирование турбулентных струй и следов методом дискретных вихрей/ Белоцерковский С.М., Гиневский А.С. – М.: Изд. фирма физико-математической литературы, 1995. – 368 с.
3. Нелинейная теория крыла и ее приложения / [Аубакиров Т.О., Белоцерковский С.М., Желанников А.И., Ништ М.И.]. – Алматы: Голым, 1997. –448с.
4. Proctor F.H. Wake vortex transport and decay in ground effect: Vortex Linking with the Ground / Proctor F.H., Hamilton D.W. // AIAA Paper, 2000, № 2000-0757.
5. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа/ Лойцянский Л.Г. – М.: Наука, 1987. - 840 с.
6. Getz T. Aircraft wake vortices / Getz T., Holzaephel F., Darracq D. // Wake Net Position Paper. – 2001.
7. Вышинский В.В. Математическая модель эволюции вихревого следа за самолетом в турбулентной атмосфере / Вышинский В.В., Судаков Г.Г. // Аэромеханика и газовая динамика. – 2003. – №3. – С.46–55.
8. Proctor F.H. Wake vortex transport and decay in ground effect: Vortex Linking with the Ground / Proctor F.H., Hamilton D.W. // AIAA Paper, 2000, № 2000-0757.