

УДК 517.946.9

Моделювання імпульсного теплового процесу

О. Б. Кобильська

Кременчуцький національний університет ім. Михайла Остроградського, Україна

Построена математическая модель теплового процесса во время электропластического плющения металла. Математическая модель построена в виде начально-краевой задачи для уравнения теплопроводности. Решение задачи найдено численным методом. Использована консервативная разностная схема. Проведены численные расчеты для материалов вольфрам и молибден. Выяснено, что тепловые процессы слабо влияют на формирование физико-механических свойств, однако математическая модель позволяет контролировать температуру процесса изготовления ленты и получать ленту высокого качества.

Ключевые слова: начально-краевая задача, волочение, импульсный источник тепла

Побудована математична модель теплового процесу під час електропластичного плющення металу. Математична модель побудована у вигляді початково-крайової задачі для рівняння теплопровідності. Розв'язок задачі знайдено чисельним методом. Використана консервативна різницева схема. Проведено чисельні розрахунки для матеріалів вольфрам і молибден. З'ясовано, що теплові процеси слабо впливають на формування фізико-механічних властивостей, проте математична модель дозволяє контролювати температуру процесу виготовлення стрічки і отримувати стрічку високої якості.

Ключові слова: початково-крайова задача, волочіння, імпульсне джерело тепла

The mathematical model of the thermal process during electroplastic flattening metal was built. The mathematical model in the form of the initial-boundary value problem for the heat equation is constructed. The solution of the numerical method are found. Conservative finite-difference scheme was used. Numerical calculations for tungsten and molybdenum materials are carried out. It is revealed that thermal processes weak influence on the formation of the physical and mechanical properties. Mathematical model of the temperature of the process of tape manufacturing allows you to monitor and allows you to receive tape of high quality.

Key words: boundary value problem, drawing, pulsed heat source.

1. Актуальність роботи

Як відомо завдяки дії імпульсного струму високої щільності під час електропластичної обробки (ЕПО) металу зростає пластичність та зменшується крихкість металу[1]. Це дає можливість формувати та керувати механічними властивостями металу під час обробки металу тиском.

Електропластична обробка дозволяє інтенсифікувати технологічні процеси обробки металів тиском (ОМТ), такі як волочіння, плющення, штампування, витяжка та інші[1–3].

Використання технології електропластичної обробки металів, зокрема, нержавіючих сталей, міді, алюмінію, має велике народно-господарське значення[4]. Однак при переході від лабораторних досліджень до практичного створення промислових установок необхідно вирішити ряд науково-технічних проблем, серед яких ключовими є наступні: створення ефективних математичних моделей, що описують тепловий процес під час плющення стрічки; визначення параметрів керування таким процесом. Це приводить до

створення надійних джерел імпульсного струму для забезпечення електропластичного ефекту та розробки пристроїв підведення енергії до зони деформування металу.

2. Постановка задачі

Лабораторними дослідженнями встановлено, найбільш імовірні області практичного застосування ЕПО такі як тонке, середньотонке і надтонке волочіння дроту (до ~ 1 мм), плющення та ультразвукове кування тонкої стрічки[4]. На практиці встановлено, що з точки зору зниження енергосилових параметрів процесу і підвищення якості стрічки, імпульсний струм під час деформування більш ефективний, ніж постійний. Для визначення необхідних енергосилових умов під час процесу плющення стрічки у даній роботі побудована математична модель теплового процесу. Одночасно з підведенням у зону нагрівання імпульсного або постійного струму під час деформації тугоплавких та важко деформованих металів відбувається ультразвукова обробка металу [2]. Враховуючи вище сказане виникає необхідність побудови математичної моделі теплового процесу під час УЗ плющення стрічки. Це дозволяє контролювати температуру і отримувати стрічку високої якості.

3. Мета роботи

Побудова математичної моделі теплового процесу під час плющення тонкої і надтонкої стрічки при підведенні в зону нагрівання імпульсного струму.

4. Матеріали і результати досліджень

Математична модель нестационарного теплового процесу під час електропластичної обробки металу приводить до розв'язання наступної початково-крайової задачі для рівняння теплопровідності в області Ω_t , $\Omega_t : \{(z, y, t) | 0 < z < L, 0 < y < l, t > 0\}$ [5 – 7]

$$c\rho \frac{\partial T}{\partial t} - \lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + c\rho v \frac{\partial T}{\partial z} = w(T, t, P), (z, y) \in \Omega_t \quad (1)$$

$$T(z, y, 0) = T_0, \quad (2)$$

$$T(0, y, t) = T_0, \quad (3)$$

$$T(L, y, t) = T_0,$$

$$\lambda \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=l} = f_{12} [\alpha(T_c - T) - \varepsilon \sigma (T_c^4 - T^4)], \quad \lambda \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=l} = f_{12} [\alpha(T - T_c) - \varepsilon \sigma (T^4 - T_c^4)], \quad (4)$$

де $w(z, t, T)$ у випадку залежності джерел тепла від координати і часу має вигляд

$$W(t, T) = f_{12}(t) f_2(T), \quad (5)$$

$$f_2(T) = \frac{I^2 \rho_0 (1 + \beta T)}{s^2}, \quad \rho_0, \beta - \text{питомий опір і температурний коефіцієнт}$$

опору дроту, s – площа поперечного перетину стрічки. Функція $f_{12}(t)$ аналогічна[5].

Подальше спрощення задачі (1) – (5) пов'язано з переходом до розгляду середнього по товщині стрічки поля температури

$$T(z, y, t) \cong T(z, t) = \frac{1}{l} \int_{-l}^l T(z, y, t) dy.$$

Застосовуючи, оператор усереднення до рівняння (1) і з огляду на крайові умови (3), (4), одержуємо одновірну задачу відносно $T(z, t)$.

$$c \rho_n \frac{\partial T}{\partial t} - \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + v \frac{\partial T}{\partial z} + \left[\frac{\alpha}{l} (T - T_0) + \frac{\varepsilon \sigma}{l} (T^4 - T_c^4) \right] = g(T, z, t), \quad (6)$$

$$0 < z < L, \quad t > 0,$$

$$T(z, 0) = T_0, \quad (7)$$

$$T(0, t) = T_0, \quad T(l, t) = T_l. \quad (8)$$

Після переходу до безрозмірних координат та параметрів

$$z = \frac{x}{L}, \quad \tau = \frac{tv}{L}, \quad \theta = \frac{T - T_l}{T_l - T_c}, \quad Pe = \frac{c \rho_n L^2}{\lambda \tau_0}, \quad Po = \frac{I^2 \rho_0 L^2}{\lambda (T_l - T_c) \pi^2 l^2}, \quad M = \frac{-2\alpha l^2}{l \lambda (T_l - T_c)}$$

задача (6) – (8) $\bar{\Omega}_\tau : \{ 0 < x < 1, \tau > 0 \}$ набуває вигляду

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} - Pe \left(\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) = -F(\theta), \quad (9)$$

$$\theta(x, 0) = \theta_0, \quad (10)$$

$$\theta(0, \tau) = \theta_0, \quad \theta(1, \tau) = \theta_1. \quad (11)$$

Запишемо рівняння (9) в операторному вигляді

$$L\theta - Pe\left(\frac{\partial\theta}{\partial\tau} + \frac{\partial\theta}{\partial x}\right) = -F(\theta),$$

$$\text{де } L\theta = \frac{\partial^2\theta}{\partial x^2}.$$

Розв'язок шукаємо чисельним методом. Використовуємо консервативну різницеву схему. Лінії розриву функції $f_{1i}(t)$ паралельні вісі z . Оберемо спеціальну сітку, коли усі точки розриву є вузлами. У даному випадку сітка буде рівномірною. Уведемо в області $\bar{\Omega}$ рівномірні сітки: $\bar{\omega}_h = \{x_m = mh, m=0,1,\dots,M\}$, $\bar{\omega}_{\Delta\tau} = \{\tau_j = j\Delta\tau, j=0,1,\dots,j_0\}$ із кроками $h=1/M$ і $\Delta\tau = \Delta/j_0$ і сітку $\bar{\omega}_{h,\Delta\tau} = \bar{\omega}_h \times \bar{\omega}_{\Delta\tau} = \{(mh, j\Delta\tau), m=0,1,\dots,M, j=0,1,\dots,j_0\}$, де M – число інтервалів розбиття області $0 \leq x \leq 1$, j_0 – число часових інтервалів. Замість функції неперервних аргументів $\theta(x, \tau)$, визначеної в $\bar{\Omega}$, розглянемо функцію дискретних аргументів $y_{h\omega}(x_i, \tau_j)$, визначену на $\bar{\omega}_{h,\Delta\tau}$. Значення цієї функції обчислюються у вузлах сітки (x_i, τ_j) , а сама функція залежить від кроків сітки h і $\Delta\tau$ як від параметрів. Позначимо через y_i^j – значення сіткової функції $y_{h\omega}(x_i, \tau_j)$ у вузлі (x_i, τ_j) . Користуючись інтегро-інтерполяційним методом, отримаємо різницеву задачу для визначення y_i^j .

Для розв'язання задачі застосуємо двошарову різницеву схему з вагами. Нехай

$\Lambda y = -\frac{1}{h}\left(\frac{y_{m+1} - y_m}{h} - \frac{y_m - y_{m-1}}{h}\right) + Pe\left(\frac{y_{m+1} + y_{m-1}}{2h}\right)$ – сітковий оператор, що відповідає апроксимації оператора теплопровідності.

У внутрішніх вузлах сітки використовується різницеве рівняння

$$Pe\left(\frac{y^{j+1} - y^j}{\Delta\tau}\right) + \Lambda(\sigma_1 y^{j+1} + (1 - \sigma_1)y^j) = \varphi, \quad (12)$$

$$y_m^0 = \theta_0, \quad (13)$$

$$y_0^{j+1} = \theta_0, \quad y_M^{j+1} = \theta_1, \quad (14)$$

де $n=0,1,\dots$ $\varphi = \frac{F(\theta_m^{j+1}) + F(\theta_m^j)}{2}$, $x \in \omega_h, \tau \in \omega_{\Delta\tau}$.

Δu апроксимує $L\theta = \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2}$ з другим порядком точності: $\Delta u - L\theta = O(h^2)$.

Оскільки функціонал φ нелінійний, то задача (12) – (14) представляє собою однопараметричну сім'ю нелінійних різницевих схем.

Для чисельних розрахунків було обрано матеріал вольфрам та молібден. Характеристики технологічного процесу та матеріалу взяті із [4].

На рис. 1 показано температурні розподіли отримані при щільностях струму крива 1- $j = 1 \cdot 10^2 \left[\frac{A}{\text{мм}^2} \right]$ та крива 2- $j = 4 \cdot 10 \left[\frac{A}{\text{мм}^2} \right]$. Видно, що температура під дією імпульсного струму підвищується в межах 3 – 5 °С

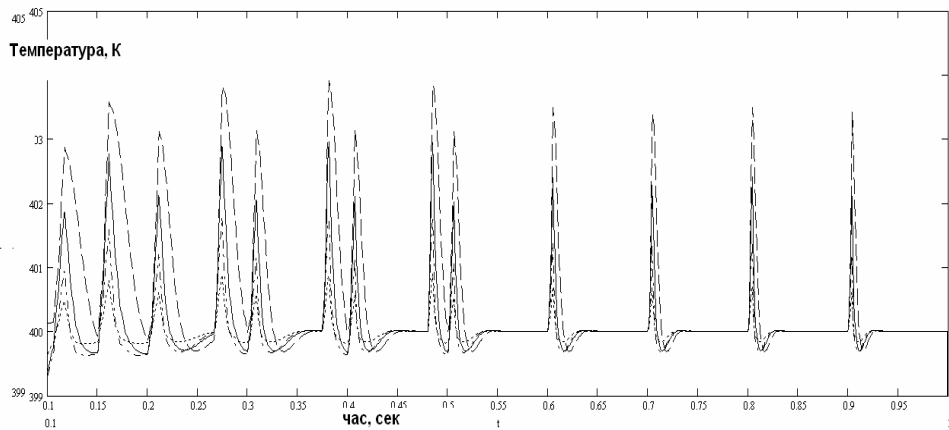


Рис 1. Температурні розподіли отримані із розв'язку (6)–(8) для вольфраму.

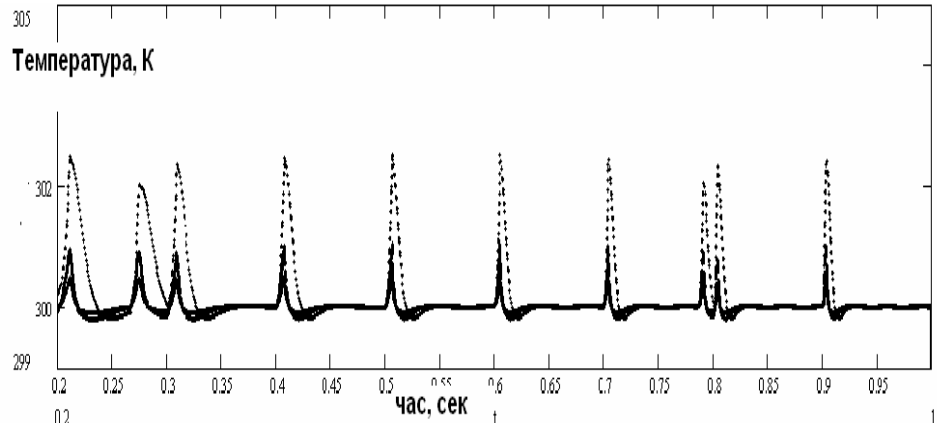


Рис 2. Температурні розподіли отримані із розв'язку (6)–(8) для молібдену. Криві залежності температури від часу отримані в різних точках зразка довжини L .

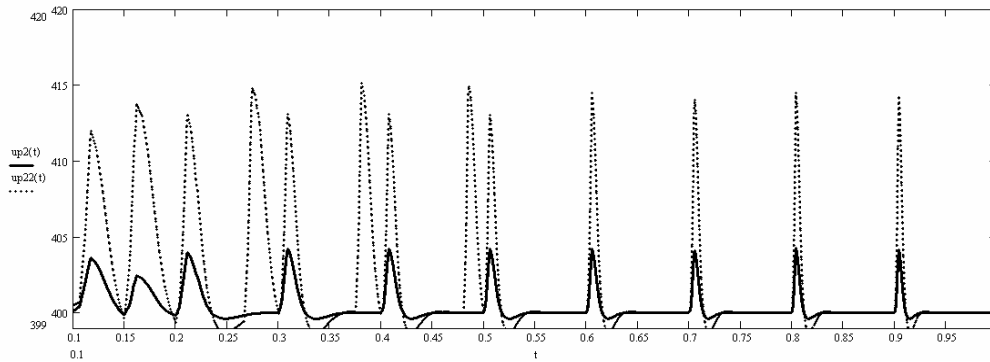


Рис 3. Температурні розподіли отримані із розв'язку (6)–(8) для вольфраму при

$j = 10 \left[\frac{A}{мм} \right]$ – суцільна крива та $j = 2 \cdot 10 \left[\frac{A}{мм} \right]$ пунктирна крива.

5. Висновки

Побудована математична модель теплового процесу під час виготовлення тонкої стрічки під впливом імпульсного джерела тепла. Проведені чисельні розрахунки для матеріалу вольфрам та молібден. Показано, що під час електропластичної обробки металів температура підвищується несуттєво, це підтверджує припущення про те, що теплові процеси слабо впливають на формування фізико-механічних властивостей

ЛІТЕРАТУРА

1. Спицын В.И. Электропластическая деформация металлов / В.И. Спицын, О.А. Троицкий. – М.: Наука, 1985. – 160 с.
2. Троицкий О.А., Моисеенко В.М., Спицын В.И. и др. Электропластическая деформация вольфрама // ДАН СССР. – 1987. – Т. 295. – № 5. – С. 251–255.
3. Ляшенко В. П. Исследование влияния термической составляющей на свойства проволоки при электропластическом волочении / В. П. Ляшенко Е. Б. Кобыльская, Т. А. Григорова, О. А. Троицкий // Вісник Кременчуцького національного університету імені Михайла Остроградського. – Кременчук, 2011. – Вип. 4/2011 (69), част. 1. – С. 57–62.
4. Троицкий О.А. Ультразвуковое электропластическое плющение металла // Вестник научно-технического развития. – 2009. – № 10 (26). – С. 42–49.
5. Влияние электромагнитных полей на пластичность и прочность материалов: под. ред. В.Е. Громова. – Новокузнецк: Изд-во «СибГИУ», 2011. – 218 с.
6. Троицкий О.А. Электропластическое волочение и новые технологии создания облегченных проводов / О.А. Троицкий, В. И. Сташенко, В.Г. Рыжков, В.П. Ляшенко, Е.Б. Кобыльская // Вопросы атомной науки и техники (ВАНТ). – Харьков, 2011. – Вып. 4/2011. – С. 111–117.
7. Ляшенко В.П. Математична модель термоциклічної обробки металевих матеріалів / В.П. Ляшенко // Вісник Кременчуцького державного політехнічного університету. – Кременчук, 2003. – Вип. 6/2003 (23). С.- 8–11.