УДК. 621. 396. 1

Оценка ошибок измерения радиальных скорости и ускорения цели по данным моделирования

 Φ . М. Андреев¹, А. В. Статкус²

¹Харьковский Национальный университет им. В. Н. Каразина, Украина, Харьков, 61077, пл. Свободы, 4 ²Харьковский Национальный технический университет «Харьковский политехнический институт», Украина, Харьков, 61002, ул. Фрунзе, 21

Установлены нижние границы результирующих среднеквадратических ошибок оценок радиальной скорости и радиального ускорения, определяемых системами когерентной обработки пачечного сигнала радиолокационных станций надгоризонтного обнаружения баллистических и космических объектов, по данным моделирования. Полученные результаты использованы для определения направлений дальнейшего совершенствования таких систем.

Ключевые слова: радиолокационные станции надгоризонтного обнаружения, система когерентной обработки пачечного сигнала, измерение радиальных скорости и ускорения, моделирование.

Установлені нижні межі результуючих середньоквадратичних помилок радіальних швидкості та прискорення, які визначаються системами когерентної обробки пачечного сигналу радіолокаційних станцій надгоризонтного виявлення балістичних і космічних об'єктів. Результати, що отримані, використанні для визначення напрямків подальшого удосконалення таких систем.

Ключові слова: радіолокаційні станції надгоризонтного виявлення, система когерентної обробки пачечного сигналу, вимірювання радіальних швидкості та прискорення, моделювання.

Set lower limits of the resulting estimates of the mean square error of radial velocity and acceleration defined by systems of coherent processing of radar signals pachechnogo nadgorizontnogo detect ballistic and space vehicles. The results are used to guide further development of such systems.

Key words: radar detection nadgorizontnogo, coherent processing system pachechnogo signal, measurement of radial velocity and acceleration, simulation.

Постановка проблемы. В связи с высокими по сравнению с аэродинамическими целями скоростями движения баллистических И космических объектов (БКО) требования к точности измерения радиальной скорости R⁽¹⁾ существенно возрастают. Известно [1, С. 14], что даже при прямолинейном движении БКО имеют место ненулевое радиальное ускорение $R^{(2)}$. Оно, с одной стороны, оказывает влияние на предельную точность $R^{(2)} >> \lambda/2T$, где Tизмерения частоты при выполнении условия длительность локации цели [2]. С другой стороны, в ряде практических случаев возникает задача высокоточного измерения не только $R^{(1)}$, но и $R^{(2)}$. Например, в мирное время опасность представляют падение на Землю космических аппаратов (станция «Мир» и т. п.) и несанкционированные пуски БР международными террористами. В том и другом случаях от РЛС надгоризонтного обнаружения (НГО) БКО требуется определять с достаточной

© Андреев Ф. М., Статкус А. В., 2013

точностью координаты точек падения (ТП) объектов. Точность определения ТП характеризуется площадью полного эллипса рассеивания ошибок ТП объектов [3]

$$S_{TTI} = 4\pi\sigma_H \sigma_L \tag{1}$$

где σ_H, σ_L .- среднеквадратические ошибки (СКО) по боковому отклонению и дальности, характеризуемые поперечной и продольной полуосями эллипса. Параметры траекторий БР и элементов орбит КО связаны дифференциальными уравнениями движения [4]. В качестве таковых выбирают 6 постоянных (начальных условий) интегрирования уравнений движения. В местной сферической системе координат такими параметрами являются вектор оценок положения (дальность \hat{R} , азимут \hat{E} , угол места $\hat{\theta}$) и вектор оценок скорости (радиальная скорость $\hat{R}^{(1)}$, азимутальная скорость $\hat{E}^{(1)}$, угломестная скорость $\hat{\theta}^{(1)}$) БКО. В работе [3, С. 202, фиг. 26,27] установлено, что существует линейная связь между σ_H , σ_L и СКО измерения азимута $\sigma_{\hat{E}}$ и угла места $\sigma_{\hat{\theta}}$ БКО (для угла места, если σ_{θ} не превосходит 0,17⁰)

$$\sigma_{H} = k_{H} \sigma_{\pounds}; \quad \sigma_{L} = k_{L} \sigma_{\pounds}; \tag{2}$$

где k_H , k_L -коэффициенты пропорциональности, имеющие размерность км / град. Покажем, что использование высокоточных измерений $R^{(2)}$ позволяет в РЛС НГО повысить точность определения координат ТП,

Интегрирование уравнений движения всех БКО, находящихся в зоне обзора РЛС, в реальном масштабе времени невозможно [4]. Поэтому определение нужных параметров осуществляется на основе кинематических моделей движения БКО, которые используются при сглаживании (фильтрации) измерений координат. В работе [4, С. 199] установлена возможность уточнения оценок азимутальной $\mathcal{E}^{(1)}$ и угломестной $\mathcal{D}^{(1)}$ скоростей по результатам дополнительных независимых высокоточных измерений $R^{(2)}$. Можно показать, что в случае атакующей цели ($\varepsilon^{(1)}=0$) степень уточнения оценки угломестной скорости $\mathcal{D}^{(1)}$ характеризуется соотношением

$$\sigma_{\delta^{(1)}}^{2} / \sigma_{\delta^{(1)}(R^{(2)})}^{2} \approx \sigma_{R_{C}^{(2)}}^{2} / \sigma_{R_{BH^{-}}^{(2)}}^{2} = P \quad , \tag{3}$$

где, $\sigma_{\mathfrak{G}^{(1)}}^2$, $\sigma_{\mathfrak{G}^{(1)}(R^{(2)})}^2$ - дисперсии оценок угломестной скорости при отсутствии и наличии независимых высокоточных измерений $R^{(2)}$; $\sigma_{\mathfrak{K}_{C}^{(2)}}^2$, $\sigma_{\mathfrak{K}_{BH}^{(2)}}^2$ дисперсии оценок радиального ускорения, получаемые по результатам сглаживания измерений R цели и дополнительных высокоточных измерений $R^{(2)}$ соответственно. В случае пролетающей цели ($\theta^{(1)} = 0$) соотношение (3) справедливо для азимутальной скорости. Наличие независимых измерений скоростей изменения координат $y^{(1)} \in (\pounds^{(1)}, \bullet^{(1)})$ позволяет повысить точность оценок самих координат $y \in (\pounds, \bullet)$ при сглаживании *n* результатов измерений. При этом дисперсия оценки сглаженной координаты σ_{yn}^2 имеет вид [5, С. 315, (4.78)]

$$\sigma_{yn}^{2} = \frac{4(n-1)^{2}\sigma_{y}^{2}}{n(n^{2}-1+12c)^{2}} \left[\frac{(n+1)(2n-1)}{2} + \frac{3c(5n-1)}{n-1} + \frac{36c^{2}}{(n-1)^{2}} \right], \quad (4)$$

где σ_y^2 - дисперсия ошибки одиночного измерения координаты $y \in (\pounds, \varPhi)$, и с учетом [5, C. 308, (4.63)]

$$c = P\sigma_y^2 / T_0^2 \sigma_{y^{(1)}}^2 = P n (n^2 - 1) / 12 T_0^2 , \qquad (5)$$

а T_0 - период поступления результатов измерений. Степень уменьшения СКО измерения угловой координаты по результатам сглаживания описывается выражением

$$B = \frac{\sigma_{yn}(c=0)}{\sigma_{yn}(c\neq0)} = \frac{1+12c/(n^2-1)}{\sqrt{1+6c(5n-1)/(n+1)(2n-1)(n-1)+72c^2/(n+1)(2n-1)(n-1)}}$$
(6)

Максимальное значение B, а, следовательно, уменьшение площади эллипса ошибок ТП, при $n \to \infty$ и $c \to \infty$ составляет 2 раза. Истинное значение Bопределяется конкретной величиной параметра c. Необходимое для расчета P значение $\sigma_{R^{(2)}}$ описывается выражением [5, С. 308, (4.68)]

$$\sigma_{\hat{R}_{c}^{(2)}} = 12\sqrt{5} \cdot \sigma_{R} / T_{0}^{2} \sqrt{n(n^{2}-1)(n^{2}-4)}.$$
⁽⁷⁾

А вот выражение для оценки дисперсии $\sigma^2_{\hat{R}^{(2)}_{BH}}$ высокоточного измерения $R^{(2)}$ в известной литературе отсутствует.

Анализ результатов известных исследований. Работ, посвященных вопросам измерения радиальных скорости и ускорения немного. Аналоговая система, обеспечивающая измерения $R^{(1)}$ и $R^{(2)}$, рассмотрена в работе [6]. В работе [7] приведена полная совместная корреляционная матрица ошибок оценок R, $R^{(1)}$ и $R^{(2)}$ для одиночного импульсного сигнала. То, что наилучшим зондирующим сигналом, обеспечивающим высокоточные измерения $R^{(1)}$ и $R^{(2)}$ является когерентная пачка зондирующих сигналов впервые сказано в работе [8]. Установлено, что совместные оценки $R^{(1)}$ и $R^{(2)}$ становятся независимыми и наилучшими, если момент измерения привязан к середине пачки импульсов. Детально функция рассогласования в координатах $R^{(1)}$ и $R^{(2)}$ рассмотрена в работе [9]. В работе [10] проведена оценка общего числа каналов системы

фильтрации когерентной импульсной последовательности. Однако, ни в одной из перечисленных работ нет формул для расчета ошибок измерения $R^{(1)}$ и $R^{(2)}$. Исключение – работа [11], в которой приведены выражения потенциальных (шумовых) ошибок измерения данных параметров.

Нерешенная часть проблемы. Помимо шумовой составляющей суммарная ошибка измерений $R^{(1)}$, $R^{(2)}$ содержит аппаратурные ошибки за счет дискретности отсчетов и несовершенства аппаратуры, ошибки распространения, обусловленные случайными изменениями параметров среды, т. е. зависит от типа РЛС НГО БКО. Такие РЛС имеют только Россия, США, Украина, Китай и Франция. Отличительными чертами национальных РЛС НГО Украины «Днепр -М» являются метровый диапазон ($\lambda \approx 1,9$ м) и наличие аналого-цифровой системы когерентной обработки пачечного сигнала (АЦСКО) [12]. Необходимо определить суммарные ошибки измерения $R^{(1)}$ и $R^{(2)}$ этой РЛС. Проведение натурного эксперимента с участием сложных систем, каковыми является даже АЦСКО, связано не только с организационными трудностями, но и со значительными материальными затратами. Поэтому проведем оценку этих ошибок по данным имитационного моделирования, причем имитационная модель калибруется по известным частным результатам натурного эксперимента. Такой метод моделирования считается близким к натурному эксперименту [13, 14].

Цель статьи: оценка ошибок измерения радиальной скорости и радиального ускорения цели по данным имитационного моделирования.

Основная часть. 1. Описание имитационной модели

Статистическая имитационная модель учитывает следующие аспекты процесса функционирования АЦСКО:

1. Входное воздействие представляет собой аддитивную смесь сигнальной и помеховой фазовых последовательностей. Сигнальная фазовая последовательность $\{\varphi_{0l}\}_{1}^{N}$ соответствует закону движения БКО на интервале накопления пачки T_{H}

$$\varphi_{0l} = \left(4p/\pi\right) \sum_{n=1}^{2} R_{0}^{(n)} \left(t_{0} - t_{l}\right)^{n} / n!, \ l = \overline{1, N},$$
(8)

где $R_0 = (R_0^{(1)}, R_0^{(2)})^T$ - вектор истинных значений радиальных параметров движения БКО, t_0 - момент привязки измерений, t_l - момент прихода l-го отсчета (импульса) сигнала. В условиях моделирования предусматривалось N= 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32.

2. Помеховая фазовая последовательность моделирует шум, эквивалентный действию флюктуационных и медленно-меняющихся ошибок (MMO). Она формируется из калиброванной выборки гауссового белого шума $N(0, y_{\phi 1}), y_{\phi 1} = 1$ рад. Среднеквадратическое отклонение (СКО) эквивалентного фазового шума в условиях функционирования АЦСКО РЛС НГО составляет $y_{\phi 1} = 0,2...0,3$ рад. Для выявления зависимости качества оценок от интенсивности

помехи исследования проводились при $y_{\varphi 1} = 0,2$; 0,4; 0,6; 0,8; 1,0 рад, что достигалось умножением отсчетов калиброванной выборки гауссового белого шума N(0,1) на коэффициент 0,2; 0,4; 0,6; 0,8; 1,0 соответственно.

3. Входное воздействие поступает на процедуры формирования логарифма апостериорного распределения вероятности (ЛАРВ), которые моделируют алгоритм расчета корреляционного интеграла в точках, соответствующих гипотезам относительно значений вектора R_{AUCKO} значений радиальных параметров движения БКО

$$H_{ij}: R_{\text{AIICKO}} = \left(R_i^{(1)}, R_j^{(2)}\right)^T = [R_{\text{AIICKO}}]_{ij}$$
(9)

области априорного существования вектора оцениваемых радиальных параметров, взятых с шагом

По дискретной реализации ЛАРВ определяется аргумент его максимума, представляющий собой оценку максимального правдоподобия (ОМП) радиальных параметров движения БКО с точностью до шага (10) гипотезы по оцениваемым параметрам. Предусматривается возможность уточнения ОМП в пределах главного лепестка ЛАРВ несколькими вариантами для уменьшения ошибок дискретности.

4. Поскольку АЦСКО формирует дискретный ЛАРВ для устранения ошибок дискретности статистической модели сигнальная фазовая последовательность моделируется таким образом, чтобы параметры входного сигнала R_0 совпадали с одним из узлов дискретной решетки гипотез АЦСКО H_{ij} : $R_0 = [R_{AUCKO}]_{ij}$. В этом случае дискретность формирования ЛАРВ не сказывается на точности оценок, и их ошибки могут рассматриваться как статистическая оценка нижней границы ошибок измерения соответствующего параметра.

5. Число реализаций оценки вектора R_{AILCKO} (объем испытательной выборки) выбирается исходя из требования обеспечения приемлемого уровня доверительной вероятности оценивания $p_{довер}$ и погрешности оценивания математического ожидания исследуемых оценок де_n при наличии оценки дисперсии оценки \hat{y}_n^2 согласно выражению [15, с. 70, (35)]

$$m_0 = \frac{Z_{1-0,50}^2 \hat{y}_n^2}{\left(\pi e_n \right)^2} , \qquad (11)$$

где $Z_{1-0,50}$ – квантиль распределения оценки, соответствующий уровню значимости о = 1 – $p_{\text{довер}}$. В ходе эксперимента была установлена нормальность исследуемых оценок. Максимальная дисперсия оценок при отсутствии аномальных измерений и дискретной схеме оценивания параметра для любого

n не превосходит $\widehat{y}_{max,n}^2 = (\pi R^{(n)}/2)^2$. Именно она используется при выборе гарантированного числа опытов m₀ в (11). Для обеспечения компромисса проведении между производительностью ЭBМ, используемой при эксперимента, точностью и достоверностью результатов эксперимента погрешность оценивания математического ожидания ошибок исследуемых (5,6% шага гипотезы), в оценок выбиралась на уровне $de_n = 0.056 dR^{(n)}$ *p*_{довер} = 0,95 (что качестве доверительной вероятности – значение соответствует Z_{0 975} = 1,96). При таких выбранных значениях величин согласно (11) объем испытательной выборки составил $m_0 = 300$ опытов. Отметим, что согласно (11) при $m_0 = const$ фактическая y_n оценки равна

$$де_n = Z_{1-0,50} y_n / \sqrt{m_0}.$$

имеем $де_n / R^{(n)} = 5.6 \cdot 10^{-3}.$
(12)

Так при у_n = $0,1\hat{y}_{max,n}$ имеем де_n/ $R^{(n)} = 5,6 \cdot 10^{-3}$. 6. Выборочные СКО каждой исследуемой оценки параметра $R^{(n)}$ из состава

вектора \mathbf{R}_{AUCKO} по результатам m_0 опытов рассчитываются как [14]

$$\mathbf{e}_{c,n} = \widehat{\mathbf{y}}\left(R^{(n)}\right) = \left[\frac{1}{m_0 - 1} \sum_{m=1}^{m_0} \left(R_0^{(n)} - \widehat{R}_m^{(n)}\right)^2\right]^{0,5}, \qquad (13)$$

где n = 1, 2, $\hat{R}_m^{(n)}$ - *m*-ая реализация оценки АЦСКО параметра $R^{(n)}$.

2. План проведения эксперимента. В теории планирования эксперимента форма записи условий проведения опытов задается матрицей плана в виде таблицы, столбцы которой соответствуют і-ой точке факторного пространства из состава спектра плана, принадлежащей области планирования [16]. Матрица плана эксперимента приведена в табл. 1.

i	1	2	3	4	5	6	7
Δ_{01i}	0	0	0	0	0	0	0
Δ_{02i}	0	0	0	0	0	0	0
У _{<i>ф</i>і}	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
N	8	12	16	20	24	28	32
m_{0i}	300	300	300	300	300	300	300

Таблица 1. Матрица плана эксперимента

Каждая строка матрицы плана содержит значения соответствующего фактора в различных точках спектра. Последняя строка матрицы плана содержит число параллельных опытов в каждой точке спектра плана.

В соответствии с описанной выше методикой факторное пространство образуют подлежащие оценке радиальные параметры, представленные в точках факторного пространства в виде расстройки входного и ближайшего к нему опорного сигнала по соответствующему параметру, приведенной к шагу опорных сигналов по этому параметру

$$\Delta_{0n} = \left| R_0^{(n)} - R_{\text{БЛИЖ}}^{(n)} \right| / \mathfrak{A} R^{(n)} \in [0; 0, 5], \ n = 1, 2,$$
(14)

СКО входного фазового шума у $_{\phi i}$ и число N импульсов в пачке. Спектр плана состоит из семи точек факторного пространства.

3. Результаты моделирования. Исследования проводилась для значений аппаратурных ошибок, получаемых при отношении сигнал / шум по мощности, равном $q_0^2 = 100$, и максимальных значениях остаточной ионосферной ошибки после ее компенсации. В условиях средних широт компенсация ионосферной ошибки снижает величину результирующей СКО $R^{(1)}$ почти на порядок. Однако компенсация ионосферной ошибки слабо влияет на величину результирующей СКО измерения радиального ускорения.

На рис.1 и 2 приведены зависимости результирующих СКО радиальной скорости $R^{(1)}$ и радиального ускорения $R^{(2)}$ от числа накапливаемых импульсов N. Кривые СКО радиальной скорости $R^{(1)}$ и радиального ускорения $R^{(2)}$, полученные по результатам статистического моделирования, обозначены, как ε_{C1} и ε_{C2} соответственно. На этих же рисунках приведены кривые $\varepsilon_{C1} \pm \delta \varepsilon_1$ и $\varepsilon_{C2} \pm \delta \varepsilon_2$, где $\delta \varepsilon_n = 0,056 \delta R^{(n)}$, n = 1,2; которые задают границы доверительных коридоров, содержащих истинное значение ошибки с доверительной вероятностью, равной $p_{довер} = 0,95$.



Рис.1. СКО радиальной скорости в зависимости от числа импульсов N в пачке.



Рис.2. СКО радиальной скорости в зависимости от числа импульсов N в пачке.

На рис. 1 и 2 кривые СКО радиальной скорости ε_{A1} и радиального ускорения ε_{A2} получены с использованием аналитической модели [17]. Эти кривые принадлежат доверительным интервалам в пределах заданного коридора значений N. Данный факт может рассматриваться как свидетельство адекватности аналитической модели результатам статистических испытаний [16].

Приведенные графики могут быть использованы в качестве нижней границы ошибок оценок радиальной скорости $\widehat{R}^{(1)}$ и радиального ускорения $\widehat{R}^{(2)}$, выдаваемых АЦСКО, детально рассмотренной в работах [12,17], т.е. без учета ошибок дискретности, вносимых данной системой. Ошибки дискретности с помощью специальных алгоритмов обработки могут быть сведены до приемлемой величины. Полученная информация дает возможность, с одной стороны, использовать ее для оценки эффективности применения систем когерентной обработки пачечного сигнала в составе РЛС а, с другой стороны, для исследования возможностей повышения точности оценок, выдаваемых такими системами.

Анализ зависимостей на рис. 1 и 2 позволяет сделать следующие выводы:

1. В случае компенсации ионосферных ошибок точность оценки радиальной скорости $R^{(1)}$ на доступных для РЛС НГО интервалах накопления T_H до $N \le 32$ импульсов оказывается весьма высокой. При увеличении интервала накопления

 $T_{\rm H}$ в два раза (до N = 32 вместо N = 16) имеется возможность снижения нижней границы ошибки оценки радиальной скорости $R^{(1)}$ от примерно 0,45 м/с до 0,3 м/с.

2. Компенсация ионосферной ошибки слабо влияет на величину результирующей СКО измерения радиального ускорения $\hat{R}^{(2)}$ при $N \le 20$. Точность оценки радиального ускорения $\hat{R}^{(2)}$ в режиме захвата и сопровождения цели, когда N = 8, равна $\varepsilon_{A2} \approx 2 \text{ м/c}^2$, что в 4...5 раз ниже ее точности в специальном, дополнительном режиме (режим фазотраекторного накопления ФТН-16), когда цель облучается пачкой из 16 импульсов [12]. Тем не менее, она достаточно высока, чтобы оказывать влияние на точность алгоритма точной обработки, входящего в состав комплексного рабочего алгоритма РЛС НГО и обеспечивающего измерение параметров траекторий баллистических ракет, а также орбит ИСЗ. Однако, в штатном алгоритме РЛС НГО типа 5H86 при N = 8 оценка $\hat{R}^{(2)}$ не формируется [12].

Таким образом, результаты модельного анализа точностных характеристик оценок максимального правдоподобия радиальных параметров, получаемых по данным работы АЦСКО, свидетельствуют о наличии у данной системы значительных информационных резервов, которые в настоящее время не используются. На основании полученных результатов в качестве направлений дальнейшего совершенствования АЦСКО, рассмотренной в [12], можно назвать:

1. Формирование в режиме сопровождения (N = 8) оценки не только $\mathbf{R}^{(1)}$, но и оценки $\hat{R}^{(2)}$, т. е. вектора оценок : $R_0 = [R_{AUCKO}]_{ii} = (R_i^{(1)}, R_i^{(2)})$.

2. Организация режима облучения пачкой из N = 32 импульсов дополнительно к режиму облучения пачкой из 16 импульсов.

Выводы. Установлены нижние границы результирующих среднеквадратических ошибок оценок радиальной скорости и радиального ускорения, определяемых системами когерентной обработки пачечного сигнала РЛС надгоризонтного обнаружения баллистических и космических объектов. Полученные результаты модельного анализа позволили определить направления дальнейшего совершенствования аналого-цифровых систем обработки пачечного сигнала.

ЛИТЕРАТУРА

- Тузов Г.И. Выделение и обработка информации в допплеровских системах. М.: Сов. радио, 1967. – 256 с.
- Кузьменков В. Ю., Логинов В. А. Анализ влияния учета производных дальности цели при радиолокационных измерениях. Радиотехника, 1998, №7, С. 10-15.
- 3. Шапиро И. И. Расчет траекторий баллистических снарядов по данным радиолокационных измерений. М.: ИЛ, 1961. 319с.

- 4. Саврасов Ю. С. Алгоритмы и программы в радиолокации. М.: Радио и связь, 1985. 216с.
- 5. Кузьмин С.З.Цифровая обработка радиолокационной информации. М.: Сов. радио, 1967. 400с.
- 6. Kibbler, G.O.T.H.: A Radar Pulse Train Optimum Processor for Accelerating Targets.-"Trans. IEEE", v.AES 3 ,pp. 808 818, September, 1967.
- 7. Kelly E.J.: The Radar Measurement of Range, Velocity and Acceleration. "IEE Trans", v.MIL, p.51-57, April, 1961.
- 8. Rihacrek A. W.: Radar performance on Targets with range acceleration // "IEEE Trans.", v.AES 7, №4. pp. 711 716, 1971.
- 9. Mitchell R.L. Resolution in Doppler and acceleration with coherent pulse trains // "IEEE Trans," - 1971.- v. AES – 7,№4.-pp. 630-636.
- Обработка сигналов в многоканальных РЛС / А. П. Лукошкин, С. С. Каринский, А. А. Шаталов и др.; Под ред. А. П. Лукошкина. М.: Радио и связь, 1983. 328с.
- Андреев Ф. М., Статкус А. В. Потенциальные возможности корреляционной обработки пачечных когерентных радиолокационных сигналов в координатах первых трех производных дальности цели// Сб. науч. трудов 2-го Международного радиоэлектронного форума «Прикладная радиоэлектроника. Состояние и перспективы развития». Харьков. Т. 2. 2005. С. 147 150.
- 12. Радиотехнические станции надгоризонтного обнаружения войск ПРН / Учебник под ред. Андреева Φ. М. Харьков: ВИРТА. 1983. 444с.
- Снапелев Ю. М., Старосельский В. А. Моделирование и управление в сложных системах. – М.: Советское радио. – 1974. – 264с.
- 14. Шаракшане А. С., Железнов И. Г., Ивницкий А.С. Сложные системы. М.: Высшая школа, 1977. 247с.
- 15. Бусленко Н. П. Математическое моделирование производственных процессов. М.: Наука, 1964. 313с.
- 16. Демидов Б. А. Теория и методы военно научных исследований вооружения и военной техники. Харьков: ВИРТА ПВО. 1990. 558с.
- Андреев Ф. М., Статкус А. В. Оценка точности измерения радиальных скорости и ускорения цели по данным системы когерентной обработки РЛС // Известия вузов. Радиоэлектроника. – Киев: НТУУ «КПИ». – т. 56, 2013. – в печати.