УДК 537.874.6; 519.64

Дискретная математическая модель 3D дифракции электромагнитной волны на осесимметричном рефлекторе

С. В. Жученко

Харьковский национальный университет имени В.Н. Каразина, Украина

В статье предлагается метод численного выделения особенностей в гиперсингулярных уравнениях возникающих в трёхмерной задаче дифракции электромагнитного поля на аксиальносиметричных поверхностях. Созданная на основе такой модели программа ЭВМ испытывается дифракцией плоской электромагнитной волны на параболоиде вращения в широком диапазоне частот и полученные результаты сравниваются с результатами полученными с помощью программного комплекса “EDEM 3d”.

Ключевые слова: *гиперсингулярное интегральное уравнение, численное решение, компьютерный эксперимент, задача дифракции.*

В статті пропонується метод чисельного виділення особливостей в гіперсингулярних рівняннях виникаючих в тримірній задачі дифракції електромагнітного поля на аксиальносиметричних поверхнях. Створена на основі такої моделі програма ЕОМ випробовується дифракцією плоскої електромагнітної хвилі на параболоїді обертання в широкому диапазоні частот та одержані результати порівнюються з результатами отриманими за допомогою програмного комплекса “EDEM 3d”.

Ключові слова: *гіперсингулярне інтегральне рівняння, чисельний розв’язок, метод виділення особливостей, задача дифракції.*

In the paper was proposed method of the numerical detaching the singularity from hyper singular equation of arising into three-dimensional task of the diffraction electromagnetic field towards axially symmetric surface. Created on bases of such model program IBM are test by diffraction of a plane electromagnetic wave of the wide-ranging frequencies and obtain results compared with results which received by established system IBM “EDEM 3d”.

Key words: *hyper singular integral equations, numerical solution, computer-based experiment, diffraction problem.*

1. Введение

Рассматривается численная модель дифракции произвольной монохроматической квазистационарной электромагнитной волны на осесимметричной не замкнутой идеально проводящей гладкой поверхности. Трёхмерный вариант этой модели рассматривался мною и ранее. Результаты первых вычислительных экспериментов с использованием такой модели були опубликованы в совместной с профессором В.А. Щербиной статье Вестника ХНУ [2]. О важности выделения особенностей при применении такой модели, а также об одном методе численного выделения гиперсингулярных, сингулярных и логарифмических особенностей докладывалось мною на симпозиуме МДОЗМФ в 2013 году.

В настоящей статье предлагается иной способ выделения особенностей в интегральном уравнении, а также иначе организуется вычислительный процесс в программе.

В заключение эта универсальная вычислительная программа испытывается на отражетеле в форме параболоида вращения. В широком диапазоне частот отражатель облучается плоской электромагнитной волной. Рассматривается вариант, когда волна распространяется вдоль оси отражателя. Результаты численных экспериментов сравниваются с аналогичными, полученными с помощью широко известного универсального программного комплекса ЭВМ EDEM 3d [3].

2. Описание вычислительной модели.

Поверхность рефлектора S получается вращением её образующей r вокруг оси z. Для задания цилиндрических координат поверхности вращения в качестве аргумента удобно использовать длину дуги образующей s, то есть $r = r(s),\ z = z(s)$..Это существенно расширяет класс моделируемых поверхностей в сравнении с вариантом, когда аргументом служит координата на оси вращения.

Декартовы координаты поверхности S можно записать через цилиндрические координаты φ, z, r по формулам: $\bar{x} = \bar{x}(\varphi, s) = \tilde{x}(\varphi, s) + z(s)\bar{e}_3$, где $\tilde{x}(\varphi, s) = r(s)\tilde{e}(\varphi)$, $\tilde{e}(\varphi) = \cos(\varphi)\bar{e}_1 + \sin(\varphi)\bar{e}_2$. Единичные вектора касательных к параллелям и меридианам поверхности равны, соответственно: $\bar{\tau}_1(\varphi) = \tilde{e}'(\varphi),\ \bar{\tau}_2(\varphi, s) = r'(s)\tilde{e}(\varphi) + z'(s)\bar{e}_3$.

$\bar{n}(\varphi, s) = -z'(s)\tilde{e}(\varphi) + r'(s)\bar{e}_3 -$ нормаль к поверхности S.

В рассматриваемой модели электрическое поле дифракции первичного поля $\bar{E}_0(\bar{x})$ на рефлекторе S представляется в $R^3 \setminus S$ ротором от потенциалов двойного и простого слоёв:

$$\bar{E}_1(\bar{x}) = \nabla \times \int_S \left[\bar{j}(\bar{y}) \frac{\partial}{\partial \bar{n}(\bar{y})} - K\,\bar{j}(\bar{y}) \right] \frac{e^{ip|\bar{x}-\bar{y}|}}{|\bar{x}-\bar{y}|} ds_y, \tag{1}$$

где $\bar{j}(\bar{y}(\varphi, s)) = u(\varphi, s)\,\bar{\tau}_1(\varphi) + v(\varphi, s)\bar{\tau}_2(\varphi, s)$ -искомое векторное поле решения задачи, определяемое на поверхности S и касательное к ней.

$$K\,\bar{j}(\bar{y}(\varphi, s)) = k_1(\bar{y})\big(\bar{j}(\bar{y}), \bar{\tau}_1(\bar{y})\big)\bar{\tau}_1(\bar{y}) + k_2(\bar{y})\big(\bar{j}(\bar{y}), \bar{\tau}_2(\bar{y})\big)\bar{\tau}_2(\bar{y}).$$

Здесь $k_1(\bar{y}),\quad k_2(\bar{y}) -$ главные кривизны поверхности S.

Так представленное поле дифракции удовлетворяет дифференциальному уравнению Гельмгольца

$$\Delta\bar{E}_1(x) + p^2\bar{E}_1\{x\} = 0, \qquad x \in \Omega \in R^3 \setminus S, \quad p^2 = \frac{\omega^2}{c^2}, \tag{2}$$

и дифференциальному уравнению

$$\left(\nabla, \overline{E}_1(x)\right) = 0, \qquad x \in \Omega. \tag{3}$$

Кроме того выражение (1) удовлетворяет условию излучения на бесконечности

$$E_1(x) = C_0\left(\frac{x}{|x|}\right)\frac{e^{ik|x|}}{|x|} + O\left(\frac{1}{|x|^2}\right), \qquad при \quad |x| \to \infty. \tag{4}$$

На идеально проводящем экране рефлектора полное поле $\overline{E}(\overline{x}) = \overline{E}_0(\overline{x}) + \overline{E}_1(\overline{x})$ должно удовлетворять условию $\overline{n}(\overline{x}) \times \overline{E}(\overline{x}) = 0$, что для неизвестного поля $\bar{j}(\overline{y}),\ \overline{y} \in S$ даёт на S краевое условие вида:

$$\lim_{\varepsilon\to 0}\overline{n}(\overline{x}) \times \left[\nabla \times \oint_S \left\{\bar{j}(\overline{y})\frac{\partial}{\partial \overline{n}(\overline{y})} - K\,\bar{j}(\overline{y})\right\}\frac{e^{ip|\overline{x}_\varepsilon - \overline{y}|}}{|\overline{x}_\varepsilon - \overline{y}|}ds_y\right] = \overline{E}_0(\overline{x}) \times \overline{n}(\overline{x}), \tag{5}$$

где $\overline{x}_\varepsilon = \overline{x} + \varepsilon\,\overline{n}(\overline{x}),\ \overline{x} \in S$.

Как показано в [1], представление для искомого касательного поля решения в виде $\bar{J}(\overline{y}) = \bar{j}(\overline{y})\dfrac{\partial}{\partial \overline{n}(\overline{y})} - K\,\bar{j}(\overline{y})$ обеспечивает существование предела $\left(\lim\limits_{\varepsilon\to 0}\right)$ для любого гладкого поля $\bar{j}(\overline{y})$, не зависимо от знака ε .и единственность поставленной задачи (5).

Касательные к поверхности S вектора в правой и левой части выражения (5) в некоторой точке наблюдения $\overline{x} \in S$ проектируются на касательные к той же поверхности вектора $\overline{\tau}_1(\overline{x})$ и $\overline{\tau}_2(\overline{x})$. В результате получается система из двух скалярных интегральных уравнений относительно неизвестных скалярных функций $u(\overline{y})$ и $v(\overline{y})$:

$$\left(\overline{\tau}_m(\overline{x}), \oint_S \overline{n}(\overline{x}) \times \left[\bar{J}(\overline{y}) \times \nabla_x \frac{e^{ip|\overline{x} - \overline{y}|}}{|\overline{x} - \overline{y}|}\right]ds_y\right) = \left(\overline{n}(\overline{x}) \times \overline{E}_0(\overline{x}), \overline{\tau}_m(\overline{x})\right), m = 1,2 \tag{6}$$

Здесь $\oint$ понимается в смысле предела по $\varepsilon \to 0$, как это представлено в (5).

Поскольку S поверхность вращения, то естественно искомые функции $u(\overline{y}), v(\overline{y})$ в выражении для псевдовекторного поля $\bar{j}(\overline{y})$ разложить в ряды Фурье по круговой переменной φ. Подставив полученные ряды Фурье в левую часть уравнения (6), после интегрирования по круговой переменной φ, получим бесконечную цепочку независимых друг от друга гиперсингулярных интегральных уравнений по переменной s, которые будут являться параметрическим представлением по точке наблюдения $\bar{x}$ для коэффициентов Фурье правой части выражения (6). В результате система (6) превратится в бесконечную цепочку независимых друг от друга систем скалярных гиперсингулярных интегральных уравнений для различных гармоник рядов Фурье функций $u(\bar{y}), v(\bar{y})$, то есть для пар функций $\begin{pmatrix} u_q(s) \\ v_q(s) \end{pmatrix}$, $q = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$

Пару таких гиперсингулярных интегральных уравнений для неизвестных пар функций гармоники q можно представить так

$$\begin{pmatrix} \int\limits_{-L}^{L} K_{11}^{q}(\bar{x},s)\,u_q(s)\,ds + \int\limits_{-L}^{L} K_{12}^{q}(\bar{x},s)\,v_q(s)\,ds = f_q^1(\bar{x}) \\ \int\limits_{-L}^{L} K_{21}^{q}(\bar{x},s)\,u_q(s)\,ds + \int\limits_{-L}^{L} K_{22}^{q}(\bar{x},s)\,v_q(s)\,ds = f_q^2(\bar{x}) \end{pmatrix}. \qquad (7)$$

Здесь $f_q^1(\bar{x}), f_q^2(\bar{x}) - q$ гармоники рядов Фурье по круговой переменной φ, для двух заданных по условию задачи компонент вектора первичного поля в левой части уравнения (6).

Искомые функции u_q, v_q в (7) зависят от одной переменной s, что серьёзно упрощает решение таких задач.

Чтобы в левой части уравнения (6) провести процедуру интегрирования по круговой переменной φ, на образующей поверхности S при $\varphi = 0$ вводится неравномерная сеть точек, естественные координаты которых определяются по формулам: $s_{0j}^n = L\cos\frac{j}{n}\pi, \quad j = 1,...,n-1$. Здесь L половина длины дуги образующей, а $t_{0j}^n = \cos\frac{j}{n}\pi$ представляют собой $n-1$ различных нулей многочлена Чебышева II -го рода степени $n-1$, т.е. $U_{n-1}(t_{0j}^n) = 0$ [4]. Круговые сечения поверхности S образованные плоскостями перпендикулярными к её оси и проходящии через эти точки, определяют на поверхности S систему круговых полос, по которым будет проводится интегрирование по φ в уравнении (6). Непосредственно перед интегрированием неподвижные точки или как их ещё называют точки наблюдения $\bar{x} \in S$ помещают в одну из таких точек на образующей. Их декартовы координаты при этом равны $\bar{x}_{0i} = (r(s_{0i}^n), 0, z(s_{0i}^n)), i = 1,2,...,n-1$. В каждой из выделенных полос декартовы координаты точек интегрирования равны $\bar{y}(\varphi, s_{0j}^n) = \left(r(s_{0j}^n)\cos\varphi, r(s_{0j}^n)\sin\varphi, z(s_{0j}^n)\right)\ j = 1,\ldots,n-1, \varphi \in [-\pi,\pi]$.

Интегрирование по кругу проводится по формуле прямоугольников с переменным шагом $\Delta\varphi$. Величина $\Delta\varphi$ выбирается обратно пропорционально скорости изменения подинтегрального выражения и определяется программой автоматически.

Кроме того, когда точка наблюдения $\vec{x}_{0i}$ располагается в сечении, где производится интегрирование по кругу, то есть когда $i = j$, при $\varphi = 0$ в ядре возникают особенности, которые выделяются численно. Для этого в левой части уравнения (6) отдельно рассматриваются интегралы, отвечающие потенциалам простого:

$$\left(\bar{\tau}_m(\bar{x}), \oint_S \bar{n}(\bar{x}) \times \left[K\bar{j}(\bar{y}) \times \nabla_x \frac{e^{ip|\bar{x}-\bar{y}|}}{|\bar{x} - \bar{y}|} \right] ds_y \right), m = 1,2. \tag{8}$$

и двойного

$$\left(\bar{\tau}_m(\bar{x}), \oint_S \bar{n}(\bar{x}) \times \left[\bar{j}(\bar{y}) \frac{\partial}{\partial \bar{n}(\bar{y})} \times \nabla_x \frac{e^{ip|\bar{x}-\bar{y}|}}{|\bar{x} - \bar{y}|} \right] ds_y \right), m = 1,2. \tag{9}$$

слоёв. Чтобы избежать деления на нуль в обеих интегралах, смещаем вдоль касательной $\vec{\tau}_2(0, z(s_{0j}^n))$ точки интегрирования на небольшую экспериментально подобранную величину δ. В результате точки интегрирования получает координаты $\bar{y}^*(\varphi, s_{0j}^n) = \bar{y}(\varphi, s_{0j}^n) + \delta\vec{\tau}_2(0, z(s_{0j}^n))$. Ядра интегралов (9), отвечающие потенциалу двойного слоя при $m = 1,2$,

имеют вид выражения $\dfrac{C_m(\bar{x}_{0j}, \bar{y}^*(\varphi, s_{0j}^n))}{\left|\bar{x}_{0j} - \bar{y}(\varphi, s_{0j}^n)\right|^3}$,

где $C_m(\bar{x}_{0j}, \bar{y}^*(\varphi, s_{0j}^n))$ – непрерывные функции. Чтобы выделить гиперсингулярную особенность по переменной s, умножим это выражение на δ^2 и проведём его интегрирование по углу φ в экспериментально подобраном интервале $[-\varphi_0, \varphi_0]$. Интегрирование проводится по обычным формулам прямоугольников, но с переменным шагом $\Delta\varphi$. Для малых значений угла φ этот шаг чрезвычайно мал, а затем, по мере удаления от точки $\bar{x}_{0j}$, он постепенно увеличивается. Вычисленные значения и будут искомыми гиперсингулярными особенностями в данном сечении j, обозначим их через $f_{n-2}^m\left(t_{0j}^n\right)$ для m = 1,2, соответственно. Эти особенности будут использоваться при интегрировании вдоль образующей по s, то есть в гиперсингулярных интегралах

$$\int_{-1}^{1} \frac{f_{n-2}^{m}(t)\eta(t)}{(t-t_0)^2}\sqrt{1-t^2}\,dt \qquad \text{при } m=1,2;. \tag{10}$$

Здесь $\eta(t)=u_q(t)$ или $v_q(t)$ являются искомыми значениями $q-$их гармоник для рядов Фурье функций $u(\bar{y}), v(\bar{y})$. К таким интегралам сведётся гиперсингулярная составляющая интеграла (9) после интегрирования по кругу в интервале $[-\varphi_0, \varphi_0]$ и в результате замены $s=Lt$. Весовая функция $\sqrt{1-t^2}$ используется при интегрировании во всех интегралах задачи для выполнения условий Майкснера на краю образующей. Это условие обеспечивает ограниченность получаемого решения. При $|\varphi|>\varphi_0$ интегрирование по оставшейся части окружности относится к регулярной составляющей интеграла (9) и проводится без умножения на δ^2.

Вычислительные эксперименты показали на отсутствии сингулярных особенностей в интегралах (8) и (9). Поэтому в интегралах (8) отвечающих потенциалам простого слоя проводилось выделение логарифмической особенности. Для этого ядра интегралов (8) отвечающих потенциалам простого слоя делились на постоянную $\ln\delta$ и получившееся выражения интегрировались в том же интервале углов $[-\varphi_0, \varphi_0]$. Полученные значения этих интегралов являются логарифмическими особенностями, обозначаются как $l_{n-2}^{m}\left(t_{0j}^{n}\right)$ и будут использованы при интегрировании вдоль образующей в выражениях

$$\int_{-1}^{1} \ln|t-t_0|\, l_{n-2}^{m}(t)\eta(t)\sqrt{1-t^2}\,dt \qquad \text{при } m=1,2. \tag{11}$$

Здесь также как в интеграле (10) $\eta(t)=u_q(t)$ или $v_q(t)$ являются искомыми значениями $q-$их гармоник для рядов Фурье функций $u(\bar{y}), v(\bar{y})$.

При $|\varphi|>\varphi_0$ интегрирование по оставшейся части окружности относится к регулярной составляющей интеграла (8) и проводится без деления ядра на $\ln\delta$.

Когда $i\neq j$, интегрирование в интервале $[-\varphi_0, \varphi_0]$ проводится по аналогичной методике только в качестве δ используется $\delta=\left|\bar{x}_{0i}-\bar{y}(0, s_{0j}^{n})\right|$. Получившиеся в результате этих вычислений величины $f_{n-2}^{m}\left(t_{0j}^{n}\right)$ и $l_{n-2}^{m}\left(t_{0j}^{n}\right)$ используются при вычислениях в интегралах (10) и (11). При $|\varphi|>\varphi_0$ интегрирование по оставшейся части окружности относится к регулярной составляющей интегралов (8) и (9).

Выделение особенностей в системе интегральных уравнений (7) проводится только в ядрах $K_{11}^{q}(\bar{x},s)$ и $K_{22}^{q}(\bar{x},s)$. Ядра $K_{12}^{q}(\bar{x},s)$ и $K_{21}^{q}(\bar{x},s)$ являются регулярными.

Гиперсингулярный интеграл (10) вычисляется по квадратурным формулам с использованием интерполяционных полиномов Лагранжа с чебышевскими узлами 2-го типа. Применяя введённую ранее неравномерную сеть точек на образующей, получаем конечно-разностную формулу [4]:

$$\int_{-1}^{1} \frac{f_{n-2}^{m}(t)\,\eta(t)}{(t-t_{0i}^{n})^2}\sqrt{1-t^2}\,dt = \frac{\pi}{n}\sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{n-1}\eta(t_{0j}^{n})\,f_{n-2}^{m}(t_{0j}^{n})\,\frac{\left(1-(-1)^{j+i}\right)\left(1-(t_{0j}^{n})^2\right)}{(t_{0i}^{n}-t_{0j}^{n})^2} - $$
$$-\eta(t_{0i}^{n})\,f_{n-2}^{m}(t_{0i}^{n})\,\frac{\pi\, n}{2}. \qquad (12)$$

Квадратурная формула интерполяционного типа для интегралов с логарифмическим ядром по тем же узлам будет [4]:

$$\int_{-1}^{1}\ln\left|t-t_{0i}^{n}\right| l_{n-2}^{m}(t)\,\eta(t)\sqrt{1-t^2}\,dt =$$
$$= -\frac{\pi}{n}\sum_{j=1}^{n-1}\eta(t_{0j}^{n})\,l_{n-2}^{m}(t_{0j}^{n})\left(1-(t_{0j}^{n})^2\right)\left[\ln 2 + 2\sum_{k=1}^{n-1}\frac{T_k(t_{0j}^{n})}{k}\right]T_k(t_{0i}^{n}), \qquad (13)$$

где $T_k(t)$ – многочлен Чебышева 1-го рода степени к.

Квадратурная формула интерполяционного типа для регулярных интегралов по тем же узлам будет [4]:

$$\int_{-1}^{1} R_{n-2}^{m}(t)\,\eta(t)\sqrt{1-t^2}\,dt = \frac{\pi}{n}\sum_{j=1}^{n-1}\eta(t_{0j}^{n})\,R_{n-2}^{m}(t_{0j}^{n})\left(1-(t_{0j}^{n})^2\right). \qquad (14)$$

После выделения особенностей в ядрах системы интегральных уравнений (7) для каждой неподвижной точки

$\bar{x}_{0i} = (r(s_{0i}^{n}),0,z(s_{0i}^{n})),\quad i=1,2,...,n-1$ с помощью квадратурных формул (12), (13) и (14) проводится интегрирование вдоль образующей. В результате для каждой гармоники получаем систему из 2n-2 линейных алгебраических уравнений для определения 2n-2 неизвестных значений табличных функций: $u_q(t_{0j}^{n})$ и $v_q(t_{0j}^{n})$ $\quad j=1,2,...,n-1$. Решая получившиеся системы по методу Гаусса получаем искомые таблицы функций.

3. Вычислительные эксперименты

В экспериментах рассматривалась вычислительная модель дифракции плоской электромагнитной волны на отражателе в форме параболоида вращения. Исследовался простейший случай, когда плоская волна распространяется вдоль оси параболоида. В этом случае искомое решение имеет только две гармоники q=-1 и +1. На рис. 1 изображена образующая параболоида на плоскости X0Y. Плоская волна распространяется навстречу оси 0Z, а вектор её электрического напряжения направлен вдоль оси 0X. Фокус параболоида расположен в точке z=0,25 м.

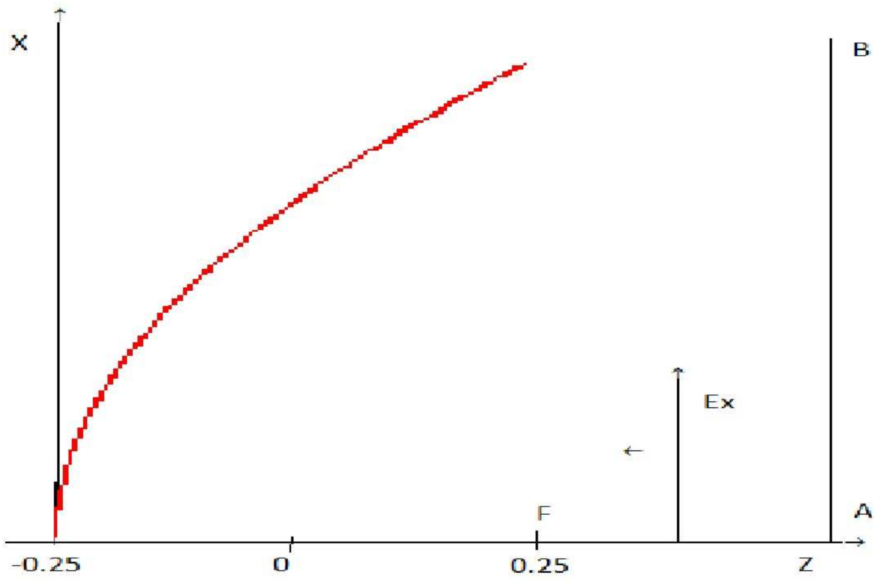

Рис. 1. Образующая параболоида вращения.

В первом вычислительном эксперименте отражатель облучался волной частоты h=5 Ггц. Характерный параметр эксперимента «ка» в этом случае оказывается равным 50. Здесь к – круговая частота и а – характерный размер отражателя. Полученные в результате вычислений искомые функции $u(s)$ и $v(s)$ используются для определения напряжённости электрического поля в окрестности отражателя. Эти данные сравниваются с аналогичными результатами полученными с помощью известной универсальной программой «EDEM 3d». В дальнейшем эти результаты будем именовать «ТЕСТ» и «ЕДЕМ», соответственно.

На рис. 2 представлены графики распределения на оси 0Z модуля E_x (x-овая компонента вектора $\overline{E}$), а также его реальной и мнимой составляющих. Причём на каждом графике одновременно представлены компоненты вектора электрического напряжения поля дифракции полученные с помощью программ ЭВМ «ТЕСТ» и «ЕДЕМ». Вычисления проводились в интервале координат

[-0.5, 0.5]. Эти графики почти всюду хорошо совпадают и имеют заметные отличия только в окрестности отражателя, а также в районе фокуса. Чтобы оценить величины отклонений этих графиков друг от друга, на рис. 3 представлены графики для $E_x^T - E_x^E$, то есть для разностей модулей, реальных и мнимых составляющих этих компонент. Здесь E_x^T и E_x^E - значения х-овых компонент вектора напряжённости полученных по программе «ТЕСТ» и «ЕДЕМ», соответственно. В местах самых больших отклонений относительная погрешность не превышает 1.5%.

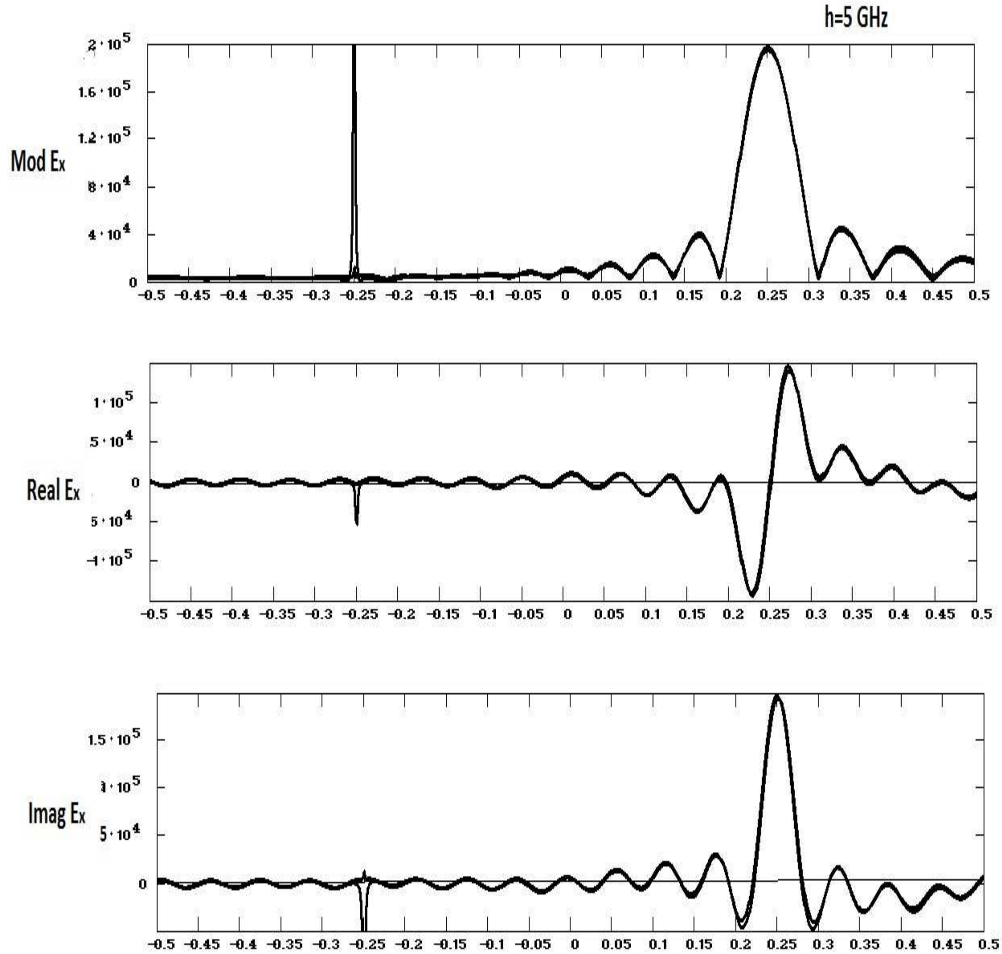

Рис. 2. Графики для модуля, реальной и мнимой составляющих E х-овой компоненты вектора напряжённости на оси 0Z, полученные с помощью программ ЭВМ «ТЕСТ» и «ЕДЕМ» в случае ка=50.

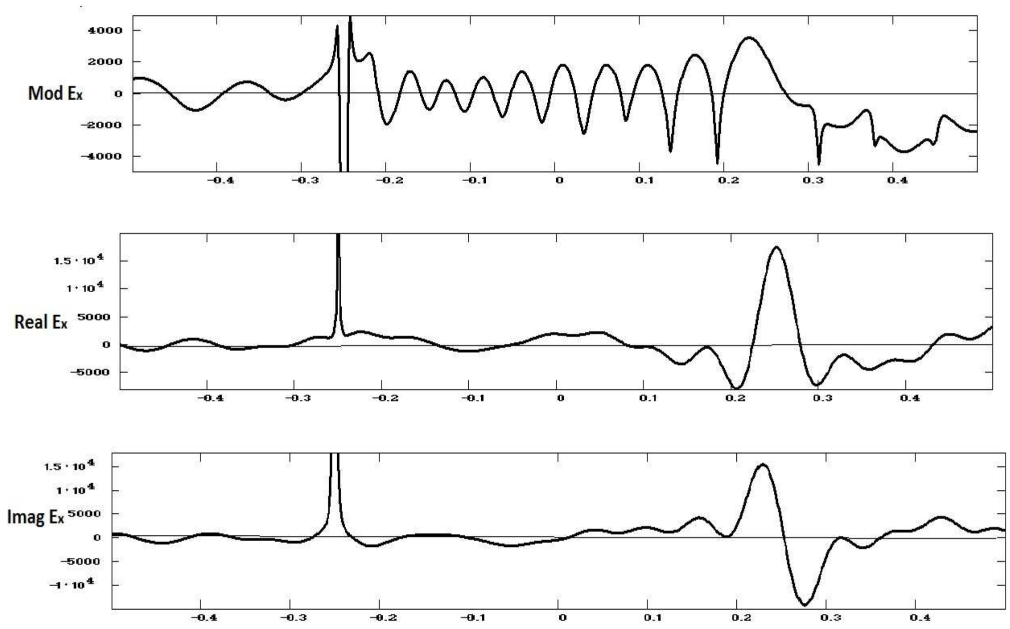

Рис. 3. Графики $E_x^T - E_x^E$ *, то есть разности между модулями* E_x *, а так же между их реальными и мнимыми составляющими для программ ЭВМ «ТЕСТ» и «ЕДЕМ».*

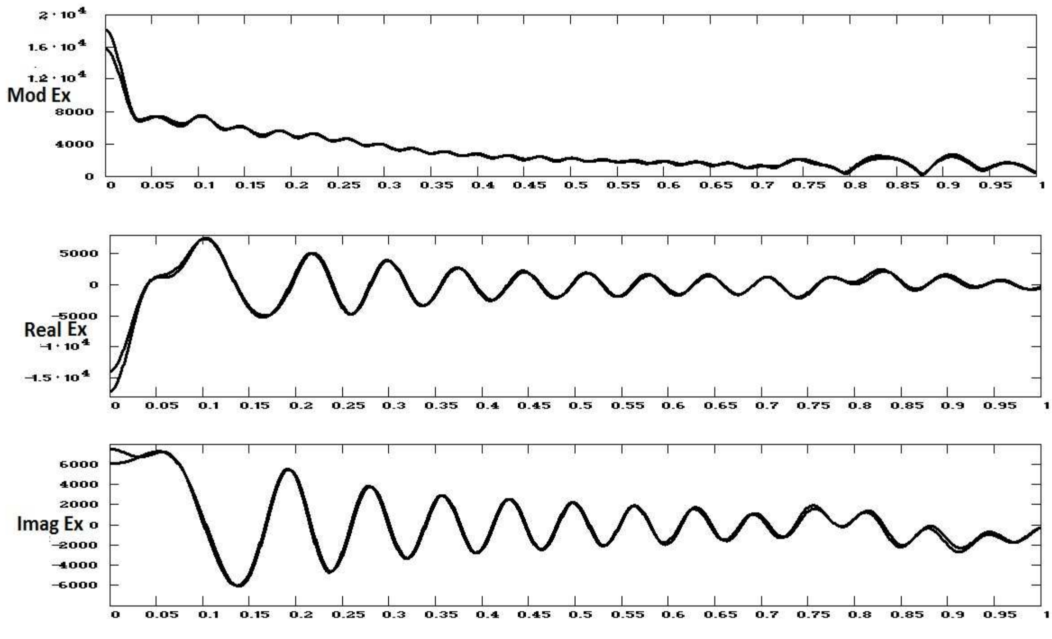

Рис. 4. Графики для модуля, реальной и мнимой составляющих компоненты E_x *вектора напряжённости полученных с помощью программ ЭВМ «ТЕСТ» и «ЕДЕМ» в случае ка=50 на отрезке АВ.*

На рисунках 4 и 5 представлены графики распределения поля дифракции в перпендикулярном к оси 0Z направлении, полученные в том же вычислительном эксперименте. На рис. 1 это отрезок AB. Здесь также почти всюду хорошее совпадение графиков для программ ЭВМ «ТЕСТ» и «ЕДЕМ».

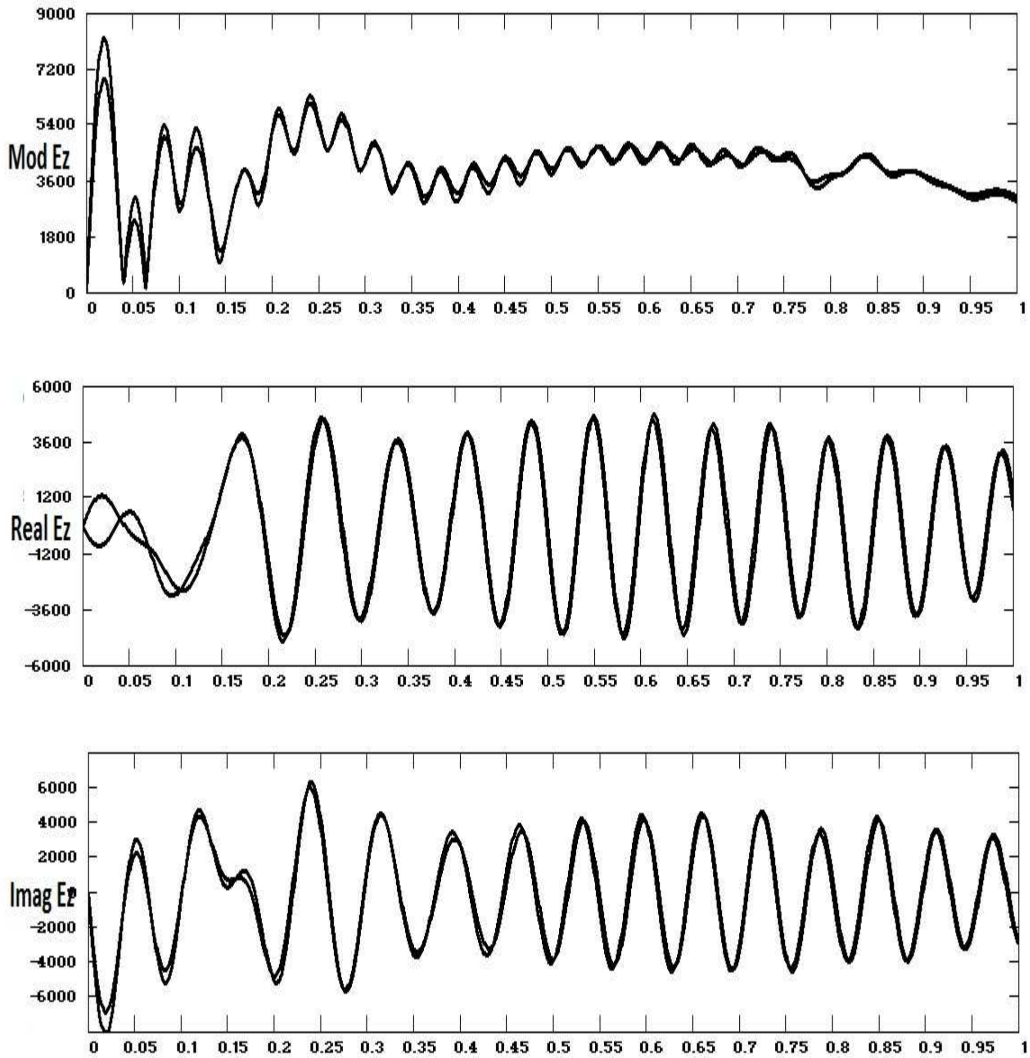

Рис. 5. Графики для модуля, реальной и мнимой составляющих компоненты E_z *вектора напряжённости полученных с помощью программ ЭВМ «ТЕСТ» и «ЕДЕМ» в случае ка=50 на отрезке AB.*

На рис. 6, 7, 8, 9 приведены графики кругового распределения вектора напряжённости электрического поля в дальней зоне, полученные с помощью программ «ТЕСТ» и «ЕДЕМ». Вычисления проводились в плоскости проходящей через ось 0Z, параллельно вектору напряжённости плоской волны. Здесь, надо признать, совпадения есть только качественные.

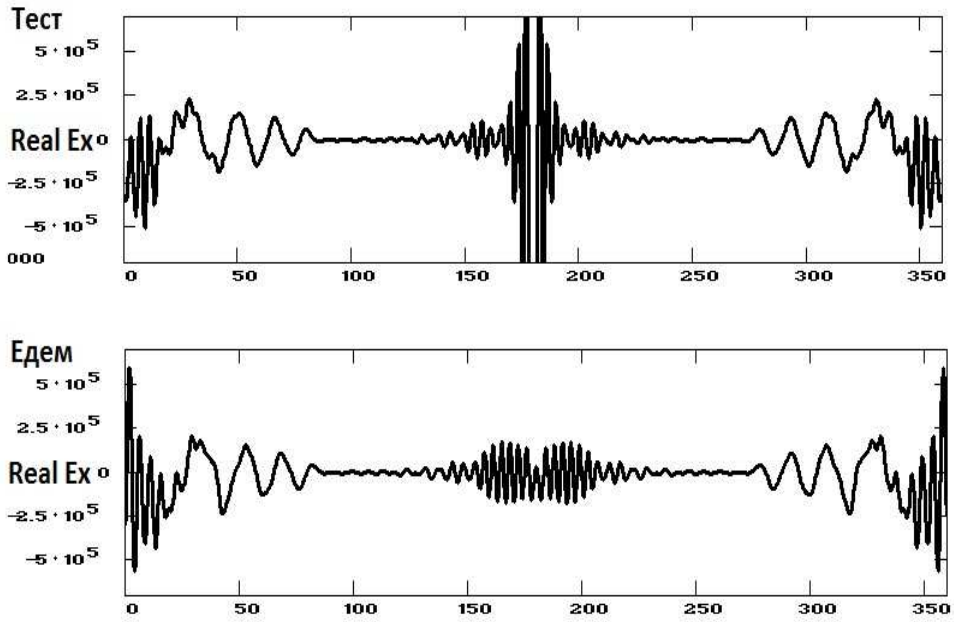

Рис. 6. Графики распределения реальной компоненты E_x вектора напряжённости электрического поля в дальней зоне, полученные программами «ТЕСТ» и «ЕДЕМ» в случае ка=50.

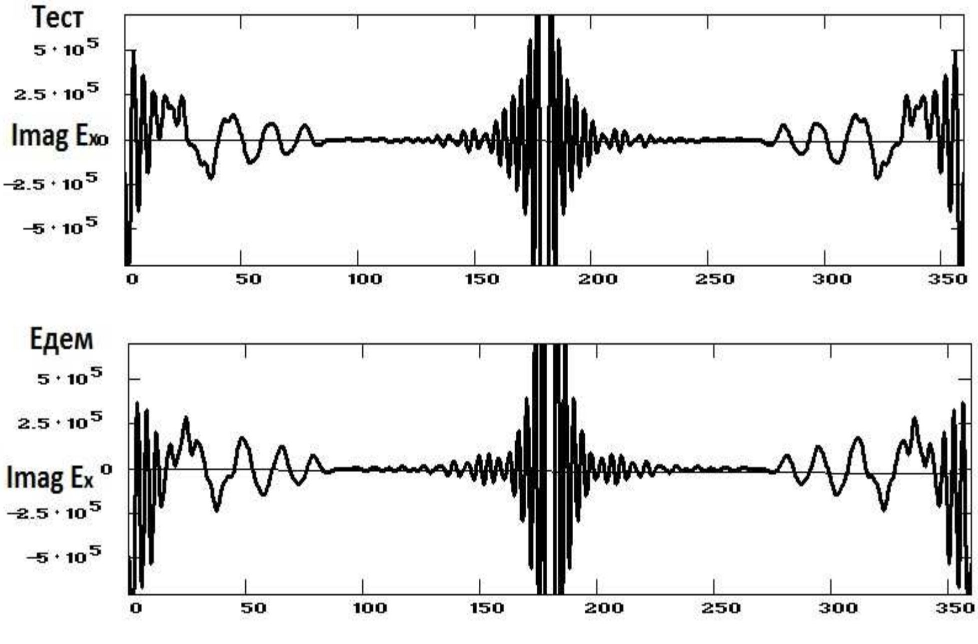

Рис. 7 Графики распределения мнимой компоненты E_x вектора напряжённости электрического поля в дальней зоне, полученные программами «ТЕСТ» и «ЕДЕМ» в случае ка=50.

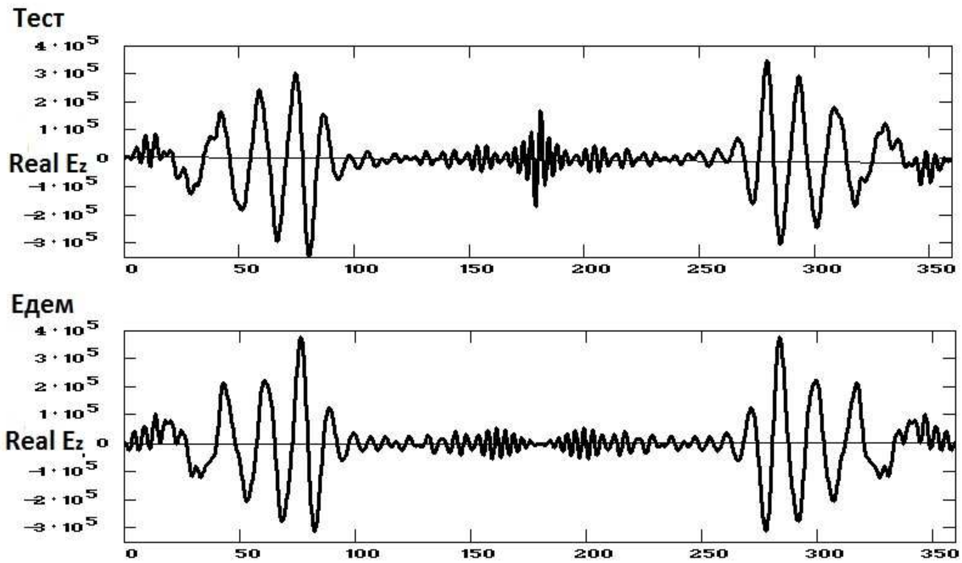

Рис. 8. Графики распределения реальной компоненты E_z *вектора напряжённости электрического поля в дальней зоне, полученные программами «ТЕСТ» и «ЕДЕМ» в случае ка=50.*

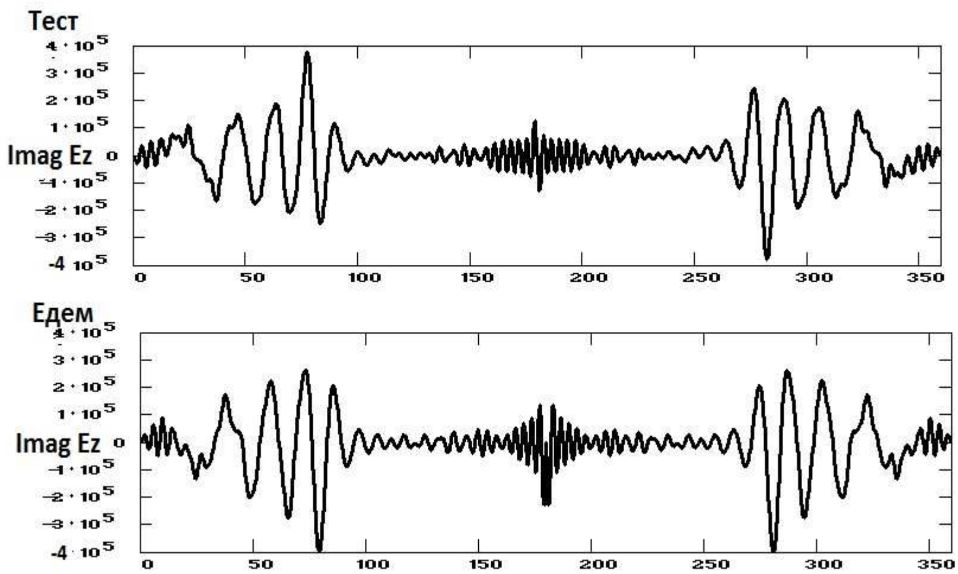

Рис. 9. Графики распределения мнимой компоненты E_z *вектора напряжённости электрического поля в дальней зоне, полученные программами «ТЕСТ» и «ЕДЕМ» в случае ка=50.*

Другой вычислительный эксперимент проводился с тем же отражателем для плоской волны с частотой 0.5 Ггц. Характерный параметр (ка) здесь равен 5. На первой части рис. 10 размещены графики модулей E_x компоненты напряжённости электрического поля полученные программами «ТЕСТ» и «ЕДЕМ».Здесь представлено их распределение на оси 0Z в том же интервале координат z [-0.5,0.5], что и в первом эксперименте. Графики сильно отличаются друг от друга только в окрестности отражателя при z=-0.25 м. На остальных участках совпадение не плохое и относительная погрешность не превышает 7%. На другой части рис. 10 показан график отклонения результатов полученных программой «ЕДЕМ» от результатов полученных программой «ТЕСТ»:

$Delta\ E_x = Mod\left(E_x^E\right) - Mod\left(E_x^T\right)$. На рис. 11 и 12 изображены аналогичные графики построенные для реальных и мнимых составляющих E_x x-овой компоненты вектора дифракции. Здесь также, лишь в окрестности отражателя графики построенные по результатам вычислений программ «ТЕСТ» и «ЕДЕМ» сильно отличаются. На остальных участках графики совпадают неплохо и относительная погрешность не превышает 7%.

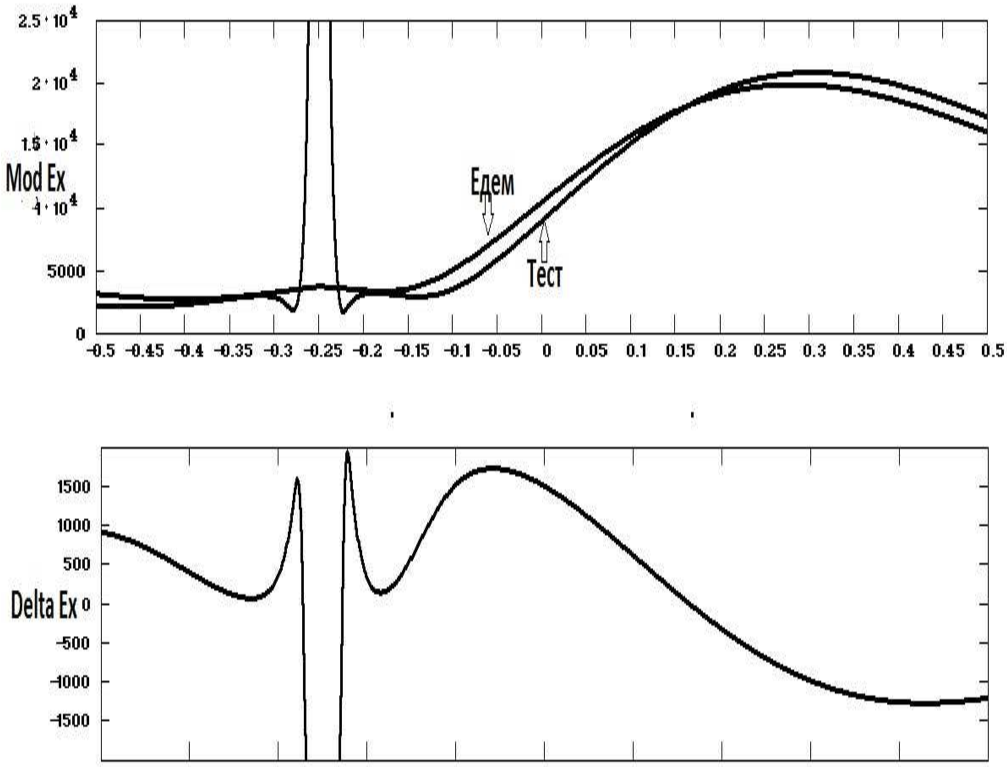

Рис. 10. Графики для модуля E_x x-овой компоненты вектора напряжённости на оси 0Z, полученные с помощью программ ЭВМ «ТЕСТ» и «ЕДЕМ» в случае ка=5.

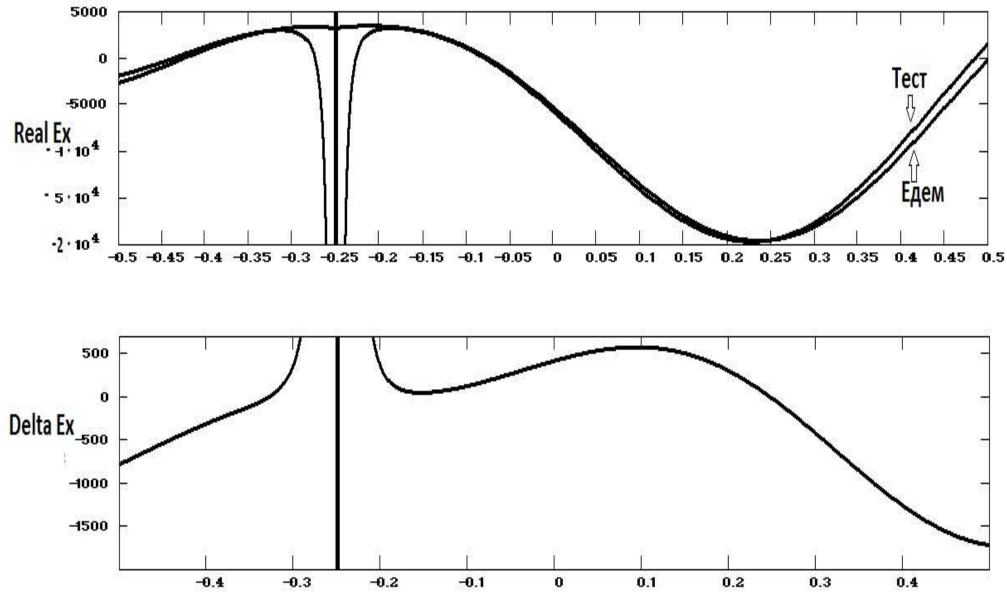

Рис. 11. Графики для реальных составляющих E_x x -овой компоненты вектора напряжённости на оси 0Z, полученные с помощью программ ЭВМ «ТЕСТ» и «ЕДЕМ» в случае ка=5.

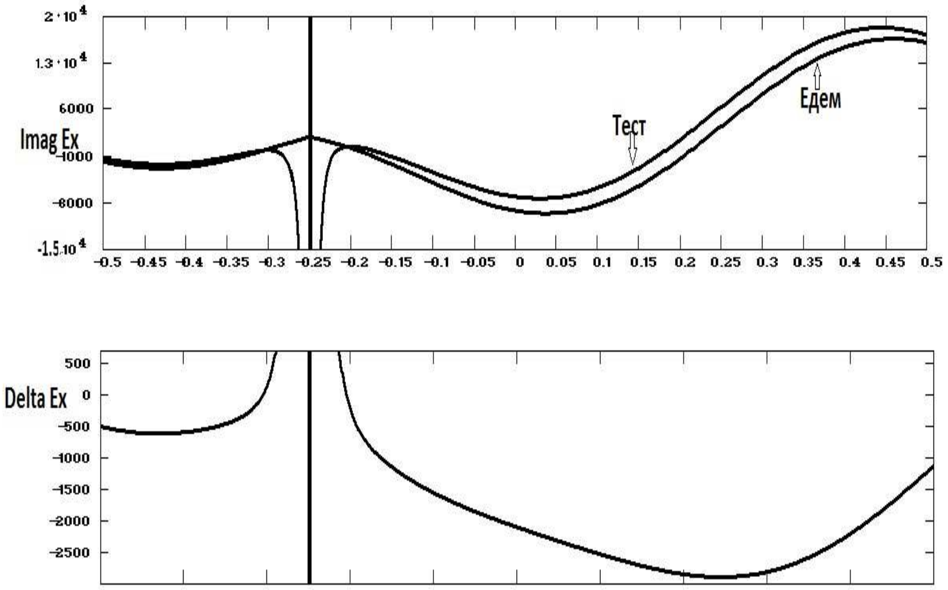

Рис. 12. Графики для мнимых составляющих E_x x -овой компоненты вектора напряжённости на оси 0Z, полученные с помощью программ ЭВМ «ТЕСТ» и «ЕДЕМ» в случае ка=5.

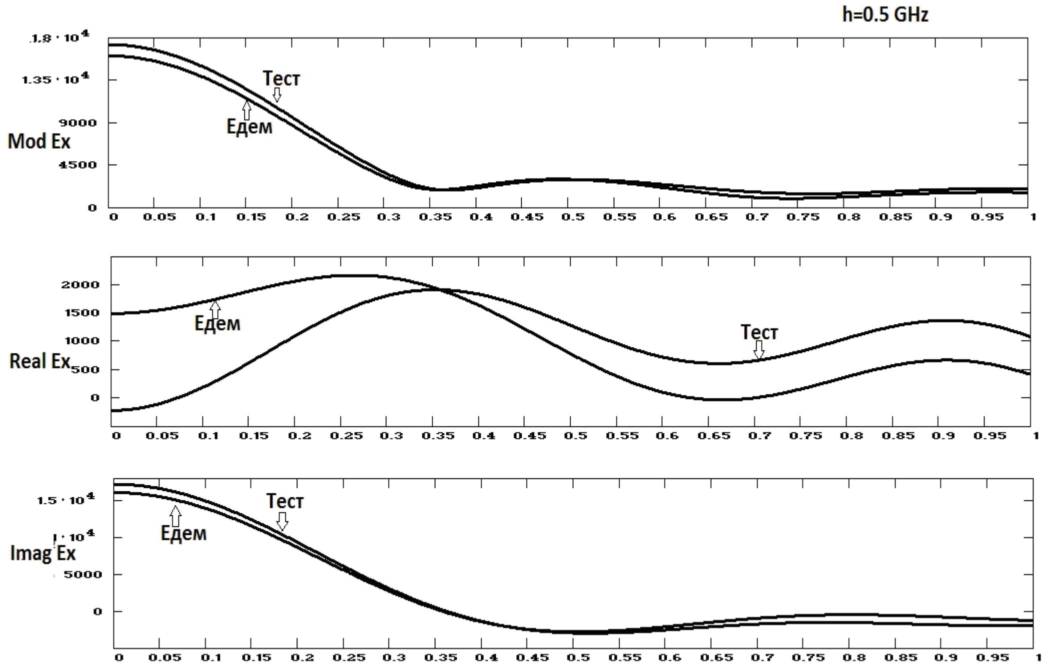

Рис. 13. Графики для модуля, реальной и мнимой E_x *x -овой компоненты вектора напряжённости на отрезке АВ, полученные с помощью программ ЭВМ «ТЕСТ» и «ЕДЕМ» в случае ка=5.*

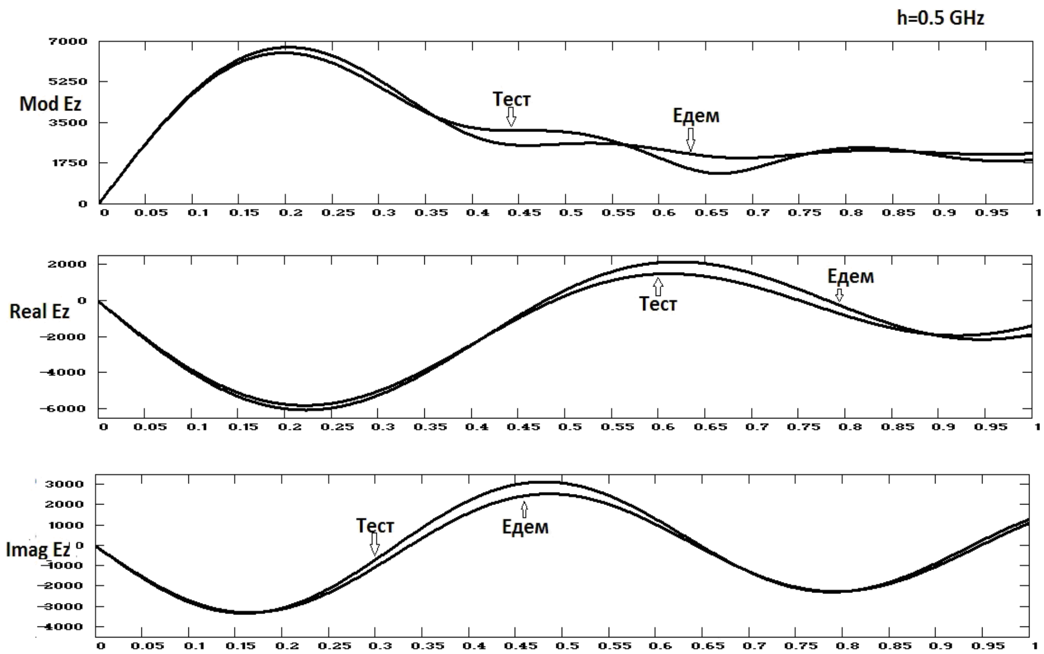

Рис. 14. Графики для модуля, реальной и мнимой E_z *z-овой компоненты вектора напряжённости на отрезке АВ, полученные с помощью программ ЭВМ «ТЕСТ» и «ЕДЕМ» в случае ка=5.*

На рис. 13 и 14 приведены графики описывающие значения электрического поля на отрезке AB (см. рис. 1). Всюду, за исключением графиков для реальной составляющей E_x x -овой компоненты вектора напряжённости электрического поля, значения полученные программой «ТЕСТ» отклоняются от соответствующих значений полученных программой «ЕДЕМ» на величины не превышающие 7% точности. По абсолютным величинам значения реальных составляющих E_x x -овой компоненты невелики, но сильно отличаются друг от друга

Третий вычислительный эксперимент проводился с тем же отражателем для плоской волны с частотой 0.1 Ггц. Характерный параметр (ка) здесь равен 1. На рис. 15 размещены графики модулей, реальных и мнимых составляющих E_x x- овых компонент векторов напряжённости электрического поля, полученные по результатам счёта программ «ТЕСТ» и «ЕДЕМ». Здесь показано их распределение на оси 0Z в том же интервале координат z [-0.5,0.5], что и в прежних экспериментах. Эти графики сильно отличаются друг от друга не только в окрестности отражателя, но и на остальных участках этого отрезка. Как видно на рис. 16 и 17 сильно отличаются друг от друга и поля электрических напряжённостей определённые. с помощью программ «ТЕСТ» и ЕДЕМ» на отрезкеAB.

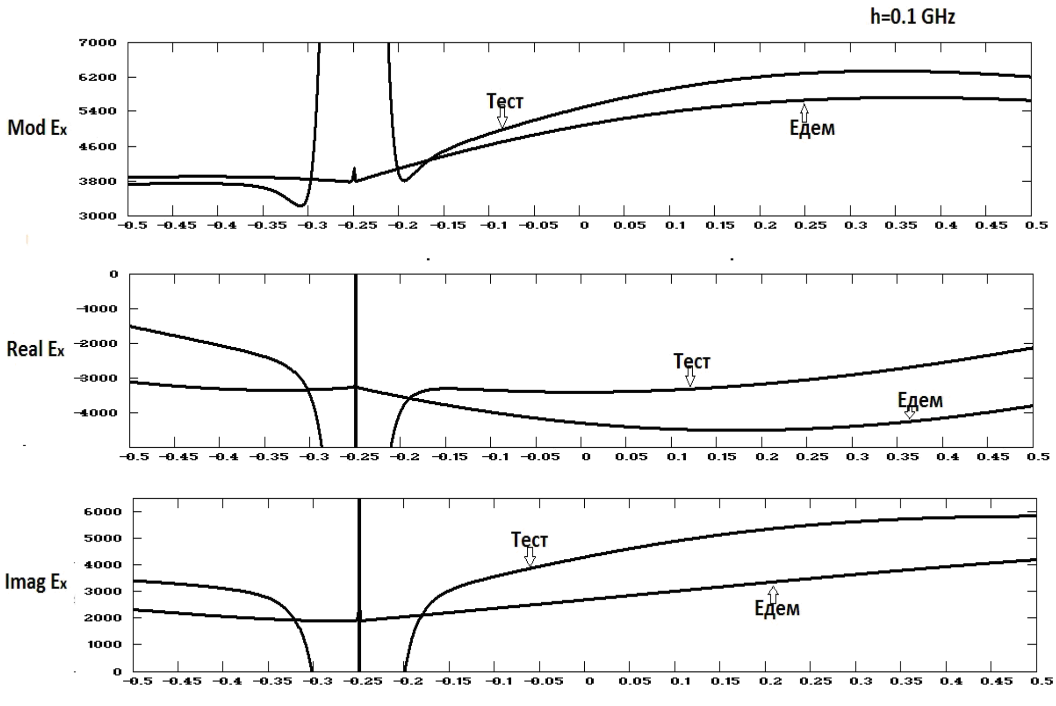

Рис. 15. Графики для модулей, реальных и мнимых составляющих E_x x -овых компонент векторов напряжённости на оси 0Z, полученные с помощью программ ЭВМ «ТЕСТ» и «ЕДЕМ» в случае ка=1.

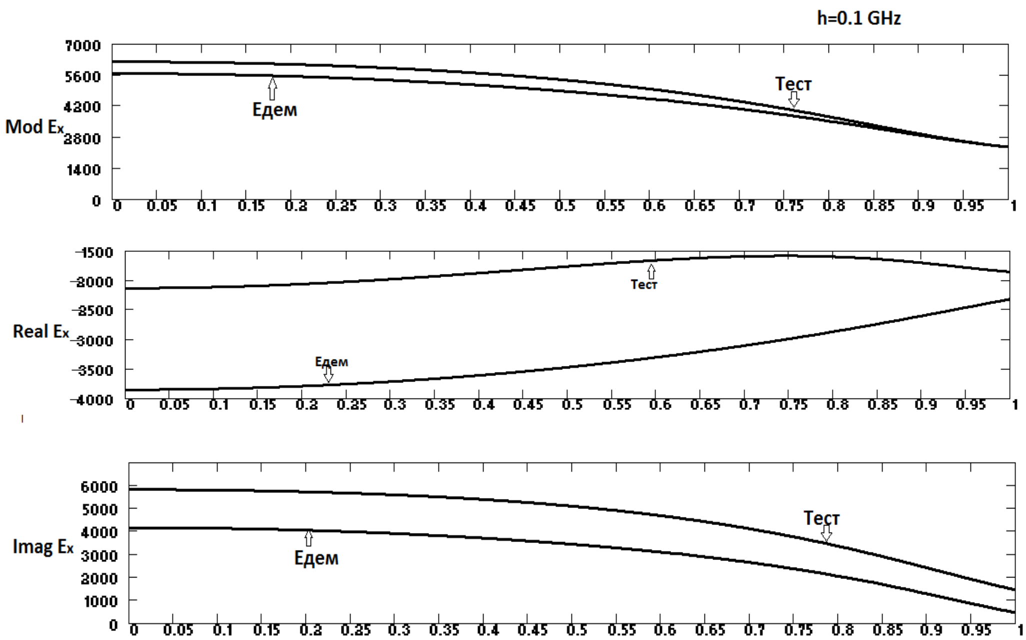

Рис. 16. Графики для модуля, реальной и мнимой E_x x -овой компонентывектора напряжённости на отрезке AB, полученные с помощью программ ЭВМ «ТЕСТ» и «ЕДЕМ» в случае ka=1.

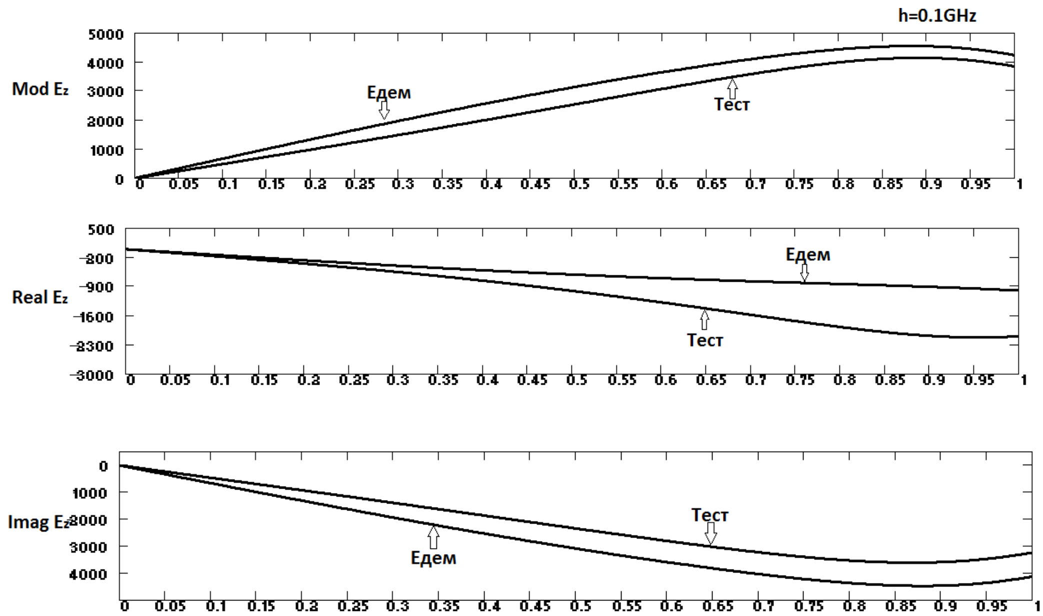

Рис. 17. Графики для модуля, реальной и мнимой E_z z -овой компоненты вектора напряжённости на отрезке AB, полученные с помощью программ ЭВМ «ТЕСТ» и «ЕДЕМ» в случае ka=1.

3. Выводы и направление дальнейших исследований.

В статье предлагается метод численного выделения гиперсингулярных и логарифмических особенностей в ядре интегрального уравнения дифракции. Рассматривается модель дифракции произвольной 3-х мерной электромагнитной волны на осесимметричном волноводе с произвольной гладкой незамкнутой образующей. Составленая и отлаженая на базе этой модели программа ЭВМ испытывается на отражателе с параболической образующей, когда в качестве первичного поля используется плоская электромагнитная волна распространяющаяся вдоль оси волновода. Вычислительные эксперименты проводятся для волн в широком диапазоне частот от 0.1 до 5 Ггц. Полученные результаты сравниваются с аналогичными результатами полученными с использованием широко известного универсального программного комплекса ЭВМ "EDEM 3d". Сопоставление этих результатов обнаруживает их хорошее совпадение для волн высокой частоты. С уменьшением частот совпадение результатов ухудшается. Это обстоятельство говорит о том, что хотя бы одна из сравниваемых программ плохо моделирует дифракцию электромагнитных волн на низких частотах.

Впоследствие предполагаем сравнить работу предлагаемой модели с моделями других авторов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Щербина В.А. Дифракция электромагнитных волн на разрезе $\Re^3$ // Электромагнитные явления. – 1998. – Т. 1, №4. _ С.1 – 4.
2. Жученко С.В., Щербина В.А. Численное моделирование дифракции электромагнитного поля на открытых резонаторах специальной формы // Вестник Харьковского нац. Университета. Серия «Математическое моделирование, информационные технологии автоматизированых систем управления» - №890 выпуск 13, 2010. – С. 82 – 90.
3. Давыдов А.Г., Пименов Ю.В. Программный комплекс EDEM3D для исследования элек-тродинамических характеристик идеально проводящих трехмерных объектов. Электродинамика и техника СВЧ и КВЧ, 1999, т.VII, в.2 (23), с.24-26.
4. Гандель Ю.В. Введение в методы вычисления сингулярных игиперсингулярных интегралов // Ю.В. Гандель // .–Харьков: ХНУ. 2001. – 92 с.

Надійшла у першій редакції 01.11.2013, в останній - 23.11.2013.