

Вісник Харківського національного університету  
Серія «Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи  
управління»  
УДК 519.876.5 № 733, 2006, с.25-34

## Розробка алгоритмов перехода между Е-сетями и вероятностно-временными графами

Амер Тахсин Саламех Абу-Джассар, Е. В. Дуравкин, Т. В. Семенова  
*Харківський національний університет ім. В.Н. Каразіна, Україна*

In article the problem of complex using of analytical modeling and simulation technique is considered. E-net and probabilistic time graph are selected as basic tools of modeling. Translation algorithms between simulation model (E-net) and analytic model (probabilistic time graph) are developed.

### **1. Аналіз проблеми.**

Інтенсивний рост об'ємов інформації, циркулюючої в інформаціонно-вичислювальних системах, видвигає все більше жесткісих вимог до архітектури та параметрами таких систем. С іншої сторони, розробочикам відводиться не так багато часу для розробки та внедрення нових технологій передачі даних та управління інформаційними потоками, підготовлені для задовільнення цих вимог. Следовательно, в їх арсеналі повинні бути засоби, що дозволяють отримати короткий строк отримання інформації про дослідуему чи розроблюему систему з заданою повнотою та достовірністю.

Таке положення вещей в данной области ставит свои задачи перед каждой из сторон, участвующих в разработке средств передачи данных, предоставлении услуг информационного обмена, потреблении таких услуг. Эти задачи заключаются в необходимости нахождения в максимально короткие сроки новых, наиболее экономичных решений, способных удовлетворить растущие запросы; уточнение влияния того или иного предлагаемого новшества на показатели качества уже существующих систем при их модификации; обоснованного выбора топологии, структуры, программного и информационного обеспечения средств информационного обмена для максимально качественного удовлетворения запросов потребителей.

Решение указанных задач невозможно без объективной предварительной оценки принятых решений, сравнения возможных вариантов. Исследование работы любой системы можно произвести либо испытаниями опытного образца, либо испытанием ее модели.

Специфика распределенных информационных систем указывает на значительные трудности, связанные с реализацией первого подхода. Следовательно, единственным разумным методом исследования разрабатываемых и модернизируемых систем данного класса является моделирование.

При моделировании перед разработчиками возникают задачи адекватного, формализованного описания анализируемого объекта, которое обеспечивало бы, с одной стороны, возможность изменения его структурных и функциональных

параметров для перехода от одного варианта к другому, а с другой стороны, обеспечивало возможность оценки каждого варианта по заданному критерию.

## **2. Постановка задачи и анализ публикаций.**

В настоящее время наиболее распространенным методом анализа распределенных информационных систем является имитационное моделирование [1,2]. Для разработки имитационных моделей используется достаточно много математических аппаратов [2,3,4], однако, средством позволяющим наиболее полно отразить специфику функционирования систем в данной предметной области являются Е-сети [5,6].

В то же время Е-сети, впрочем, как и остальные средства имитационного моделирования, обладают рядом недостатков. Одним из основных является отсутствие возможности получения аналитических зависимостей между параметрами системы и анализируемыми показателями качества. Для получения таких зависимостей (наиболее часто вероятностно-временных) необходимо использование аналитических моделей, например построенных с использованием вероятностно-временных графов (ВВГ) [4]. Недостатком данного подхода является необходимость разработки аналитической модели с самого начала, что значительно увеличивает время исследования системы и затраты на разработку моделей.

Для устранения данной проблемы необходимо разработать метод позволяющий: на основе имитационной модели, представленной в виде Е-сети, построить аналитическую, с использованием ВВГ, а так же по аналитической модели построить имитационную.

Обратное преобразование необходимо в тех случаях, когда построенный вероятностно-временной граф не поддается упрощению и, следовательно, не позволяет получить требуемых зависимостей для анализируемых показателей качества. В этом случае использование имитационной модели позволит решить данную проблему.

## **3. Основная часть.**

Формально Е-сеть задается следующим образом:

$$E = (P, T, L, D, A, M_0), \text{ где}$$

$P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$  - конечное множество позиций Е-сети,

$T = \{t_1, t_2, \dots, t_m\}$  - конечное множество переходов Е-сети,

$L$  - входная функция переходов, которая определяется как отображение  

$$L : P \times T \rightarrow \{0,1\},$$

$D$  - выходная функция переходов, которая определяется как отображение  

$$D : T \times P \rightarrow \{0,1\},$$

$A$  - временная функция переходов, которая определяется как отображение  

$$A : T \rightarrow \square, \text{ где } \square \text{ задает время перехода,}$$

$M_0$  - вектор начальной разметки,

$Type : T \rightarrow \{t, F, F', J, J', MX, MY\}$  - функция, определяющая тип перехода.

$\mu : P \rightarrow \{0,1\}$  - функция, определяющая наличие метки в заданной позиции.

С каждым переходом связана процедура перехода, определяющая как, куда и за какое время будет передана метка.

Вероятностная процедура для МХ перехода представляет собой набор утверждений типа:

$$P(\mu(p_1) = 1) = \rho / \mu(p_2) = 1 \text{ - вероятность перехода метки в позицию } p_1$$

при условии ее наличия в позиции  $p_2$  равна  $\rho$ .

$Pr : T \times P \times P \rightarrow B$ , где  $B = \{x \in \square : 0 \leq x \leq 1\}$  - функция, задающая вероятность перехода метки из одной позиции в другую в вероятностном МХ и МY переходе.

ВВГ формально задается следующим образом:

$$G = (V, P, T, M), \text{ где}$$

$$V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\} \text{ - множество вершин,}$$

$P$  - функция, задающая вероятностную характеристику дуги, которая определяется как отображение  $P : V \times V \rightarrow B$ , где  $B = \{x \in \square : 0 \leq x \leq 1\}$  - множество вероятностей (обозначим  $P((v_i, v_j)) = P_{ij}$ ),

$T$  - функция, задающая временную характеристику дуги, которая определяется как отображение  $T : V \times V \rightarrow \square$  (обозначим  $T((v_i, v_j)) = T_{ij}$ ),

$$F - множество функций вида  $f(z) = p \cdot z^t$$$

$M$  - функция, задающая вероятностно-временную характеристику дуги в виде функции из  $F$ , которая определяется как отображение  $M : V \times V \rightarrow F$ , т.е. паре  $(v_i, v_j)$  ставится в соответствие функция  $P_{ij} \cdot z^{T_{ij}}$ .

### Преобразование ВВГ к Е-сети.

При разработке моделей с использованием ВВГ строится ориентированный граф, вершинами которого являются возможные состояния системы. При разработке моделей с использованием Е-сетей строится двудольный ориентированный граф, в котором один тип вершин соответствует состояниям анализируемой системы, а второй тип вершин – условиям перехода системы между состояниями.

Таким образом, набор состояний модели, представленной в виде ВВГ, может быть однозначно отображен в набор состояний модели, представленной в виде Е-сети. Далее необходимо разработать механизмы, позволяющие однозначно преобразовать функции дуг ВВГ в функции переходов соответствующих типов Е-сети.

В ВВГ возможны два основных варианта топологии (рис. 1), остальные варианты топологий являются частными случаями рассмотренных.

При преобразовании ВВГ к Е-сети в первом случае (рис. 1а) переход из одного состояния в другое является однозначным (вероятность перехода равна 1), а для его осуществления необходимо время, задаваемое функцией дуги. Такая дуга преобразуется в t-переход со временем срабатывания равным параметру функции дуги.

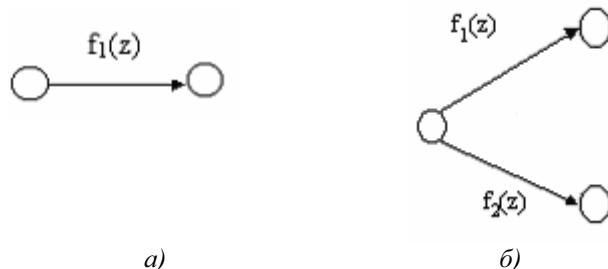


Рис.1. Возможные топологии ВВГ

Во втором случае (рис. 1б) предполагается вероятностный процесс изменения состояния системы. При этом сумма вероятностей в функциях исходящих дуг должна быть равна 1, а временные характеристики дуг должны совпадать. Для описания данной ситуации средствами Е-сетей предлагается использовать МХ-переход. В таком переходе предикат решающего места будет определяться набором вероятностей перехода из вершины ВВГ в совокупность исходящих вершин, соответствующих местам Е-сети, являющихся исходящими для МХ-перехода.

Тогда алгоритм преобразования ВВГ в Е-сеть выглядит следующим образом.

На первом шаге по множеству вершин  $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  строится множество позиций  $P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$  Е-сети.

Далее для каждой вершины  $v_i$  из множества  $V$  выполняется следующий набор действий.

Если вершина имеет одну исходящую дугу, то создается t-переход.

Если вершина имеет несколько исходящих дуг, то создается МХ-переход.

Соответствующее условие проверяется с помощью функции  $Out(v_i)$ , возвращающей множество вершин, в которые переходят дуги, исходящие из  $v_i$ .

Таким образом, если мощность множества  $Out(v_i) = 1$ , то в множество переходов  $T$  Е-сети добавляется новый переход  $t_k$  и устанавливается тип нового перехода:  $Type(t_k) = t$ . Время срабатывания соответствующего перехода равно временной характеристике дуги, соединяющей вершину  $v_i$  и  $\tilde{v}$ , где  $\tilde{v}$  - единственный элемент множества  $Out(v_i)$ . Определение перехода завершается указанием тех позиций Е-сети, с которыми он ассоциирован.

Поскольку вершине графа  $v_i$  соответствует позиция  $p_i$  Е-сети, а вершине  $\tilde{v}$  - позиция  $\tilde{p}$ , то задание соответствующей топологии имеет вид:

$$\begin{aligned} L(p_i, t_k) &= 1 \\ D(t_k, \tilde{p}) &= 1 \end{aligned}$$

Если мощность множества  $Out(v_i)$  не равна 1, то во множество переходов  $T$  Е-сети добавляется новый переход  $t_k$  и устанавливается тип нового перехода:  $Type(t_k) = MX$ . Согласно требованию, временные характеристики всех дуг, исходящих из  $v_i$ , совпадают. Поэтому, время срабатывания соответствующего перехода равно временной характеристике дуги, соединяющей вершину  $v_i$  и произвольную вершину из множества  $Out(v_i)$ , например,  $\tilde{v}$ . Затем задаются значения входной и выходной функции перехода  $t_k$ . Входная функция задается как и ранее:  $L(p_i, t_k) = 1$ , а для задания значений выходной функции рассматриваются все вершины из множества  $Out(v_i)$  и соответствующие им позиции. При этом сразу указываются вероятности перехода из позиции  $p_i$  в позиции, соответствующие вершинам из  $Out(v_i)$ . Задание соответствующих вероятностей и задает вероятностную процедуру созданного МХ перехода.

При создании переходов различного типа ведется их сплошная нумерация с помощью счетчика  $k$ .

Ниже соответствующий алгоритм построения Е-сети по ВВГ представлен в псевдокоде. Считается, что формирование множества позиций  $P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$  по вершинам  $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  выполнено предварительно.

Используемые функции:

$Out(v)$  - функция, возвращающая множество вершин, в которые переходят дуги, исходящие из  $v$ .

Вход:

- вероятностно-временной граф  $G = (V, P, T, M)$
- множество позиций  $P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$  Е-сети

Выход:

- Е-сеть  $E = (P, T, L, D, A, M_0)$

Временные переменные:

- $k$  - счетчик количества переходов

Псевдокод алгоритма:

begin

```

 $k = 0$ 
for each  $v_i$  from  $V$  do begin
    if ( $|Out(v_i)| = 1$ )
        begin
             $k = k + 1$ 
             $T = T \cup \{t_k\}$ 
             $Type(t_k) = t$ 
             $A(t_k) = T(v_i, \tilde{v})$ 
             $L(p_i, t_k) = 1$ 
             $D(t_k, \tilde{p}) = 1$ 
        end

    else
        begin
             $k = k + 1$ 
             $T = T \cup \{t_k\}$ 
             $Type(t_k) = MX$ 
             $A(t_k) = T(v_i, \tilde{v})$       //  $\tilde{v}$  - произвольный элемент  $Out(v_i)$ 
             $L(p_i, t_k) = 1$ 
            for each  $v_j$  from  $Out(v_i)$  do begin
                 $D(t_k, p_j) = 1$ 
                 $Pr(t_k, p_i, p_j) = P_{ij}$ 
            end
        end
    end for
end

```

Вектор атрибутов метки для разработанной Е-сети определяется согласно задаче исследования.

#### **Преобразование Е-сети к ВВГ.**

Основной особенностью Е-сетей, как средства анализа сложных систем является возможность моделирования параллельных взаимодействующих процессов. Для реализации данной возможности в формальном описании Е-сети присутствует набор переходов различных типов, определяющий различные комбинации условий, и вектор атрибутов метки, содержащий информацию о истории функционирования системы.

Очевидно, что при переходе от Е-сети к ВВГ будет потеряна часть информации, так например ВВГ не позволяют моделировать параллельные

процессы. В тоже время, получение характеристик анализируемой системы при больших ограничениях, это общий недостаток средств аналитического моделирования.

Использование ВВГ в данной ситуации позволит получить аналитическую модель системы, выделив необходимую часть из имитационной модели, представленной в виде Е-сети.

Как уже упоминалось выше, вершины ВВГ полностью соответствуют позициям Е-сети. Для определения топологии ВВГ и функций дуг необходимо описать процесс преобразования переходов различных типов.

Исходя из описания Е-сети, множество переходов содержит семь различных типов переходов определяющих логику функционирования модели, следовательно, на их основе необходимо разрабатывать топологию ВВГ и функции дуг. Преобразование переходов необходимо производить следующим образом.

Переход  $t$ -типа, имеющий входную позицию  $p_i$  и выходную  $p_j$  преобразовывается в дугу, соединяющую вершины  $v_i$  и  $v_j$ . Функция перехода будет иметь вид  $1z^{A(t_k)}$ , где  $A(t_k)$  – время срабатывания преобразуемого  $t$ -перехода.

Преобразование  $F(F')$ -переходов в ВВГ невозможно. Данный факт обусловлен тем, что переходы этого типа выполняют разделение моделируемых потоков (информационных, управляющих и т.п.), а аппарат ВВГ не позволяет описывать такие системы. Следовательно, при необходимости преобразования Е-сети в ВВГ на первом этапе исследователь должен выявить наличие  $F(F')$ -переходов в модели. В случае, если такие переходы присутствуют в модели их можно заменить  $t$ -переходом, но при этом часть Е-сети, описывающую протекание второго процесса необходимо удалить из модели.

$J$ -переходы описывают выполнение условия, при одновременном наступлении нескольких событий. При переходе к аналитической модели данную ситуацию также невозможно описать средствами ВВГ, следовательно в данном случае необходим предварительный анализ Е-сети на наличие  $J$ -переходов. В большинстве случаев такие переходы будут исключены из Е-сети при преобразовании  $F(F')$ -переходов. Такая же ситуация будет наблюдаться и в случае  $MY$ -переходов.

$J'$ -переходы, имеющие набор входных позиций  $p_1, p_2, \dots, p_m$  и выходную позицию  $p_{m+1}$ , преобразовываются в набор вершин ВВГ  $v_1, v_2, \dots, v_m, v_{m+1}$  и их соединяющие дуги, с функциями вида  $1z^{A(t_k)}$ , где  $A(J_k)$  – время срабатывания преобразуемого  $J$ -перехода.

$MX$ -переходы, описывающие управление моделируемыми потоками возможно преобразовать в ВВГ только в случае вероятностного задания предиката перехода. В этом случае входная позиция  $p_i$  и выходные  $p_2, \dots, p_m$  преобразуются в соответствующие вершины ВВГ  $v_1, v_2, \dots, v_m$ . Функции дуг, соединяющих вершину  $v_i$  с вершинами  $v_2, \dots, v_m$  будет иметь вид  $p_i z^{A(MX)}$ , где  $p_i$  – вероятность перехода в  $i$ -ю выходную позицию.

Исходя из вышесказанного алгоритм преобразования Е-сети в ВВГ заключается в следующем.

На первом шаге по множеству позиций  $P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$  Е-сети строится множество вершин  $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ .

Далее последовательно просматриваются все переходы. Для каждого перехода  $t_k$  из множества  $T$  выполняется следующий набор действий.

Если переход  $t_k$  является t-переходом, то с помощью функций  $In(t_k)$  и  $Out(t_k)$  определяются входная ( $p_i$ ) и выходная ( $p_j$ ) позиции перехода. Поскольку речь идет о t-переходе, то вероятностная характеристика дуги, соединяющая соответствующие вершины графа  $v_i$  и  $v_j$ , будет равна единице:  $P(v_i, v_j) = 1$ . Временная характеристика дуги вычисляется по временной функции перехода:  $T(v_i, v_j) = A(t_k)$ .

Если переход  $t_k$  является J или J'-переходом, то, как и в случае t-перехода, с помощью функций  $In(t_k)$  и  $Out(t_k)$  определяется множество входных позиций ( $SetIn$ ) и выходная ( $p_j$ ) позиция перехода. Далее задаются характеристики дуг между вершинами графа, соответствующими позициям из  $SetIn$ , и вершиной, соответствующей позиции  $p_j$ . Вероятностная характеристика дуг устанавливается равной единице. Временная характеристика каждой из дуг вычисляется по временной функции перехода:  $T(v_i, v_j) = A(t_k)$ .

Если переход  $t_k$  является MX - переходом, то с помощью функций  $In(t_k)$  и  $Out(t_k)$  определяется входная позиция ( $p_i$ ) и множество выходных позиций ( $SetProcOut$ ) перехода. Далее задаются характеристики для каждой из дуг, которая соединяет вершину  $v_i$ , соответствующую позиции  $p_i$ , и вершину  $v_j$ , соответствующую позиции из множества  $SetProcOut$ . Временная характеристика дуги задается на основе времени срабатывания перехода:  $T(v_i, v_j) = A(t_k)$ , а вероятностная характеристика вычисляется на основе вероятностной процедуры MX – перехода.

Ниже соответствующий алгоритм построения ВВГ по Е-сети представлен в псевдокоде. Считается, что формирование множества вершин  $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  по позициям  $P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$  Е-сети выполнено предварительно.

Вход:

- Е-сеть  $E = (P, T, L, D, A, M_0)$
- вершин  $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  ВВГ

Выход:

- вероятностно-временной граф  $G = (V, P, T, M)$

Используемые функции:

$In(t_k)$  - функция, возвращающая множество позиций  $p_i$  Е-сети таких, что  $L(p_i, t_k) = 1$ .

$Out(t_k)$  - функция, возвращающая множество позиций  $p_i$  Е-сети таких, что  $D(t_k, p_i) = 1$ .

$ProcOut(t_k, p)$  - функция, возвращающая множество позиций  $p_i$  Е-сети таких, что  $\Pr(t_k, p, p_i) \neq 0$ .

Псевдокод алгоритма:

begin

for each  $t_k$  from  $T$  do begin

if ( $Type(t_k) = t$ )

begin

$p_i = In(t_k)$

$p_j = Out(t_k)$

$P(v_i, v_j) = 1$

$T(v_i, v_j) = A(t_k)$

$M(v_i, v_j) = 1 \cdot z^{A(t_k)}$

end

if ( $Type(t_k) = J$  or  $Type(t_k) = J'$ )

begin

$SetIn = In(t_k)$

$p_j = Out(t_k)$

for each  $p_i$  from  $SetIn$  do begin

$P(v_i, v_j) = 1$

$T(v_i, v_j) = A(t_k)$

$M(v_i, v_j) = 1 \cdot z^{A(t_k)}$

end

if ( $Type(t_k) = MX$ )

begin

```

 $p_i = In(t_k)$ 
Set ProcOut = ProcOut( $t_k, p_i$ )
for each  $p_j$  from Set ProcOut do begin
     $P(v_i, v_j) = Pr(t_k, p_i, p_j)$ 
     $T(v_i, v_j) = A(t_k)$ 
     $M(v_i, v_j) = Pr(t_k, p_i, p_j) \cdot z^{A(t_k)}$ 
end
end for
end

```

**4. Выводы.** В статье разработаны алгоритмы позволяющие выполнять преобразование аналитических моделей, представленных в виде ВВГ в имитационные, представленные в виде Е-сетей, а так же и обратное преобразование от имитационных к аналитическим. Полученный результат позволяет упростить процесс анализа сложных систем, при котором требуется разработка как аналитических, так и имитационных моделей. Упрощение процесса анализа в данном случае обусловлено тем, что при имеющейся модели (ВВГ или Е-сети) ее можно использовать в качестве основы для разработки необходимой (аналитической или имитационной). В тоже время нельзя не отметить ряд ограничений данного метода. В первую очередь ограничения проявляются при переходе от Е-сети к ВВГ, что связано с невозможностью аналитического описания нескольких моделируемых потоков и фиксированных процедур управления ними. Так же при переходе от Е-сети к ВВГ теряется семантика вектора атрибутов метки и процедур переходов, выполняющих преобразования вектора атрибутов. Однако, несмотря на указанные ограничения, разработанные алгоритмы позволяют повысить полноту анализа распределенных информационных систем.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Кельтон В., Лоу А. Имитационное моделирование. Классика CS. 3-е изд. – СПб.: Питер; Киев: Издательская группа ВНВ. 2004. – 647 с.: ил.
2. Мурата Т. Сети Петри: Свойства, анализ, приложения// ТИИЭР. №4. 1989.
3. Модели и методы исследований в системах информатики: Сб. ст./ Ин-т проблем пер. информации / Отв. ред. Харкевич, В.А. Гармаш. - М.: Наука, 1988. – 156 с.
4. Лосев Ю.И. и др. Автоматизированное управление в сетях с коммутацией пакетов. – К.: Техника, 1994. – 312 с.
5. Алгоритм параллельного выполнения и синхронизации Е-сети / Литвинов В.В., Казимир В.В., Гавсиевич И.Б. // Математические машины и системы. – 2005. – № 4. – С. 73 – 84.
6. Применение микропроцессорных средств в системах передачи информации: Учеб. пособ. для вузов по сп-ти АСУ/ Я. Советов, О.И. Кутузов и др. – М.:Высш. шк., 1987. –256 с.:ил.