

Вісник Харківського національного університету  
 Серія «Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи  
 управління»  
 УДК 533.6.013:577.31 № 775, 2007, с.117-129

## Інерционно-вихревий принцип полета

С. А. Довгий, А. В. Шеховцов

*Інститут гидромеханіки НАНУ, Україна*

The principle of creation of the lift arising on wings of insect is investigated. The improved method of discrete vortices and a method of calculation of a non-steady field of pressure in a vortex region, adjoining to a rotating wing, is applied to numerical modeling of process of fling (the main phase of Weis-Fogh mechanism). For cases of instant and smooth start of wings at Reynolds number equal 100 and 1000000, for finding the contribution of forces of the various nature to formation of the main vector of external forces on wings special researches are carried out. It is revealed, that at decreasing of Reynolds number the contribution of forces of the inertial nature essentially grows, the contribution of forces of the vortical nature decreases, however depending on the law of motion of wings it can remain big enough. The contribution of forces of the circulating nature is small in all cases.

### **1. Введение**

Нестационарная аэродинамика полета насекомых, для которой характерны сверхкритические углы атаки и необычайно сложные законы движения крыльев, в последнее десятилетие переживает стремительный прогресс. Однако вместе с открытиями, отказом от классических парадигм, он чередуется новыми заблуждениями и ошибочными гипотезами [1]. Причина этого лежит в том, что силы, возникающие на крыльях насекомых, имеют три основные составляющие, которые сложно выделить как в численном, так и в физическом эксперименте.

Данная работа является развитием исследований природы сил, возникающих при полете насекомых, которые были начаты в [2], опираясь на усовершенствованный метод дискретных вихрей [3] и метод расчета нестационарного поля давления [4]. Так как движения крыльев насекомых происходят при малых числах Рейнольдса, необходима проверка: имеет ли место обнаруженный в [2] инерционно-вихревой принцип полета в случае вязкой среды.

### **2. Постановка задачи**

Сделаем упрощающие предположения относительно свойств среды и крыльев насекомого.

В силу того, что насекомые машут крыльями с высокими частотами, время, за которое крупномасштабные вихри, возникшие за полупериод махов крыльев, оказывают существенное влияние на поле течения вблизи крыла, не сопоставимо мало по сравнению со временем, необходимым для существенной диссиляции завихренности. Беря во внимание это, а также то, что отрыв потока при махах происходит только с кромок крыльев насекомых, мы не будем учитывать диссиляцию завихренности в пространстве и прилипание частиц среды к крылу, считая их эффектами более малого порядка по сравнению с явлениями конвекции и диффузии завихренности.

Это позволит нам, следуя [5], опираясь на модель идеальной невесомой несжимаемой среды, потенциальной всюду вне вихревых поверхностей, качественно оценить влияние вязкости на процесс их эволюции, а, значит, и на величину перераспределения вклада сил вихревой, инерционной и циркуляционной природы в главный вектор внешних сил на крыле насекомого.

Пусть среда является сплошной и обладает свойствами идеальности, несжимаемости и невесомости. Во всех ее точках в начальный момент времени предполагается отсутствие вихрей, а сама среда - неподвижной. Пусть в некоторой области пространства среды находятся два крыла, задние кромки которых соединены. Будем предполагать, что крылья являются бесконечно тонкими, непроницаемыми, прямолинейными и недеформируемыми. Будем рассматривать лишь средние сечения крыльев, параллельные их хордам. Влиянием эффектов трехмерности будем пренебрегать. В начальный момент времени вместо сложенных крыльев рассмотрим два параллельных крыла, задние кромки которых соединены непроницаемой перемычкой  $s$ , длина которой принималась равной 0,2 хорды. Так как рассматривается лишь зеркально-симметричный тип движения крыльев друг относительно друга, достаточно моделировать лишь движение одного крыла в верхней полуплоскости  $D$ , учитывая влияние второго методом зеркальных отражений относительно линии симметрии  $L$ , которая станет непроницаемой.

Примем к рассмотрению модель обтекания крыла  $S$  со сходом слоя течения с его задней кромки, что равносильно выполнению постулата Кутта-Жуковского-Чаплыгина о конечности скорости в окрестности этой кромки.

В силу принятых свойств среды и крыла, с задней кромки движущегося крыла будет сходить вихревая пелена  $\sigma$ , точки которой будут двигаться по траекториям жидких частиц, то есть она будет вмороожена в потенциальную среду. Скачок потенциала скорости  $\Delta\Phi$  на свободной вихревой пелене  $\sigma$  не будет меняться со временем.

Принятая модель, допускающая образование свободной вихревой пелены за крылом в процессе его движения, не противоречит теореме Лагранжа и динамической теореме Кельвина, так как в этих теоремах сохранение завихренности и циркуляции выполняется не для области пространства, а для жидкого объема среды. При этом границей рассматриваемой среды  $D$  является совокупность  $S \cup s \cup L = S'$ , и  $\sigma$ , причем в область  $D$  сами  $S'$  и  $\sigma$  не входят.

Сформулируем начально-краевую задачу [6].

Уравнение Лапласа:

$$\operatorname{div} \operatorname{grad} \Phi(x, y, t) = 0 \quad t > 0, \quad (x, y) \in D. \quad (2.1)$$

Запишем граничные условия для уравнения Лапласа.

Условие непроницаемости крыла  $S$ , перемычки  $s$  и линии симметрии  $L$ :

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (x_0, y_0)} \vec{n}_{S'}(x_0, y_0, t) \cdot \operatorname{grad} \Phi(x, y, t) = \vec{n}_{S'}(x_0, y_0, t) \cdot \vec{W}^*(x_0, y_0, t) \quad (2.2)$$

$$\forall t, \quad (x_0, y_0) \in S' \setminus (B_1 \cup B_2), \quad (x, y) \in D,$$

где  $\vec{W}^*$  - вектор скорости точек границы  $S'$ ;  $B_1$  - задняя кромка крыла:  $B_2$  - передняя кромка крыла:  $\vec{n}_{S'}$  - вектор нормали к границе  $S'$ .

Условие движения вихревой пелены  $\sigma$  по траекториям жидких частиц:

$$\begin{aligned} \lim_{(x,y) \rightarrow (x_0, y_0)} \vec{n}_\sigma(x_0(t, \tilde{t}), y_0(t, \tilde{t}), t) \cdot \operatorname{grad} \Phi(x, y, t) = \\ = \vec{n}_\sigma(x_0(t, \tilde{t}), y_0(t, \tilde{t}), t) \cdot \vec{\tilde{W}}(x_0(t, \tilde{t}), y_0(t, \tilde{t}), t) \quad (2.3) \\ t \geq \tilde{t}, \quad (x_0, y_0) \in \sigma, \quad (x, y) \in D, \end{aligned}$$

где  $\vec{\tilde{W}}$  - вектор скорости точек вихревой пелены;  $\vec{n}_\sigma$  - вектор нормали к вихревой пелене;  $\tilde{t}$  - время, при котором  $(x_0, y_0) \in S$ .

Условие постоянства скачка потенциала  $\Delta\Phi$  в точках  $\sigma$ :

$$\Delta\Phi(x_0(t, \tilde{t}), y_0(t, \tilde{t}), t) = \Delta\Phi(x_1, y_1, \tilde{t}) \quad t \geq \tilde{t}, \quad (x_0, y_0) \in \sigma. \quad (2.4)$$

Условие затухания возмущений на бесконечном удалении от крыла и вихревой пелены:

$$\begin{aligned} \lim_{(x,y) \rightarrow (x_0, y_0) \rightarrow \infty} \operatorname{grad} \Phi(x, y, t) = 0, \quad \lim_{(x,y) \rightarrow (x_0, y_0) \rightarrow \infty} \frac{\partial \Phi(x, y, t)}{\partial t} = 0 \\ \forall t, \quad (x, y) \in D, \quad (x_0, y_0) \in S' \cup \sigma. \quad (2.5) \end{aligned}$$

Как известно, внешняя смешанная краевая задача для уравнения Лапласа имеет решение с точностью до константы при условии:

$$\int_{S' \setminus L} \vec{W}^*(x_0, y_0, t) \cdot \vec{n}_{S'}(x_0, y_0, t) ds = 0 \quad \forall t, \quad (x_0, y_0) \in S' \setminus L \cup \sigma. \quad (2.6)$$

Данное условие выражает закон сохранения массы внутри границы  $S' \setminus L$ , что в плоском случае для несжимаемой среды эквивалентно сохранению площади внутри непроницаемого контура  $S \cup s$ , или нулевому балансу потока через его поверхность. В силу принятых ограничений, в рассматриваемом случае это условие будет выполняться для любого момента времени, то есть существование решения задачи (2.1)-(2.6) обеспечено.

Так как область  $D$  является односвязной, потенциал  $\Phi$  является однозначной функцией. Поэтому условие единственности решения задачи обеспечивается автоматически.

Задача Коши для нахождения формы свободной вихревой пелены  $\sigma$  в произвольный момент времени  $t$ :

$$\begin{cases} \vec{r}(x_0(t, \tilde{t}), y_0(t, \tilde{t}), t) = \vec{r}(x_1, y_1, \tilde{t}), & t = \tilde{t}, \\ \frac{d\vec{r}(x_0(t, \tilde{t}), y_0(t, \tilde{t}), t)}{dt} = \vec{\tilde{W}}(x_0(t, \tilde{t}), y_0(t, \tilde{t}), t), & t > \tilde{t}, \end{cases} \quad (2.7)$$

где  $\vec{r}$  - радиус-вектор произвольной точки  $(x_0, y_0) \in \sigma$ .

Для начально-краевой задачи (2.1)-(2.7) начальными условиями будут известная форма границ и значение потенциала в момент  $t = 0$ :

$$S' \cup \sigma = S', \quad \Phi(x, y, t) = 0 \quad t = 0, \quad (x, y) \in D. \quad (2.8)$$

Скорости точек свободной вихревой пелены, входящие в уравнения (2.3) и (2.7), являются функционалами от всех предшествующих положений границ  $S$  и  $\sigma$ , которые необходимо находить в процессе решения задачи. Поэтому начально-краевая задача (2.1)-(2.8) является нелинейной.

### 3. Решение задачи усовершенствованным методом дискретных вихрей

Решение уравнения Лапласа будем искать в виде суммы потенциалов от непрерывно распределенных по границам области гидродинамических особенностей. При выборе типа особенностей будем учитывать необходимость обеспечить тангенциальный разрыв скорости на поверхности крыла, перемычке и свободной вихревой пелене, а также затухание возмущений на бесконечном удалении от границ. Такими свойствами обладают потенциалы двойного слоя и слоя вихрей. Поэтому, используя любой из них, определим его плотность так, чтобы удовлетворить условию непроницаемости. Подставив выражение для потенциала двойного слоя в граничное условие (2.2), учитывая параметрическое представление границ и применяя метод зеркальных отражений относительно линии симметрии  $L$ , получим сингулярное интегро-дифференциальное уравнение:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2\pi} \int_{S' \setminus L} \left( \frac{y'_{0l_{S' \setminus L}}(y_0 - y) + x'_{0l_{S' \setminus L}}(x_0 - x)}{(x_0 - x)^2 + (y_0 - y)^2} - \frac{y'_{0l_{S' \setminus L}}(y_0 + y) + x'_{0l_{S' \setminus L}}(x_0 - x)}{(x_0 - x)^2 + (y_0 + y)^2} \right) g'_{l_{S' \setminus L}}(x, y, t) dl_{S' \setminus L} = \\ & = \vec{W}^*(x_0, y_0, t) \cdot \vec{n}_{S' \setminus L}(x_0, y_0, t) - \frac{1}{2\pi} \int_{\sigma} \left( \frac{y'_{0l_{S' \setminus L}}(y_0 - y(t, \tilde{t})) + x'_{0l_{S' \setminus L}}(x_0 - x(t, \tilde{t}))}{(x_0 - x(t, \tilde{t}))^2 + (y_0 - y(t, \tilde{t}))^2} - \right. \\ & \left. - \frac{y'_{0l_{S' \setminus L}}(y_0 + y(t, \tilde{t})) + x'_{0l_{S' \setminus L}}(x_0 - x(t, \tilde{t}))}{(x_0 - x(t, \tilde{t}))^2 + (y_0 + y(t, \tilde{t}))^2} \right) g'_{l_{\sigma}}(x(t, \tilde{t}), y(t, \tilde{t})) dl_{\sigma}, \quad (x_0, y_0) \in S' \setminus L. \end{aligned} \quad (3.1)$$

Сингулярные интегралы в (3.1) понимаются в смысле главного значения Коши. Задача Коши примет вид:

$$\begin{cases} \vec{r}(x_0(t, \tilde{t}), y_0(t, \tilde{t}), t) = \vec{r}(x_1, y_1, \tilde{t}), & t = \tilde{t}, \quad (x_0, y_0) \in \sigma \\ \frac{d\vec{r}(x_0(t, \tilde{t}), y_0(t, \tilde{t}), t)}{dt} = \frac{1}{2\pi} \int_{S \cup \sigma} g'_{l_{\Sigma}}(x, y, t) \left( \frac{(y_0(t, \tilde{t}) - y)\vec{i} - (x_0(t, \tilde{t}) - x)\vec{j}}{(x_0(t, \tilde{t}) - x)^2 + (y_0(t, \tilde{t}) - y)^2} - \right. \\ \left. - \frac{(y_0(t, \tilde{t}) + y)\vec{i} - (x_0(t, \tilde{t}) - x)\vec{j}}{(x_0(t, \tilde{t}) - x)^2 + (y_0(t, \tilde{t}) + y)^2} \right) dl_{\Sigma}, & t > \tilde{t}, \quad (x_0, y_0) \in \sigma. \end{cases} \quad (3.2)$$

Полученная система (3.1)-(3.2) - нелинейная. Поэтому, для решения поставленной задачи необходимо привлекать численные методы.

Так как скорости, индуцируемые двойным слоем, эквивалентны скоростям от соответствующего вихревого слоя, то для создания численной модели будем использовать усовершенствованный метод дискретных вихрей [3].

Непрерывные вихревые слои моделировались дискретными вихрями, между которыми в контрольных точках на поверхности крыла выполнялось условие непроницаемости. Непрерывные процессы моделировались кусочно-постоянными. Тем самым решение сингулярного интегро-дифференциального уравнения с начальными данными для скачка потенциала скорости (3.2), совместно с интегро-дифференциальным уравнением (3.1), было сведено к решению задачи Коши для ансамбля дискретных вихрей, моделирующих свободную вихревую пелену. При этом на каждом временном слое решалась система линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных

циркуляций суммарных дискретных вихрей, моделирующих поверхность крыла, находилось поле возмущенной скорости и новая форма вихревой пелены.

Для моделирования явления диффузии свободных дискретных вихрей вблизи стенки, вместо закона Био-Савара для индуцированной скорости от прямолинейной бесконечной вихревой нити с инверсивным вихрем и циркуляцией  $\Gamma_0$ , будем использовать поле скорости:

$$\begin{aligned} W_x &= \frac{\Gamma_0}{2\pi} \frac{y - y_0(t, \tilde{t})}{(x - x_0(t, \tilde{t}))^2 + (y - y_0(t, \tilde{t}))^2} \left( 1 - e^{-\frac{(x - x_0(t, \tilde{t}))^2 + (y - y_0(t, \tilde{t}))^2}{4\nu(t - \tilde{t})}} \right) - \\ &\quad - \frac{\Gamma_0}{2\pi} \frac{y + y_0(t, \tilde{t})}{(x - x_0(t, \tilde{t}))^2 + (y + y_0(t, \tilde{t}))^2} \left( 1 - e^{-\frac{(x - x_0(t, \tilde{t}))^2 + (y + y_0(t, \tilde{t}))^2}{4\nu(t - \tilde{t})}} \right), \\ W_y &= -\frac{\Gamma_0}{2\pi} \frac{x - x_0(t, \tilde{t})}{(x - x_0(t, \tilde{t}))^2 + (y - y_0(t, \tilde{t}))^2} \left( 1 - e^{-\frac{(x - x_0(t, \tilde{t}))^2 + (y - y_0(t, \tilde{t}))^2}{4\nu(t - \tilde{t})}} \right) + \\ &\quad + \frac{\Gamma_0}{2\pi} \frac{x - x_0(t, \tilde{t})}{(x - x_0(t, \tilde{t}))^2 + (y + y_0(t, \tilde{t}))^2} \left( 1 - e^{-\frac{(x - x_0(t, \tilde{t}))^2 + (y + y_0(t, \tilde{t}))^2}{4\nu(t - \tilde{t})}} \right), \end{aligned} \quad (3.3)$$

которое удовлетворяет не только уравнению неразрывности, но и уравнению дисперсии завихренности  $\Omega$  в вязкой несжимаемой среде с коэффициентом кинематической вязкости  $\nu$ :

$$\frac{\partial \Omega}{\partial t} + W_x \frac{\partial \Omega}{\partial x} + W_y \frac{\partial \Omega}{\partial y} = \nu \left( \frac{\partial^2 \Omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Omega}{\partial y^2} \right). \quad (3.4)$$

После решения кинематической задачи на каждом временном слое решалась динамическая задача - находились силы и моменты, возникающие на крыле, а также поле давления вокруг него и другие характеристики.

Метод дискретных вихрей позволяет представить скорость любой точки среды в виде суммы невозмущенной скорости потока, возмущенной скорости от системы суммарных дискретных вихрей, моделирующих обтекаемое тело, а также возмущенной скорости от системы свободных вихрей, моделирующих непрерывную вихревую пелену, сошедшую с тела. Кроме того, в случае, когда крыло полагается бесконечно тонким, применение интеграла Коши-Лагранжа для расчета перепада давления на крыле с учетом свойств плотности вихревого слоя  $\gamma$  приводит к линеаризации нелинейных слагаемых. Указанные особенности моделирования дают возможность представить коэффициент нормальной силы в виде суммы трех компонент:

- инерционной:

$$C_{N_I}(\tau) = 2 \int_S \frac{\partial' \Delta \phi(s(\tau), \tau)}{\partial \tau} ds, \quad (3.5)$$

где  $\Delta \phi$  - скачок потенциала скорости на поверхности крыла  $S$ ; штрих при частной производной означает, что дифференцирование совершается в подвижной системе координат крыла;

- циркуляционной:

$$C_{N_\tau}(\tau) = -2 \int_S \gamma(s(\tau), \tau) (\hat{w}_\mu(s(\tau), \tau) - w_\mu^*(s(\tau), \tau)) ds \quad (3.6)$$

где  $\hat{w}_\mu$  - касательная проекция скорости от системы суммарных вихрей, моделирующих крыло;  $w_\mu^*$  - касательная проекция переносной скорости крыла;

- вихревой:

$$C_{N_V}(\tau) = -2 \int_S \gamma(s(\tau), \tau) \tilde{w}_\mu(s(\tau), \tau) ds, \quad (3.7)$$

где  $\tilde{w}_\mu$  - касательная проекция скорости от системы свободных вихрей.

Указанное разделение сил имеет довольно ясную физическую основу: циркуляционная компонента есть аналог квазистационарной силы Жуковского для нормальной силы и определяется мгновенным значением циркуляции по контуру, прилегающему к крылу (без учета сошедших вихрей); инерционная компонента есть нестационарная составляющая, зависящая от мгновенной присоединенной массы крыла; вихревая (индуктивная) компонента определяется текущими величиной и распределением завихренности вокруг крыла [7].

#### 4. Результаты численного моделирования и их обсуждение

Для того, чтобы изучить влияние закона раскрытия крыльев насекомых, рассмотрим два закона движения крыльев, которые принципиально отличаются друг от друга по характеру старта.

Первый – это мгновенный старт с постоянной единичной угловой скоростью вращения:

$$\begin{cases} \omega = 0, & \tau = 0, \\ \omega = 1, & \tau > 0. \end{cases} \quad (4.1)$$

Второй – плавный старт с угловой скоростью, меняющейся по линейному закону

$$\omega = \frac{\tau}{\pi}, \quad (4.2)$$

где  $\tau$  - время, обезразмеренное по хорде крыла  $b$  и линейной скорости задней кромки крыла  $U^*$  при его развороте на угол  $\beta = \pi$ . При этом изучался вклад инерционной (3.5), циркуляционной (3.6) и вихревой (3.7) компонент в формирование нормальной силы на каждом крыле в процессе их разворота от угла  $\beta = 0^\circ$  до  $\beta = 60^\circ$ , отсчитываемого от плоскости симметрии. Число Рейнольдса определялось как  $Re^* = U^* b / \nu$ , где  $\nu$  - кинематическая вязкость среды.

Угол  $\beta = 60^\circ$  есть наиболее типичным для насекомых, которые используют механизм Вейс-Фога перед совершением морфологического маха вниз в процессе трепещущего полета (к примеру, оса-наездница *Encarsia formosa*). Мы остановимся здесь только на процессе броска, так как моделирование последующего процесса раздвижения необходимо осуществлять в трехмерной постановке из-за возникновения вихревого течения вдоль размахов крыльев по

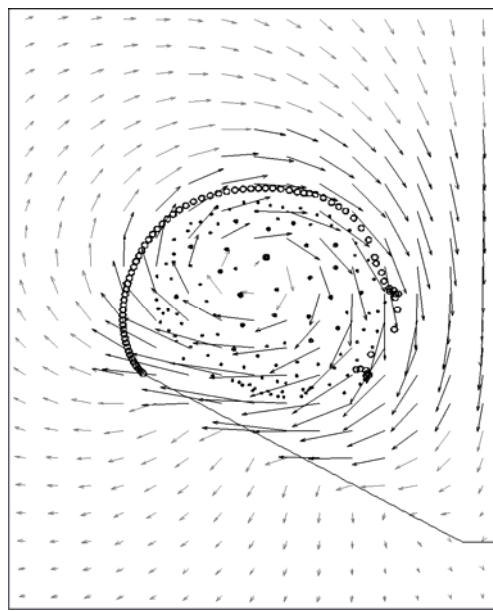


Рис.1, а

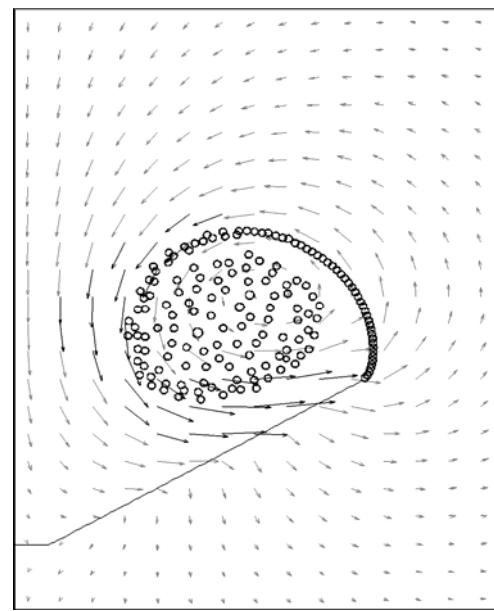


Рис.2, а

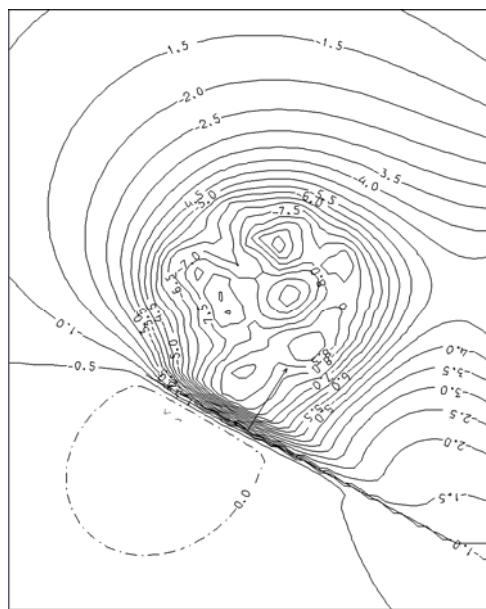


Рис.1, б

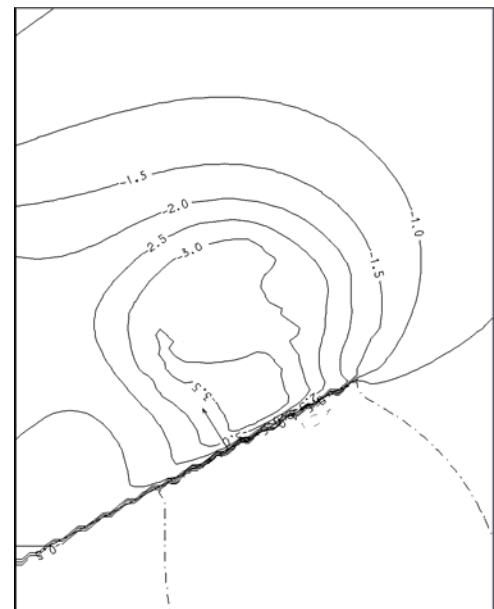
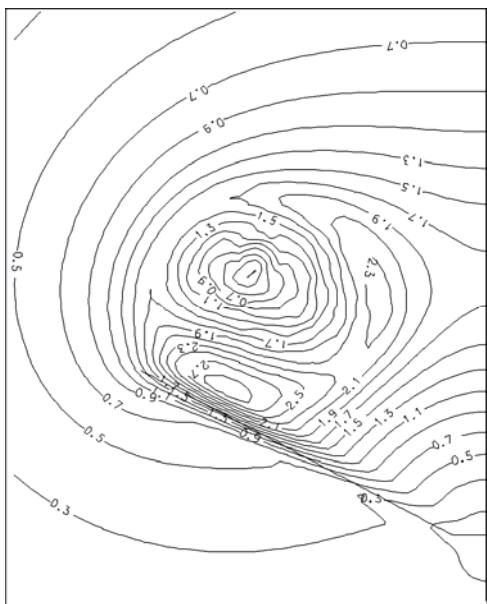
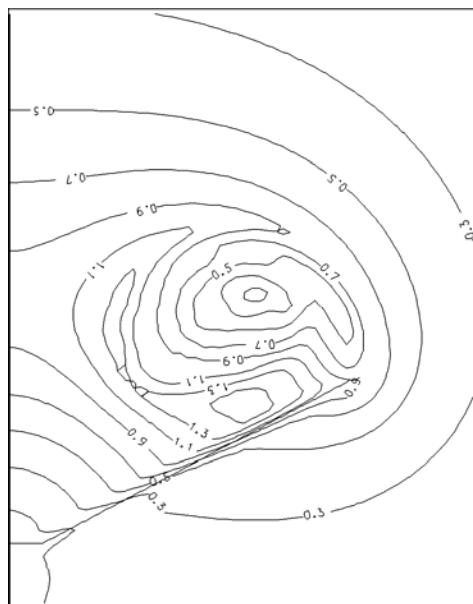


Рис.2, б

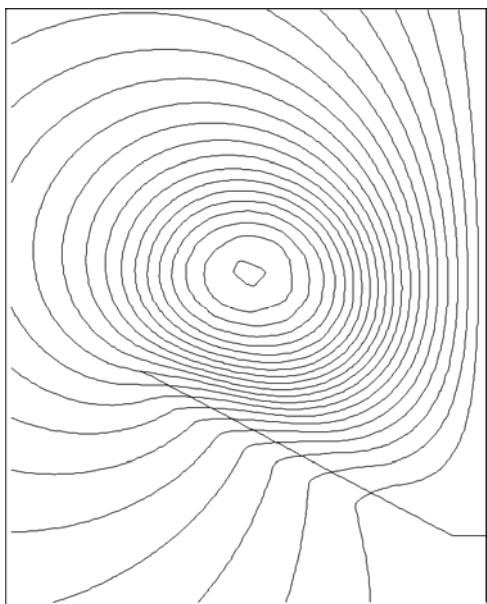
направлению от основания к концам крыльев. Впервые на механической модели механизма Вейс-Фога для трепещущего полета такое течение было получено в 1979 году Максуорси [8], а в 1996 году Эллингтон и др. при визуализации полета привязанной ночной моли *Manduca sexta* обнаружили, что на ее передних кромках возникают и удерживаются на протяжении полупериода махов



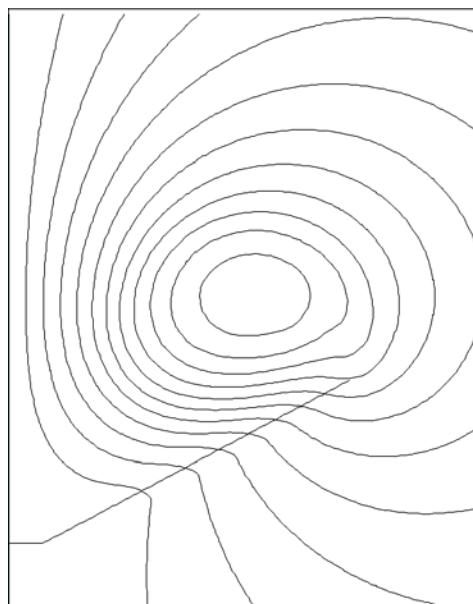
Puc.1,6



Puc.2,6



Puc.1,2



Puc.2,2

конические вихри, расположенные с подветренной стороны крыльев [9].

На рисунках 1-4 представлены поля скоростей (более темные вектора соответствуют безразмерной скорости, большей 1), вихревые картины (дискретные вихри, врачающиеся по часовой стрелки показаны темными кружками; против - светлыми), изобары (вектором изображен главный вектор внешних сил, приложенный к крылу в мгновенном центре давления,

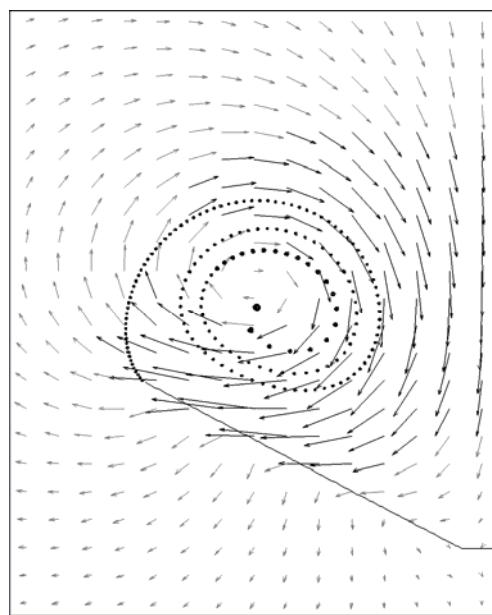


Рис.3,а

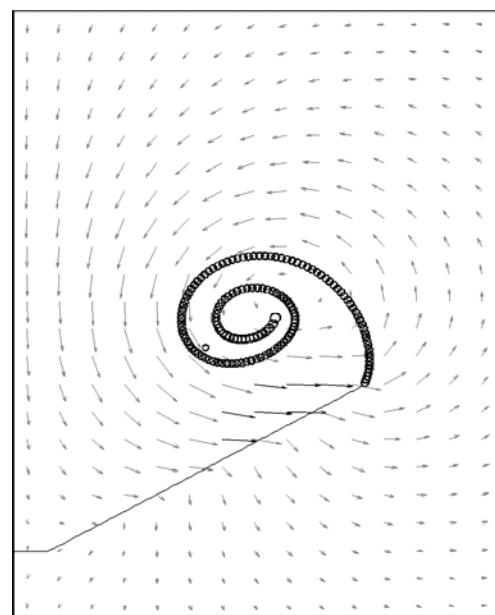


Рис.4,а

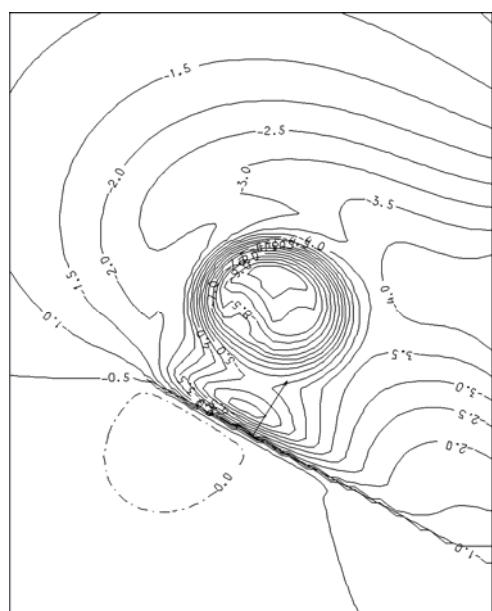


Рис.3,б

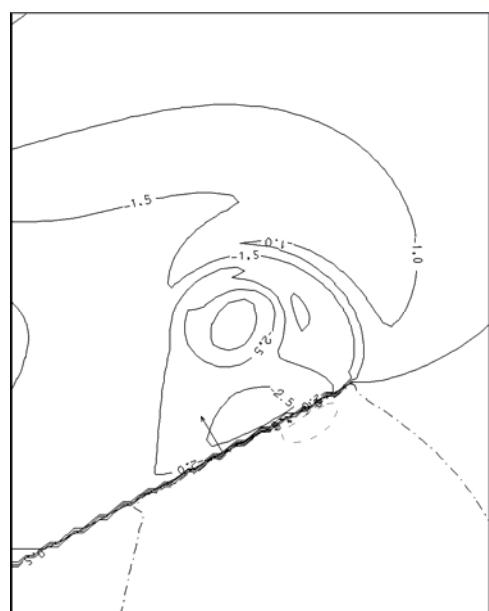


Рис.4,б

уменьшенный в 20 раз), изотахи, линии тока и линии равной завихренности.. Рисунки 1, 3, 6, 8 соответствуют мгновенному закону раскрытия крыльев; 2, 4, 7, 9 – плавному. Для рисунков 1,2,6,7 число Рейнольдса  $Re^* = 10^6$ ; для рисунков 3,4,8,9 -  $Re^* = 10^2$ , что соответствует числам Рейнольдса при полете насекомых.

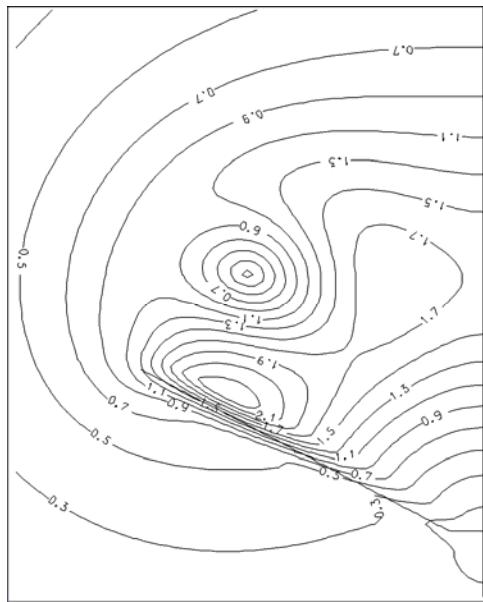


Рис.3,б

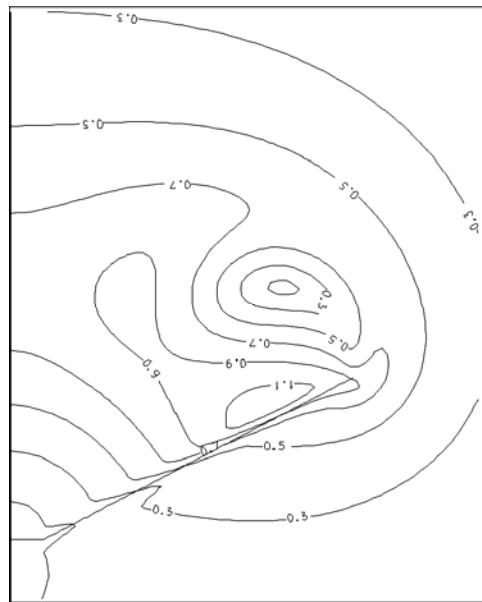


Рис.4,б

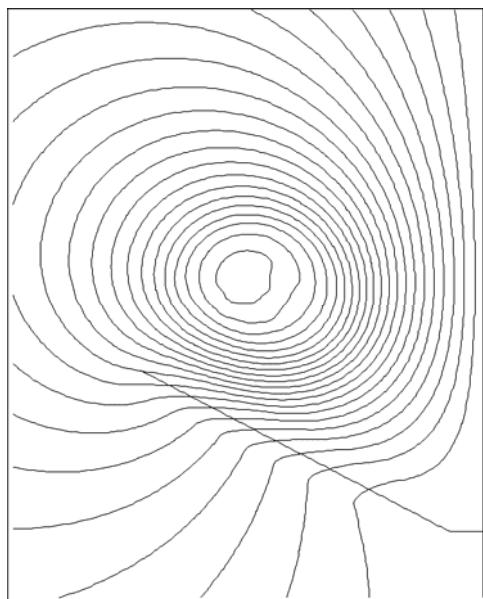


Рис.3,г

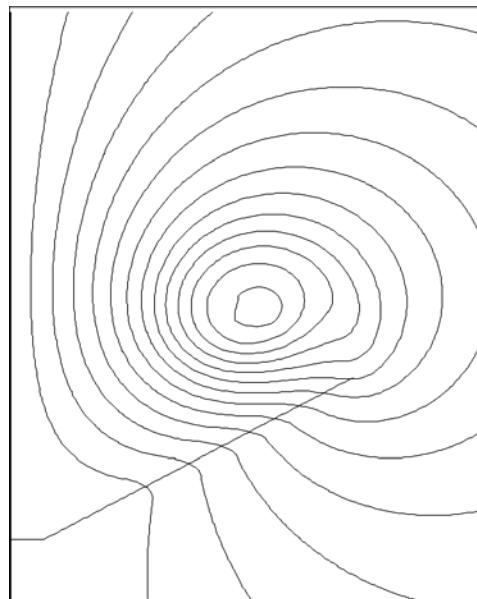
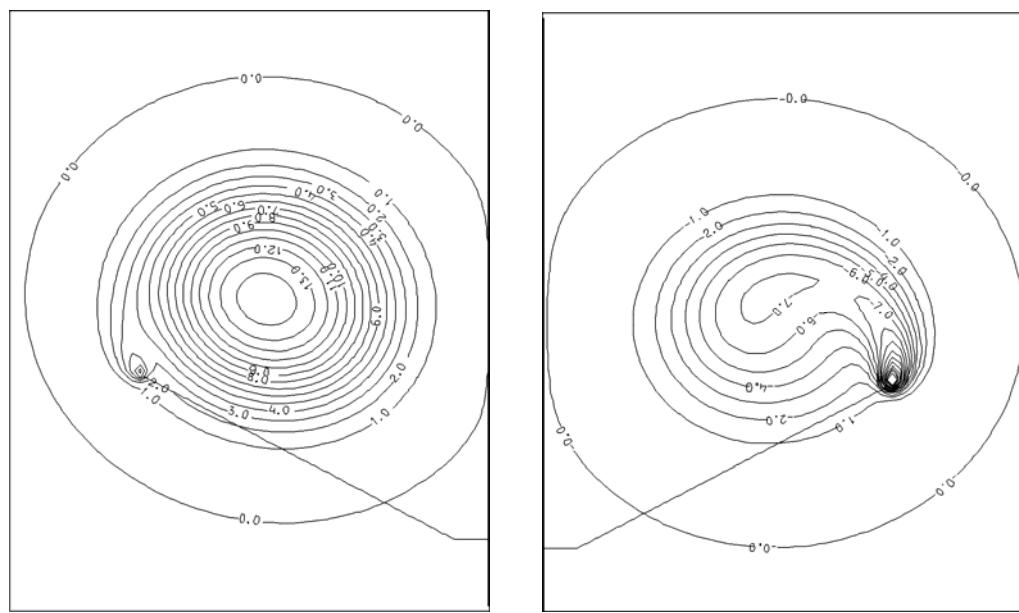


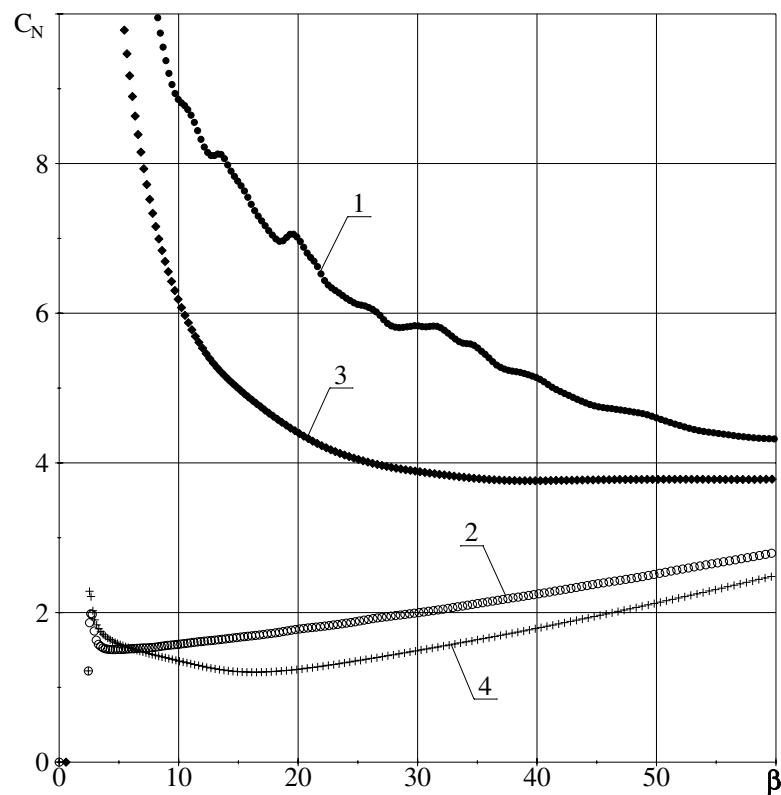
Рис.4,г

На рис.5 показано поведение нормальной силы на каждом крыле в процессе броска. Кривые 1 и 3 соответствуют мгновенному старту крыла; 2 и 4 – плавному. При этом кривым 1 и 2 соответствует число Рейнольдса  $Re^* = 10^6$ ; кривым 3 и 4 –  $Re^* = 10^2$ . На рисунках 6-9 кривые 1, 2 и 3 означают, соответственно, инерционную  $C_{N_I}/C_N$ , циркуляционную  $C_{N_C}/C_N$  и вихревую



Puc.3,δ

Puc.4,δ



Puc.5

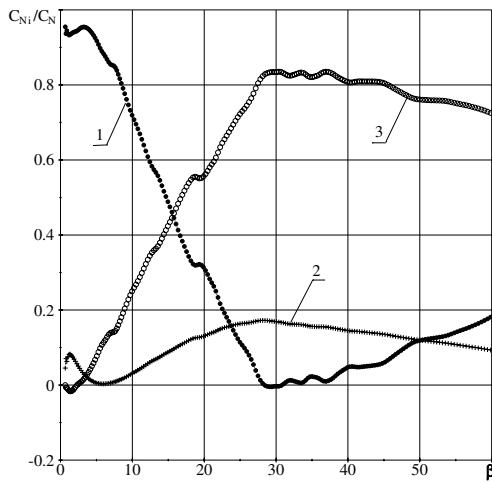


Рис.6

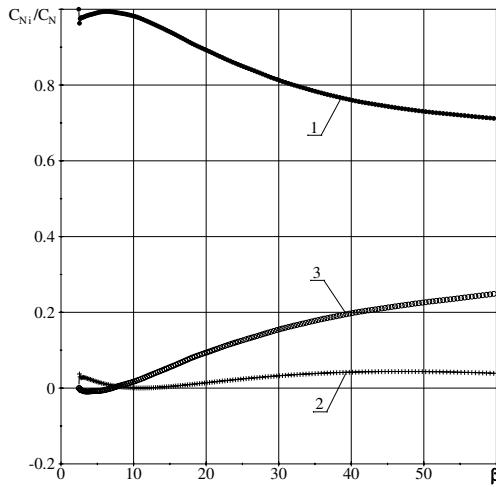


Рис.7

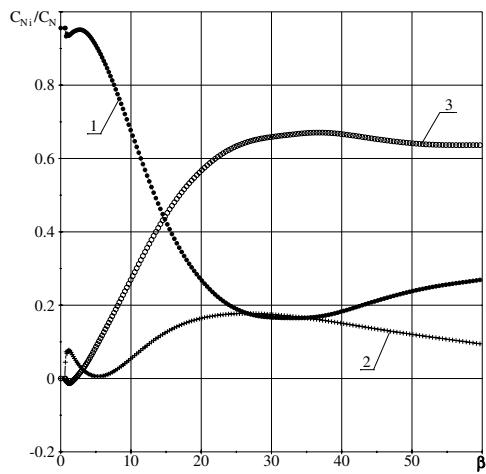


Рис.8

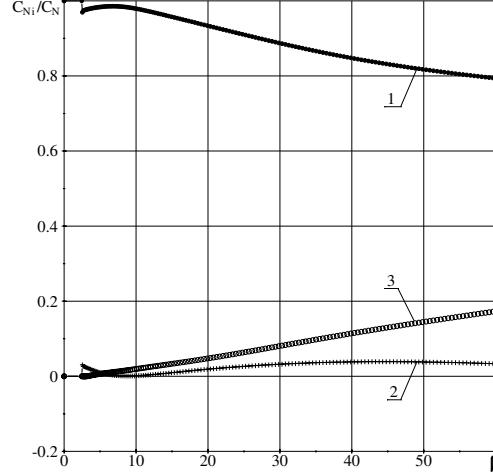


Рис.9

$C_{N_V}/C_N$  приведенные компоненты коэффициента нормальной силы.

Из рисунков видно, что при мгновенном старте крыла, в отличие от плавного, в полости между крыльями возникает гораздо более сильное вихревое течение, которое при  $Re^* = 10^6$  после некоторого угла раскрытия  $\beta = \beta_{kp}$  вызывает изменение знака сходящихся дискретных вихрей. Однако при  $Re^* = 10^2$  такого уже не происходит, что объясняется демпфирующим влиянием вязкости вследствие диффузии вихрей. Все полученные характеристики течений показывают, что наибольшие градиенты представленных величин наблюдаются при мгновенном старте (при  $Re^* = 10^6$  большие, чем при  $Re^* = 10^2$ ), затем – плавный старт,  $Re^* = 10^6$ , и наименьшие – при плавном старте и  $Re^* = 10^2$ .

Доминирующий характер инерционных сил при плавном законе объясняется более дальним расположением стартового вихря от крыла, что приводит к большему влиянию мгновенных присоединенных масс на крыло. Напротив, в случае мгновенного старта при  $Re^* = 10^6$  и  $28^\circ < \beta < 37^\circ$  наблюдается эффект «запирания потока», который исчезает при  $Re^* = 10^2$ , что приводит к увеличению вклада инерционных сил и уменьшению вклада вихревой компоненты.

### 5. Заключение

Полученные результаты позволяют сделать вывод о том, что при уменьшении числа Рейнольдса вклад сил инерционной природы несколько возрастает, вклад сил вихревой природы несколько уменьшается, однако в случае мгновенного старта крыльев он все же составляет две трети от всей нормальной силы. При плавном законе раскрытия крыльев инерционные силы доминируют независимо от числа Рейнольдса. Вклад сил циркуляционной природы мал во всех случаях, что подтверждает то, что установленный ранее инерционно-вихревой принцип полета насекомых [2], справедлив для любых чисел Рейнольдса, в отличие от инерционно-циркуляционного принципа, справедливого для полета птиц и плавания рыб и дельфинов при больших числах Рейнольдса [7].

## ЛИТЕРАТУРА

1. Sane S.P. The aerodynamics of insect flight // The Journal of Experimental Biology. – 2003. – Vol. 206. – P. 4191-4208.
2. Shekhovtsov A.V. Inertial-vortical principle of animal flight // BIONA-report 12. – 1998. – Stuttgart, Jena, Lubeck: G. Fischer, Akad. Wiss. u. Lit., Mainz. – P. 307-316.
3. Довгий С.А., Шеховцов А.В. Усовершенствованный метод дискретных вихрей для нестационарных задач // Обчислювальна та прикладна математика. – 1997. – Вип. 2(82). – С. 30- 44.
4. Шеховцов А.В. Метод расчета нестационарного поля давления в смешанной потенциально-вихревой области, прилегающей к вращающемуся крылу // Прикладная гидромеханика. – 2000. – Том 2 (74), N1. – С. 79-87.
5. Белоцерковский С.М., Ништ М.И. Отрывное и безотрывное обтекание тонких крыльев идеальной жидкостью. – М.: Наука. – 1978. – 352 с.
6. Шеховцов А.В. Нелинейная математическая модель работы хвостового плавника дельфина // Прикладная гидромеханика. – 1999. – Том 1 (73), N2. – С. 71- 88.
7. Шеховцов А.В. Инерционно-циркуляционный принцип полета и плавания // Вісник Харк. Нац. ун-ту. – 2005. – № 661, вип. 4. – С. 249-258.
8. Maxworthy, T. J. Experiments on the Weis-Fogh mechanism of lift generation by insects in hovering flight. Part 1. Dynamics of the ‘fling’ // J. Fluid Mech. – 1979. – Vol. 93. – P. 47-63.
9. Ellington, C. P., Van den Berg, C., Willmott, A. P. and Thomas, A. L. R. Leading-edge vortices in insect flight // Nature. – 1996. – Vol. 384. – P. 626-630.