

Застосування методу інтегральних рівнянь в задачах аналізу динамічної міцності елементів зварних конструкцій гідротурбін

Т. Ф. Медведовська, І. Є. Ржевська

Институт проблем машиностроения им А. Н. Подгорного НАН Украины, Украина

The method is developed to define the frequencies and mode shapes of fluid-elastic vibrations of the water turbine elements. At first, mode shapes in vacuum for revolution bodies are calculated by finite element method and its modification. At second, the liquid was supposed to be an ideal incompressible one. It was supposed also that there exist the potential of liquid velocities. The boundary condition on the surface is reduced to the singular integral equation by potential method. The numerical solution of this singular integral equation was done with usage of boundary element method. The numerical analysis of free fluid-elastic vibrations was accomplished. The results obtained were used in modernisation of hydroelectric power station equipment.

Вступ

Значне використання енергетичного потенціалу в багатьох країнах миру, в тому числі і в Україні, призвело до необхідності модернізації зварних конструкцій гідротурбінного обладнання ГЕС, що знаходяться в експлуатації тривалий час. В ВАТ “Турбоатом” проводяться роботи по вдосконаленню нормативної бази для оцінки ресурсу елементів гідротурбін [1]. Вірогідність одержаних результатів по цій методиці підтверджується в роботах [2]. Означений підхід був розвинутий в [3] для визначення напружено-деформівного стану конструктивно-ортотропного тіла при несиметричному навантаженні, що дало можливість звести обчислення цих переміщень до розв’язування незалежних задач для кожного члена розкладу ряду Фур’є.

Кришка гідротурбіни – нерухома деталь, що обмежує згори проточну частину турбіни і служить для розміщення деталей направляючого апарату і інших її вузлів. Конструкція кришки гідротурбіни являє собою поєднання тонкостінних тіл обертання, що підкріплені системою часто розташованих меридіональних пластин. Робоче колесо радіально-осьової гідротурбіни містить ступицю, обід та лопатеву систему. Ступиця та обід є тілами обертання, лопаті – оболонками змінної товщини. Робоче колесо кріпиться до валу болтами, що розташовані вздовж кола на ступиці.

При вирішенні питань модернізації розглядається необхідність заміни або продовження терміну служби кришок і робочих коліс гідротурбін, які є найбільш металоємними вузлами. Аналіз літературних джерел виявив відсутність чисельних досліджень по визначенню частот і форм коливань цих конструкцій у рідині. Для оцінки впливу води на частоту вільних коливань використовувались результати, що отримані за допомогою наближеного засобу Релея-Лемба. При цьому для кришки гідротурбіни за форми вільних коливань обиралися форми коливань радіальної пластини [4], а для системи лопатей

гідротурбіни використовувалися двовимірні моделі та експериментальні дані. Дана робота присвячена уточненню власних частот гідропружних коливань робочих коліс та кришок гідротурбіни на основі методів скінчених елементів (МСЕ) та граничних інтегральних рівнянь. Форми коливань конструкції в рідині подаються в вигляді розкладу по формам її коливань в вакуумі.

1. Побудова матриці приєднаних мас конструкції, взаємодіючої з рідиною

Рівняння вільних коливань конструкції, деякі поверхні якої контактують з рідиною, запишемо в матричній формі таким чином

$$[K - 2\omega(M_e + M_l)] \cdot W = 0, \quad (1)$$

де K , M_e , M_l – матриці жорсткості, мас конструкції і приєднаних мас рідини;

ω – власна частота; W – матриця, стовпці якої є власні вектори коливань конструкції в воді.

При використанні методу скінчених елементів компоненти векторів W є амплітудними переміщеннями вузлів скінченоелементної сітки конструкції.

Для визначення елементів матриці M_l необхідно обчислити тиск, що діє на поверхні конструкції, які контактують з рідиною. Будемо припускати, що рідина ідеальна, нестислива, рух рідини вважаємо безвихровим. Швидкість рідини може бути зображена в вигляді

$$\vec{v}(x, y, z, t) = \vec{v}_0(x, y, z, t) + \text{grad}\Phi(x, y, z, t), \quad (2)$$

де $\vec{v}_0(x, y, z, t)$ – вектор швидкості незбуреного

потoku рідини;

$\Phi(x, y, z, t)$ – потенціал швидкостей, які індуковані вільними коливаннями конструкції.

Для визначення тиску рідини на змочені поверхні конструкції застосуємо інтеграл Коши-Лагранжа [5]

$$p_0(x, y, z) + p(x, y, z, t) = -\rho_l \left[\frac{\partial \Phi(x, y, z, t)}{\partial t} + \frac{|\vec{v}|^2}{2} \right], \quad (3)$$

де ρ_l – густина рідини.

Підставимо (2) в (3), і зберігаючи лише члени першого порядку малості, отримаємо

$$p = -\rho_l \left[\frac{\partial \Phi(x, y, z, t)}{\partial t} + (\text{grad}\Phi(x, y, z, t) \cdot \vec{v}) \right]. \quad (4)$$

Тут точка означає скалярний добуток.

В роботі [6] вказано, що швидкість потоку рідини до 30 м/с несуттєво впливає на частоти та форми власних коливань конструкції в рідині, тому другим доданком в формулі (4) нехтуємо; звідси маємо

$$p = -\rho_l \frac{\partial \Phi(x, y, z, t)}{\partial t} \quad (5)$$

Таким чином, для знаходження тиску з боку рідини на поверхні конструкції необхідно визначити функцію $\Phi(x, y, z, t)$, вирішуючи рівняння Лапласа при граничних умовах

$$(\text{grad}\Phi \cdot \vec{n})|_{S_1} = \frac{\partial w}{\partial t}; \quad (\text{grad}\Phi \cdot \vec{n})|_{S_2} = 0,$$

де S_1 – сукупність змочених пружних поверхонь конструкції;

S_2 – сукупність змочених жорстких поверхонь конструкції;

\vec{n} – зовнішня нормаль до поверхні.

Згідно [7] будемо шукати амплітуду потенціалу швидкостей $\Phi(X)$ у вигляді

$$\Phi(X_0) = \frac{1}{4\pi} \iint_S \gamma(X) K(X, X_0) dS(X) \quad (6)$$

де $X_0 = (x_0, y_0, z_0)$ – точка спостереження,

$X = (x, y, z)$ поточна точка на поверхні,

$r = r(X, X_0)$ – Декартові відстань від точки X_0 до точки X , $\gamma(X)$ – невідома густина; $S = S_1 \cup S_2$.

Інтегральний оператор (6) має зміст потенціалу простого шару в задачі про коливання кришки, або подвійного шару в задачі про коливання робочого колеса. Приходимо до сингулярного інтегрального рівняння відносно $\gamma(X)$

$$c_\gamma(X_0) + \frac{1}{4\pi} \iint_S \gamma(X) L(X, X_0) dS(X) = \frac{\partial w(X_0)}{\partial t}, \quad (7)$$

де w – нормальне до змоченої поверхні переміщення.

У задачі про коливання кришки маємо

$$L(X, X_0) = \frac{(\vec{n}(X_0) \cdot \vec{e}_r)}{r^3}, \quad c = 1,$$

а про коливання робочого колеса отримаємо

$$L(X, X_0) = \frac{\partial^2}{\partial n(X) \partial n(X_0)} \left[\frac{1}{r(X, X_0)} \right], \quad c = 0.$$

Тут \vec{e}_r – орт вектору \vec{r} , направлено з точки X_0 в точку X .

Права частина рівняння (7) зображає швидкість переміщення стінок, що деформуються; непорушним стінкам відповідає нульова права частина. Розв'язавши рівняння (7) і обчисливши $\Phi(x, y, z)$ за формулою (6), визначимо тиск рідини на поверхні конструкції, використовуючи (5).

Для розв'язування сингулярного рівняння (7) застосовано метод граничних елементів (МГЕ). При цьому область інтегрування розбивалася на скінчене число чотирикутних підобластей N_S , в кожній з яких невідома густина замінювалася постійною величиною.

Визначення власних частот і форм коливань робочого колеса в вакуумі виконувалось на основі методики [9], а кришок гідротурбін – [3].

2. Розрахунок частот і форм власних гідропружних коливань кришки

Як приклад розглядається кришка великої поворотно-лопатевої гідротурбіни, що навантажена не лише масою деталей механізму повороту спрямляючого апарату (СА), але і значної по величині масою ротору агрегату (РА), бо на ній встановлена опора підп'ятника. Кришка закріплена зовнішнім фланцем із статором турбіни за допомогою болтів. Розрахункова схема і дискретизація конструкції на СЕ зображені на рис. 1. Вірогідність значень власних частот коливань у вакуумі, обчислених по розробленій методиці, підтверджується при їх порівнянні з результатами, що отримані МСЕ для просторової конструкції в цілому (рис. 2), для якої власна частота з урахуванням приєднаних мас деталей СА і ротора агрегату складає 12.2 Гц.

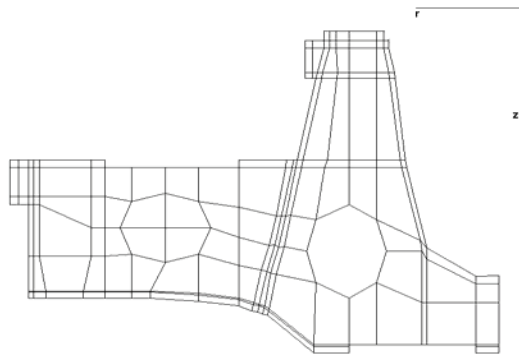


Рис. 1. Розрахункова схема кришки гідротурбіни

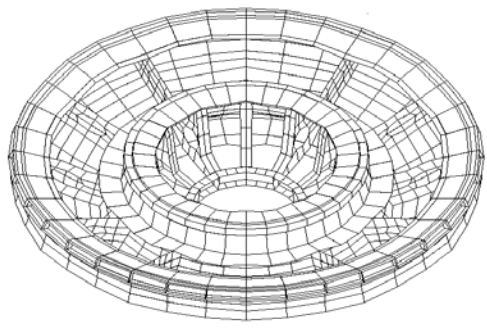


Рис. 2. Перша власна форма кришки гідротурбіни

Вірогідність значень власних частот коливань у вакуумі, обчислених по розробленій методиці, підтверджується при їх порівнянні з результатами, що отримані МСЕ для просторової конструкції в цілому (рис. 2). Досліджувався вплив зазначених вище приєднаних мас деталей на власні частоти кришки в вакуумі і в воді. Результати розрахунків наведені в табл. 1, 2, де форми власних коливань характеризуються числом вузлових діаметрів KF .

Табл.1. Власні частоти коливань кришки гідротурбіни без врахування маси деталей НА і ротора

	Частота, Гц		
	1	2	3
$KF=0$			
В вакуумі	49.8	257.7	289.9
В воді	30.5	194.1	287.3
$KF=1$			
В вакуумі	72.3	179.2	238.1
В воді	57.1	160.2	233.3

Табл.2. Власні частоти коливань кришки гідротурбіни з урахуванням маси деталей НА і ротора

	Частота, Гц*		
	1	2	3
$KF=0$			
В вакуумі	12.2	55.8	82.8
В воді	11.7	55.7	81.7
$KF=1$			
В вакуумі	14.9	38.8	54.5
В воді	14.7	38.7	53.9

4. Розрахунок частот і форм власних гідропружних коливань робочого колеса

Проведено чисельний аналіз коливань колеса радіально-осьової гідротурбіни. Здійснено порівняння з даними експерименту для моделі робочого колеса на ГЕС П'єдро дель Агіло (загальний вигляд колеса зображено на рис.3). Дані розрахунку і експерименту наведено в табл. 3.

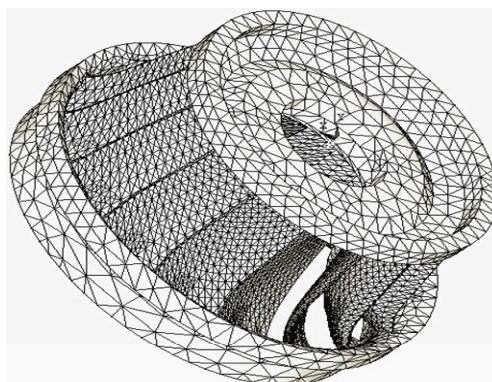


Рис.3 Загальний вигляд робочого колеса

Табл.3. Порівняння експериментальних і чисельних даних

Номер частоти	МСЕ, МГЕ розрахунок	ЕкспериментЦКПІ	Експеримент Турбоатом
1	33.05/24.0	33.68/22.5	33.87/21.6
2-3	35.8/29.2	37.13/28.5	35.93/28.5
4-5	42.9/31.5	39.87/31.1	63.06/32.7
6-7	71.9/37.0	57.89/33.3	66.99/37.2
8	80.7/52.5	80.44	83.83/48.2

В таблиці наведено значення частот коливань робочого колеса гідротурбіни в

повітрі (числівник) і воді (знаменник). Кратні частоти підкреслено.

Висновки

Вперше розроблено метод визначення власних частот і форм гідропружних коливань елементів гідротурбін, оснований на поєднанні МСЕ, розкладів Фур'є і МГЕ. Гідропружні власні форми розкладаються в ряд по власних формах в вакуумі. При цьому різко зменшується розмірність задачі (порядок системи алгебраїчних рівнянь), не потрібно розробка складної програми побудови тривимірної сітки для кінцевих елементів води і знижуються витрати часу на розрахунки. Метод дозволяє істотно уточнити динамічні характеристики елементів гідротурбіни і вивчити вплив окремих чинників на їх величину. Дослідження проводились згідно програми робіт за Державної науково-технічної програми „Ресурс” та Національної енергетичної програми України сумісно з ВАТ "Турбоатом".

ЛИТЕРАТУРА

1. Веремеєнко І., Зеленская О., Нагорний І., Кантор Б., Медведовська Т. Оцінка залишкового ресурсу кришок гідротурбін // *Машинознавство*. – 1999. – №12. – С. 3 – 8.
2. Эйгенсон С.Н., Титов В.Б. Экспериментальное исследование напряженного состояния ребер крышек гидротурбин поляризационно-оптическим методом // *Энергомашиностроение*. – 1978. – №11. – С.11–14.
3. Медведовская Т.Ф., Медведовский А.В., Еселева Е.В., Зеленская О.Н. Метод конечных элементов в задаче определения радиальной жесткости циклически симметричных несущих конструкций гидротурбин // *Пробл. машиностроения*. – 1999. – 2, №1-2. – С. 58 – 63.
4. Ламб Г. Гидродинамика. – М.; Л.: ОГИЗ, 1947. – 928 с.
5. Горелов Д.Н. Колебания лопастей осевых гидротурбин в потоке жидкости // *Аэроупругость турбомашин: Сб. науч. тр.* – Киев: Наук. думка, 1980. – С. 81 – 89.
6. Белоцерковский С.М., Лифанов И.К. Численные методы в сингулярных интегральных уравнениях. – М.: Наука, 1986. – 254 с.
7. Кантор Б.Я., Науменко В.В., Стрельникова Е.А. Об аппроксимации поверхностей плоскими элементами при численном решении сингулярных интегральных уравнений с ядром типа Адамара // *Докл. НАН Украины*. – 1995. – № 12. – С. 21 – 32.
8. Веремеєнко І.С., Кантор Б.Я., Ржевская И.Е. Прочность и собственные колебания рабочих колес радиально-осевых гидротурбин // *Пробл. машиностроения*. – 1999. – 2, №1-2. – С. 8-16.
9. Веремеєнко І.С., Кантор Б.Я., Ржевская И.Е. Прочность и собственные колебания рабочих колес радиально-осевых гидротурбин // *Пробл. машиностроения*. – 1999. – 2, №1-2. – С. 8-16.