

Застосування математичного апарата теорії систем масового обслуговування для оцінки вартісних показників GRID-систем

С. О. Куланов, В. С. Харченко

Національний аерокосмічний університет ім. М. С. Жуковського "ХАІ", Україна

The general analysis of GRID-system from the Queueing Theory point of view is lead. Basic GRID architectural elements which characteristics can be investigated by means of the Queueing Theory are presented. The calculation example which is based on M/M/m/n queueing system type demonstrates the cost effectiveness of changing the computational nodes quantity.

1. Постановка проблеми

Основною метою GRID є інтеграція великої кількості розподілених ресурсів, які можуть взаємодіяти один з одним для досягнення певної мети. Все більша кількість організацій, дослідницьких груп, вчених залучаються в GRID-інфраструктуру. Однак з переходом на нову платформу з'явився ряд проблем, пов'язаних із взаємодією великої кількості динамічних, як у просторі, так і за часом, об'єктів. Найчастіше потоки заявок, а також взаємодія об'єктів у середовищі GRID носять стохастичний характер, що суттєво ускладнює отримання кількісних показників таких систем.

Традиційні методи керування ресурсами (розподіл ресурсів, планування завдань, керування вхідним потоком заявок і таке інше) є неадекватними для більшості глобальних GRID і розподілених систем, які формуються зі стохастичних зв'язків і сукупностей об'єктів, що належать різним віртуальним організаціям. Такі методи найчастіше застосовуються в окремо взятих обчислювальних кластерах, які налаштовані на швидке вирішення конкретних завдань у тій або іншій сфері діяльності людини (наприклад, ядерна фізика) і не враховують вимоги строків (deadline), якості обслуговування (QoS) і фінансової вигоди. Даний підхід ускладнює інтеграцію такого роду обчислювальних вузлів у глобальне колабораційне середовище, більш того, він не враховує фінансову компенсацію за надання ресурсів глобальному співтовариству (будь-то комерційна організація або науково-дослідний інститут).

2. Аналіз публікацій

Існує досить велика кількість визначень GRID. Однак, на наш погляд, найбільш ємним, і досить чітким визначенням цього терміна є визначення GRID як системи, пов'язаної з реалізацією функцій інтеграції, віртуалізації й керування службами й ресурсами у розподіленому, гетерогенному середовищі, що підтримує сукупність користувачів і ресурсів (віртуальні організації) на сукупності традиційних адміністративних й організаційних доменів (фактичних організацій)[1].

У загальному випадку GRID систему можна представити як сукупність обчислювальних вузлів (кластерів), об'єднаних і керованих за деякими

правилами. На вхід даної системи надходять заявки, на виході система формує результат. Найчастіше потік заявок носить стохастичний характер, тому дану систему можна розглядати як СМО.

Найчастіше існуючі механізми розподілу навантаження (ресурсів) носять детермінований характер, тобто є набір стандартних (шаблонових) рішень, наприклад мережевих, алгоритмів сортування, пошуку мінімальної складової, таке інше. Відомий метод операційного аналізу[2], що дозволяє швидко оцінити деякі характеристики продуктивності GRID-структур, застосовується до системи в цілому й не враховує її внутрішню структуру.

Існує досить велика кількість публікацій і досліджень, спрямованих на розробку й аналіз розподілу ресурсів в GRID системах з використанням економічного підходу [3, 4, 5, 6, 7] або одержання прибутку від надання ресурсів GRID. Однак дані методики не враховують стохастичну природу потоків вхідних завдань (заявок), внутрішню структуру (архітектуру) віртуальних організацій залучених в GRID. Найчастіше, рішення про кількість ресурсів необхідних для обробки даних формує завдання вже на етапі постановки його на виконання і як наслідок – відсутність необхідних умов (ресурсів) не дозволяє завершити, або стартувати завдання в строк. Також, у розглянутих системах [8] виникають ситуації, коли виділена більша кількість ресурсів, чим можна було б задіяти в тих або інших умовах (для підтримання заданої якості обслуговування), це позначається на зменшенні прибутку від задачі «зайвих» ресурсів в оренду.

3. Мета статті

Мета статті – обґрунтувати можливість та доцільність використання апарата теорії масового обслуговування (ТМО) для визначення різних характеристик GRID-систем. Надати приклад розрахунку прибутку (динаміку прибутку) при додаванні обчислювальних вузлів (ресурсів) для вирішення певної проблеми за допомогою математичного апарата ТМО.

4. Визначення вартісної характеристики конфігурації GRID кластера

Для аналізу оптимальної за вартістю конфігурації кластера GRID побудуємо його спрощену модель, використовуючи математичний апарат теорії масового обслуговування. Під конфігурацією кластера в цьому випадку будемо розуміти сукупність вузлів, необхідних для рішення певного завдання, під збільшенням вартості – одержання додаткового прибутку (користувач платить певну суму за виконання свого завдання) від додавання нового вузла обслуговування.

Для наглядної демонстрації нашого підходу розробимо узагальнену та спрощену модель GRID системи та механізм обігу грошей (див. рис. 1).

Нехай існує деяка інфраструктура GRID (кластер), що складається з $m=4$ орендованих обчислювальних вузлів, у середньому в систему надходить $\lambda=8$ запитів на виконання в день, при цьому потік запитів носить пуасоновський характер. Середня кількість завдань у запиті є випадковою величиною, розподіленою за експонентним законом і рівняється $S_z = 5$ завданням. Нехай нормою для обслуговування є 7 завдань у день. Щоб виключити невиконання завдань у строк, GRID система не приймає нові запити на виконання, якщо в

черзі очікує $n=6$ заявок. За кожне виконане завдання орендований вузол одержує 2 грошові одиниці, а також плюс 100 грош.од. на місяць за оренду (оплата світла, технічна підтримка й т.д.). Замовник платить 4 грош.од. за кожне виконане завдання (див. рис. 1).

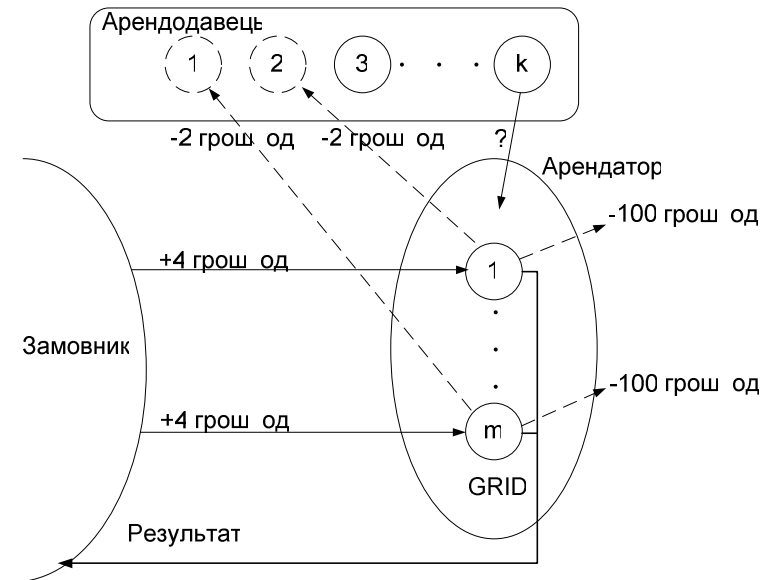


Рис. 1 – Структурна схема обігу коштів

Необхідно визначити основні характеристики функціонування GRID кластера; середній прибуток обчислювального кластера; вирішити питання про доцільність додавання аналогічного по параметрах додаткового обчислювального вузла.

5. Розробка моделі

Найбільш зручно представити дану систему за допомогою моделі багатоканальної СМО з обмеженою чергою [9]. Нехай на вхід СМО, що має m каналів обслуговування, надходить пуасоновський потік заявок з інтенсивністю λ . Інтенсивність обслуговування заявки кожним каналом дорівнює μ , а максимальне число місць у черзі дорівнює n . Граф такої системи представлений на рисунку 2.

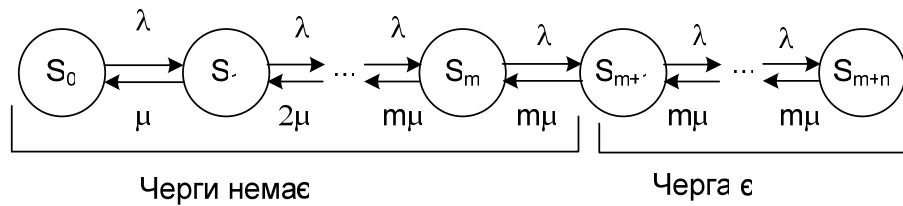


Рис. 2 – Граф функціонування СМО типу M/M/m/n

У СМО такого типу в черзі може перебувати не більше ніж n заявок. Якщо заявка надходить у СМО в момент, коли в черзі вже перебувають n заявок, то вона не обслуговується (не допускається в чергу).

Відповідно до прийнятих допущень, потік заявок - пуассоновський, час їхнього виконання – експоненто розподілена випадкова величина, тому, відповідно до нотації Кендалла[9], GRID-систему можна розглядати як СМО типу $M/M/m/n$ (де M - експонентний розподіл, m - число обслуговуючих приладів, n - число місць для очікування). У такий спосіб ми маємо СМО типу $M/M/4/6$. У даній СМО $\lambda = 8$ замовлень/день. Оскільки обчислювальний вузол може обробити в середньому 7 завдань у день, а середня кількість завдань у запиті на виконання - 5, то продуктивність одного обчислювального вузла (інтенсивність обслуговування) становить $\mu = \frac{7}{5} = 1,4$ замовлення/день. Таким чином, навантаження на СМО (обчислювальний кластер) обчислюється по формулі (1):

$$\rho = \frac{\lambda}{m \cdot \mu} . \quad (1)$$

Імовірність простою системи у нашому випадку обчислюється по формулі (2) [9]:

$$P_0 = \left[\sum_{i=0}^m \frac{(m\rho)^i}{i!} + \frac{(m\rho)^{m+1}}{m \cdot m!} \cdot \frac{1 - \rho^n}{1 - \rho} \right]^{-1} \quad (2)$$

і ймовірність відмови в обслуговуванні [9] у нашому випадку:

$$P_{відм} = \frac{(m\rho)^{m+n}}{m^n \cdot m!} \cdot P_0 , \quad (3)$$

де m - кількість каналів СМО, n - максимально припустима кількість заявок у черзі.

Досить важливим параметром при аналізі навантаження є середня довжина черги, що визначається по формулі:

$$q = \frac{(m\rho)^{m+1} \cdot P_0}{m \cdot m!} \cdot \frac{1 - (n+1)\rho^n + n\rho^{n+1}}{(1-\rho)^2} . \quad (4)$$

6. Проведення обчислювань

Проведемо розрахунки згідно формул (2-4), коли в GRID-системі беруть участь для обробки завдань від 1 до 12 вузлів. Отримані результати занесемо в таблицю для подальшої обробки (див. табл. 1). Основні обчислювальні параметри таблиці є: m – кількість вузлів для обробки, ρ – навантаження на кластер, P_0 – імовірність простою системи, $P_{відм}$ – імовірність відмови в обслуговуванні, $P_{обсл}$ – імовірність обслуговування, q – середня кількість заявок, що очікують виконання, U – коефіцієнт завантаження, S – середнє число зайнятих каналів, k – середнє число заявок у СМО, γ – пропускна здатність, ω – середній час перебування заявки у черзі, t – середній час перебування заявки у СМО.

Табл. 1. Основні характеристики GRID-кластера для різного числа обслуговуючих вузлів

m	ρ	P_0 (10^{-5})	$P_{\text{відм}}$ (10^{-2})	$P_{\text{обсл}}$ (10^{-2})	q (10^{-2})	U (10^{-2})	S	K	γ	ω (10^{-2})	t
1	5,71	0,4	82,5	17,5	5,79	100	1	6,79	1,4	413	4,85
2	2,86	7,3	65	35	5,46	99,9	1,999	7,46	2,8	195	2,67
3	1,9	32,1	47,7	52,3	4,94	99,7	2,99	7,93	4,19	118	1,89
4	1,43	82,7	31,2	68,8	4,1	98,3	3,93	8,03	5,5	75	1,46
5	1,14	154	17,6	82,4	2,99	94,3	4,72	7,71	6,6	45	1,17
6	0,95	225	8,1	91,9	1,86	87,5	5,25	7,11	7,35	25	0,97
7	0,82	277	3,2	96,8	1,0	79	5,53	6,53	7,74	12	0,84
8	0,71	306	1,1	98,9	0,48	70,6	5,65	6,13	7,91	6	0,78
9	0,64	320	0,38	99,6	0,22	63,3	5,69	5,91	7,97	3	0,74
10	0,57	326	0,12	99,9	0,09	57,1	5,71	5,8	7,99	1	0,73
11	0,52	328	0,03	99,9	0,04	51,9	5,71	5,75	7,99	0,5	0,72
12	0,48	329	0,01	99,9	0,01	47,6	5,71	5,73	7,99	0,2	0,72

7. Розрахунок прибутку

Розрахуємо прибуток M , отриманий в результаті виконання запитів протягом місяця (30 днів), що буде дорівнювати різниці між вибором (M_v) і виплатами за оренду вузлів (M_a).

$$M = M_v - M_a \quad (5)$$

Середній виборг за місяць для обчислювального кластера GRID складе:

$$M_v = \gamma_m \cdot S_z \cdot M_{dv} \cdot T, \quad (6)$$

де γ_m - середня кількість виконуваних завдань у день $\gamma_m = \lambda \cdot P_{\text{обсл}}$ для кількості m вузлів (див. табл. 1);

S_z - середня кількість задач $S_z = 5$;

M_{dv} - вартість виконання одного завдання для замовника $M_{dv} = 4$ грош.од.;

T - кількість днів і $T=30$.

Середні виплати за оренду обчислювальних вузлів на місяць, складуть:

$$M_a = \gamma_m \cdot S_z \cdot M_{da} \cdot T, \quad (7)$$

де параметри аналогічні (6), а M_{da} - орендна вартість виконання задачі $M_{da}=2$. Однак необхідно врахувати орендну плату (100 грош.од.), що стягується за умовою з кожного обслуговуючого вузла m , тому необхідно додати добуток:

$$M_a = (\gamma_m \cdot S_z \cdot M_{da} \cdot T) + m \cdot 100 \quad (8)$$

Таким чином, згідно (6) та (8), наприклад для $m=4$, маємо: $M_v = 5,5 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 30 = 3300$, $M_a = 5,5 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 30 + 4 \cdot 100 = 2050$. Разом прибуток згідно (5) становитиме $M = M_v - M_a = 3300 - 2050 = 1250$ грош.од.

Визначимо, кількість вузлів, при яких прибуток буде максимальним, для цього виконаємо обчислювання згідно формул (5), (6), (8) для $m=1:12$. Отримані результати занесемо до таблиці 2. Динаміку зміни прибутку в залежності від кількості вузлів відобразимо на графіку (див. рисунок 3).

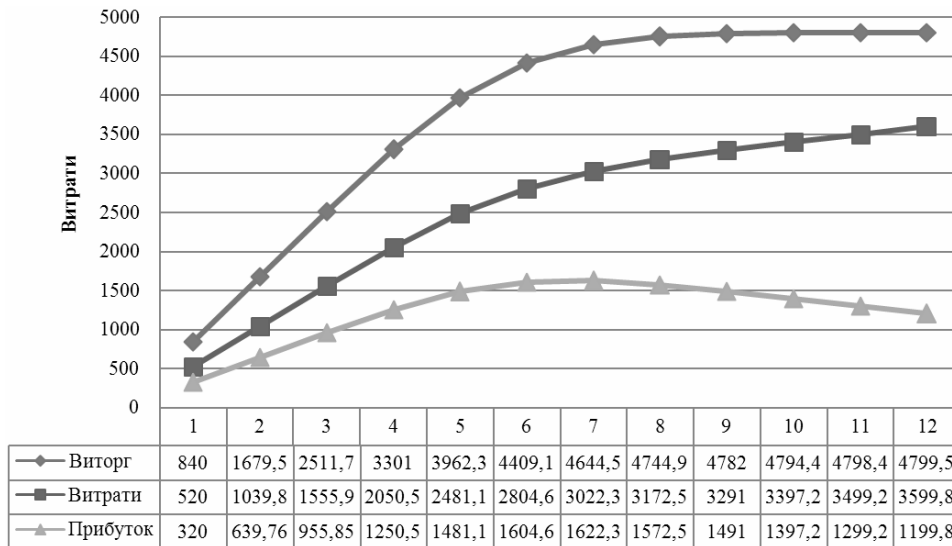


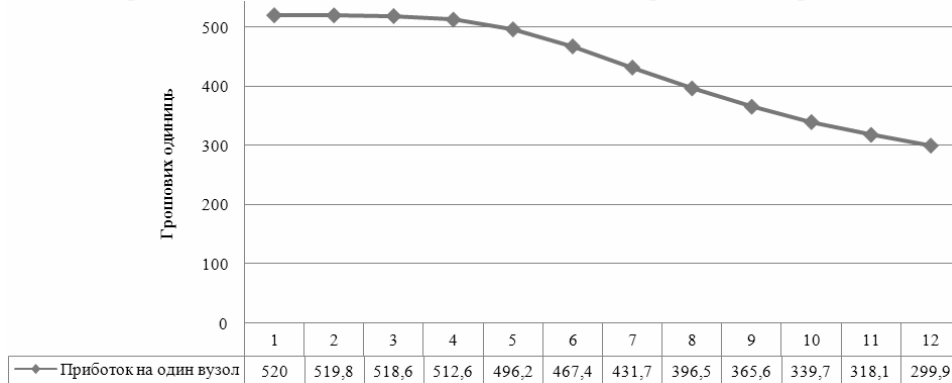
Рис. 3 – Зміна прибутку в залежності від кількості вузлів

Аналіз результатів обчислювань дозволяє зробити висновок, що найбільший прибуток становить 1622 грош.од. при $m=7$, але слід зауважити – що при зростанні кількості вузлів, прибуток кожного окремого вузла зменшується і становить:

$$M_u = \frac{M_a}{t}, \quad (9)$$

де M_a обчислюється за формулою (8).

Зміна прибутку на кожний вузол M_u (див. табл. 2) приведена на рисунку 4.

Рис. 4 – Прибуток на один вузол при збільшенні t

Для того, щоб підтримати рівень виплат, у розмірі 520 грош.од. кожному вузлу, компенсуємо різницю, яка виникає при збільшенні t , тобто зробимо перерахунок прибутку M при $M_{\text{const}} = \text{const} = 520$ тоді маємо:

$$M(520) = M_v - (M_a + (520 - M_u) \cdot t) \quad (10)$$

Отримані результати занесемо до таблиці 2.

Табл. 2. Зміна прибутку при збільшенні кількості обслуговуючих вузлів

Кількість каналів m	Виторг, M_v	Витрати, M_a	Прибуток, M	Оплата кожному вузлу, M_u	Прибуток при $M_{const}=520$, $M(520)$
1	840	520	320	520	320
2	1679,5	1039,8	639,76	519,88	639,46
3	2511,7	1555,9	955,85	518,62	951,66
4	3300	2050	1250	512,5	1221,02
5	3962,3	2481,1	1481,1	496,23	1362,35
6	4409,1	2804,6	1604,6	467,43	1289,08
7	4644,5	3022,3	1622,3	431,75	1004,45
8	4744,9	3172,5	1572,5	396,56	584,88
9	4782	3291	1491	365,67	102,03
10	4794,4	3397,2	1397,2	339,72	-405,6
11	4798,4	3499,2	1299,2	318,11	-921,59
12	4799,5	3599,8	1199,8	299,98	-1440,54

На основі отриманих даних (10) побудуємо графік прибутку в залежності від кількості вузлів з урахуванням підтримки виплат кожному вузлу на рівні 520 грош.од (див. рисунок 5).

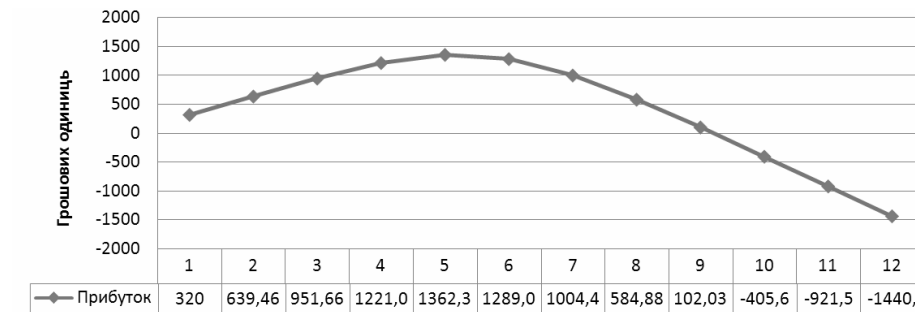


Рисунок 5 – Прибуток GRID-кластера

8. Висновки

Таким чином, при збільшенні вузлів, збільшується прибуток. Зростання прибутку можна досягнути за рахунок зменшення кількості відмов, у результаті чого збільшилася пропускна здатність GRID-системи. Ще одним позитивним моментом є зниження часу виконання завдання, наприклад при $m=4$ $t=1,46$ дні, а при $m=6$ $t=0,967$ дня.

Негативною стороною збільшення числа обслуговуючих вузлів є те, що орендодавець вузлів втрачає прибуток при задачі чергового вузла в оренду, при $m=1$ він одержує 520 грош.од. з одного вузла, а при $m=6$ – 467,43 грош.од. з одного вузла. З урахуванням цього було зроблено перерахунок прибутку при утриманні виплат орендодавцю на рівні 520 грош.од. Тому найбільш вигідною

кількістю вузлів для обробки вхідних задач із заданими параметрами є GRID-кластер, що складається з 5 вузлів, при цьому прибуток буде максимальним і становитиме 1362,35 грош.од.

На підставі отриманих результатів слід зробити висновки, що збільшення кількості обслуговуючих вузлів доцільно робити до певної величини, у протилежному випадку GRID-кластер буде зазнавати збитків, тому що більшість його вузлів будуть простоювати.

Таким чином запропонований підхід використання апарату ТМО, дозволяє визначити стан системи, окремих вузлів, потік заявок. На підставі аналізу статистичних даних і математичного апарата ТМО можна робити й прогнозувати оптимальну по параметрах (надійність, вірогідність, QoS, вартість і т.д.) конфігурацію GRID оточення залежно від динаміки вхідних потоків завдань і внутрішнього стану системи.

Подальше дослідження доцільно направити на декомпозицію GRID-системи на різних рівнях її функціонування; визначенні типу вхідних і вихідних потоків для системи в цілому так і для окремих елементів, складанні мережі масового обслуговування.

ЛІТЕРАТУРА

1. Heinz Stockinger «Defining the Grid: A Snapshot on the Current View» Draft 1.0, 26 June 2006.
2. Попков Ю.С. Макросистемы и GRID-технологии: моделирование динамических стохастических сетей // Проблемы управления. — 2003. — № 8. — С. 10–20.
3. R. Buyya, D. Abramson, and J. Giddy, “A Case for Economy Grid Architecture for Service Oriented Grid Computing,” in Proc. of 10th IEEE International Heterogeneous Computing Workshop (HCW 2001), San Francisco, CA, Apr. 2001.
4. B. N. Chun and D. E. Culler, “User-centric Performance Analysis of Market-based Cluster Batch Schedulers,” in Proc. of 2nd IEEE International Symposium on Cluster Computing and the Grid (CCGrid 2002), Berlin, Germany, May 2002.
5. C. A. Waldspurger, T. Hogg, B. A. Huberman, J. O. Kephart, and W. S. Stornetta, “Spawn: A Distributed Computational Economy,” IEEE Trans. Software Eng., vol. 18, no. 2, pp. 103–117, Feb. 1992.
6. B. N. Chun and D. E. Culler, “Market-based Proportional Resource Sharing for Clusters,” University of California at Berkeley, Computer Science Division, Technical Report CSD-1092, Jan. 2000.
7. Chee Shin Yeo and Rajkumar Buyya. A taxonomy of market-based resource management systems for utility-driven cluster computing. Software Practice and Experience, 36(13):1381–1419, 2006.
8. J. Sherwani, N. Ali, N. Lotia, Z. Hayat, and R. Buyya, “Libra: a computational economy-based job scheduling system for clusters,” Software: Practice and Experience, vol. 34, no. 6, pp. 573–590, May 2004.
9. Дудин А.Н., Медведев Г.А., Меленец Ю.В. Практикум на ЭВМ по теории массового обслуживания [Электронный ресурс]: Учебное пособие — Мн.: “Электронная книга БГУ”, 2003.