

Физико-математическая модель вихревого следа самолета в турбулентной атмосфере

В. В. Вышинский

Центральный аэрогидродинамический институт, Россия

Three zones model of the aircraft vortex wake in the nonuniform turbulent atmosphere is proposed. The problem is solved in the framework of finite difference methods with taking into account stratification of the atmosphere, shear wind, background turbulence and ground effect. 3D unsteady method of Large Eddy Simulation (LES) is used for flow modeling in the near jet-vortex wake region. The modified subgrid turbulence model of Smagorinsky is used. The boundary value problem for 2D Reynolds Averaged Navier-Stokes (RANS) equations is solved in the fare wake. Here the modified $q-\omega$ turbulence model is used. Modifications of the turbulence models were made for taking into account the flow rotation and, in particular, simulation of the relaminarization region inside the vortex core.

1. Расчет обтекания компоновки

В зоне компоновки решается краевая задача для уравнений Эйлера, в которой снятие некорректности по Адамару осуществляется за счет схемной вязкости. Задача в этой области может быть редуцирована до панельного метода, МДВ [2], в которых эта некорректность обходится в рамках кусочно-линейной аппроксимации с игнорированием особенностей на стыках изломов (рис.1):

$$\Delta\Phi = 0; \quad V_n|_{\partial\Omega} = 0; \quad \text{grad}(\Phi)|_{\infty} = U_{\infty}.$$

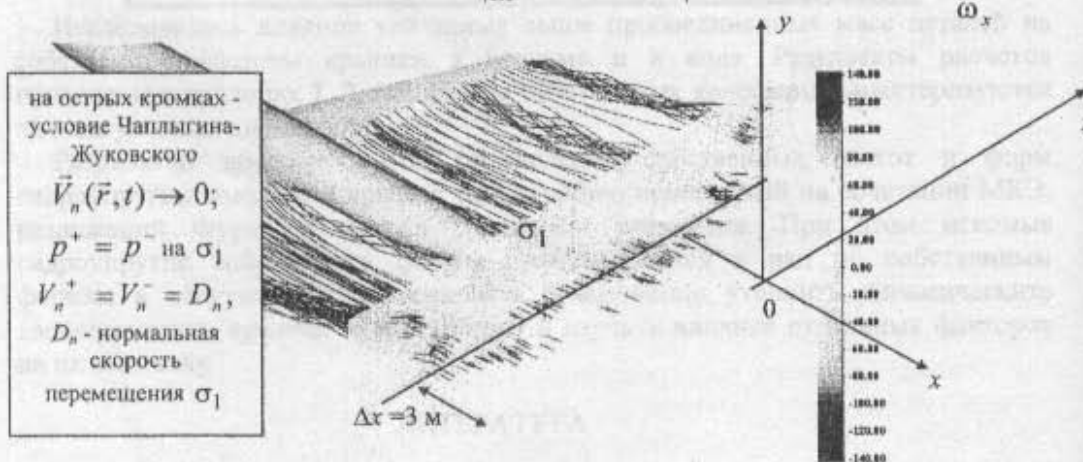


Рис.1. Вихревая система и поле ω_x при отсутствии струи

2. Зона ближнего следа

Здесь существенно влияние струй (высокие температуры и скорости) и необходимо учитывать сжимаемость газа, поэтому моделирование выполняется

в рамках метода
отфильтрованной
описывающих теч

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} +$$

$$\frac{\partial \rho u_i}{\partial t}$$

$$\frac{\partial \rho E}{\partial t}$$

$$\tau_{ij} =$$

$$\mu_{eff} = \mu_{lam}$$

Метод LES основан на разделении движения жидкости на крупномасштабную турбулентность, которая может быть решена с помощью универсальных моделей, и мелкомасштабную турбулентность, которая моделируется с помощью фильтрации и моделирования. Метод LES чувствителен к описанию турбулентности.

В данной работе турбулентности Смита, которая генерирует вихри мелкомасштабной турбулентности (μ_{sgv} исчезает). Для аналогии с [4], вихри завихренности на турбулентности.

где $\tilde{R} = |\Omega|/|S|$, Ω_y
 $C = C_s^2$, $C_s = 0,1, \dots$
требуется локализовать турбулентность в данном случае. Добавочными параметрами являются $|\Omega|/|S|$ стандартное отклонение течения от когерентности переключатель, об

в рамках метода больших вихрей (LES), в котором решается краевая задача для отфильтрованной по Фавру нестационарной системы уравнений Навье-Стокса, описывающих течение сжимаемого газа:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_j) = 0,$$

$$\frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_j u_i) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \tau_{ij},$$

$$\frac{\partial \rho E}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_j E + p u_j) = -\frac{\partial}{\partial x_j} q_j + \frac{\partial}{\partial x_j} (u_j \tau_{ij}),$$

$$\tau_{ij} = \mu_{eff} \left[\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - (2/3) \delta_{ij} \left(\frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right) \right], \quad q_j = -\lambda_{eff} \frac{\partial T}{\partial x_j},$$

$$\mu_{eff} = \mu_{lam} + \mu_{sgs}, \quad \lambda_{eff} = \lambda_{lam} + \lambda_{sgs} = \frac{\mu_{lam} C_p}{Pr_{lam}} + \frac{\mu_{sgs} C_p}{Pr_{sgs}}, \quad Pr_{sgs} = \text{const.}$$

Метод LES основан на двух предположениях. Первое состоит в возможности разделения движения крупных и мелких вихрей, причем движение первых может быть рассчитано отдельно, что связано с изотропностью и универсальностью мелких масштабов турбулентного движения. Второе состоит в возможности моделирования нелинейных взаимодействий между крупными и мелкими вихрями, исходя только из динамики крупных вихрей. Таким образом, мелкомасштабное движение исключается из исходных уравнений посредством фильтрации и моделируется с использованием подсеточных моделей. Метод вполне удовлетворительно воспроизводит турбулентную диссипацию, мало чувствителен к ошибкам и мало влияет на структуру крупномасштабной турбулентности.

В данной работе используется алгебраическая модель подсеточной турбулентности Смагоринского [3]. Модель сконструирована таким образом, что генерирует вихревую вязкость μ_{sgs} пропорционально турбулентной энергии мелкомасштабной части спектра (при реламинаризации течения в ядрах вихрей, μ_{sgs} исчезает). Для учета закрученности потока модель модифицирована. По аналогии с [4], в нее введено число Ричардсона, отвечающее за влияние завихренности на турбулентность: $\mu_{sgs} = 2C_p \Delta^2 |S| (1 - \beta Ri_R)^{1/2}$, $Ri_R = \tilde{R} + \tilde{R}^2$, где $\tilde{R} = |\Omega| / |S|$, Ω_{ij} - тензор завихренности, S_{ij} - тензор скорости деформации, $C = C_s^2$, $C_s = 0,1$, Δ - ширина фильтра, β - константа. При данном подходе не требуется локализации оси вихря, что позволяет использовать его в трехмерном случае. Добавочный член с Ri_R позволяет снизить вихревую вязкость в ядре, когда $|\Omega| / |S|$ становится большим. Данная формула не отличает сдвигового течения от когерентного вращения, поэтому в алгоритме имеется переключатель, обнуляющий Ri_R при отсутствии вращения (возврат к

стандартной модели [3]). Без этой модификации модель завышает μ_{eff} в ядре (ускоряет разрушение вихря) и дает нефизичный рост радиуса ядра.

Отличительными особенностями численной схемы являются: кусочно-параболическая аппроксимация потоков для невязких членов уравнения [5] и безитерационная приближенная процедура решения, основанная на линеаризованных дифференциальных соотношениях вдоль характеристик для одномерных законов сохранения [6]. Вязкие потоки аппроксимируются центрально-разностной аппроксимацией второго порядка по пространству. Устойчивость достигается применением обратных разностей без введения искусственной вязкости.

В качестве примера приведены результаты моделирования турбулентного струйно-вихревого следа за самолетом А321 во взлетно-посадочной конфигурации при полете без скольжения со скоростью $U_\infty=70$ м/с под углом атаки $\alpha_\infty=9,5^\circ$. Начальная скорость в струе $U_j=196$ м/с; температура в потоке $T_\infty=280$ К, в струе $T_j=410$ К; начальный радиус струи $r_j=0,61$ м. След является симметричным, поэтому рассчитывалась только его половина. Расчетная область представляет собой прямоугольный параллелепипед $40 \times 40 \times 5b$ м, где размах крыла $b = 33,91$ м. Количество ячеек в расчетной области $200 \times 200 \times 5 \times 54 = 10800000$, равномерная прямоугольная сетка имеет $\Delta y = \Delta z = 0,2$ м, $\Delta x = 0,628$ м. Во входном сечении используются «жесткие» граничные условия с заданными параметрами потока, на верхней, нижней и боковой границах – «мягкие» условия (нулевые производные), на плоскости симметрии – условия непротекания, на выходной границе – условия установления.

На основную скорость струи во входном сечении накладываются случайные возмущения поперечных некоррелированных компонент скорости с амплитудой $\Delta V=8$ м/с (в случайном интервале времени 0,006-0,018 с выбрасываются случайные значения, которые остаются постоянными в течение всего интервала до следующей смены), в результате раскачки которых образуются большие вихри.

Расчет проводился на пяти 500 МГц процессорах кластера, для чего использовалась линейная по оси x декомпозиция расчетной области по числу процессоров. Время выполнения 1 шага интегрирования по времени методом Рунге-Кутты 2 порядка около 95 с. При $N = 40000$ шагов с $\Delta t = 0,0002$ с полное время вычисления 1055 часов.

На рис.2 представлено мгновенное распределение продольной компоненты вектора завихренности в пяти поперечных сечениях. Турбулентная струя обладает эжектирующим действием, подсасывая окружающие объемы воздуха. В результате вихревые структуры стягиваются по направлению к оси струи, что приводит к уменьшению расстояния между вихрями. При $x=2,5b$ разница в расстояниях между ядрами $\Delta b_i > 3\%$, разница в высотах опускания $\Delta h/b \approx 12\%$.

мгновенное распредел



$x = 0,5b$

Рис.2. Слияние

3. Зона дальнего с...
Для моделирова...
осредненные по Рейно...

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} +$$

где

$$\bar{u} = \begin{pmatrix} \bar{\rho} \\ \bar{\rho} \bar{u}_i \\ \bar{\rho} \bar{E} \end{pmatrix}, \bar{F}_x = \begin{pmatrix} \bar{F}_x \\ \bar{F}_x \\ \bar{F}_x \end{pmatrix}$$

Предложена модиф

$$\mu_i = \rho C_\mu f_\mu q^2 / \omega;$$

$$\begin{pmatrix} \rho q \\ \rho \omega \end{pmatrix}_i + \begin{pmatrix} \rho q u_i \\ \rho \omega u_i \end{pmatrix}_i = \begin{pmatrix} \rho q \\ \rho \omega \end{pmatrix}_i$$

$$C_\mu = 0,09; \quad \sigma_q =$$

$$f_\mu = 1 - \exp(-\alpha R_q);$$

$$R_q = \rho q n / \mu_i; \quad C_\omega =$$

посредством введения

$$\tilde{r} = \sqrt{S}$$

где Da/Dt - угловая деформации, что об...
позволяет учесть стабильность

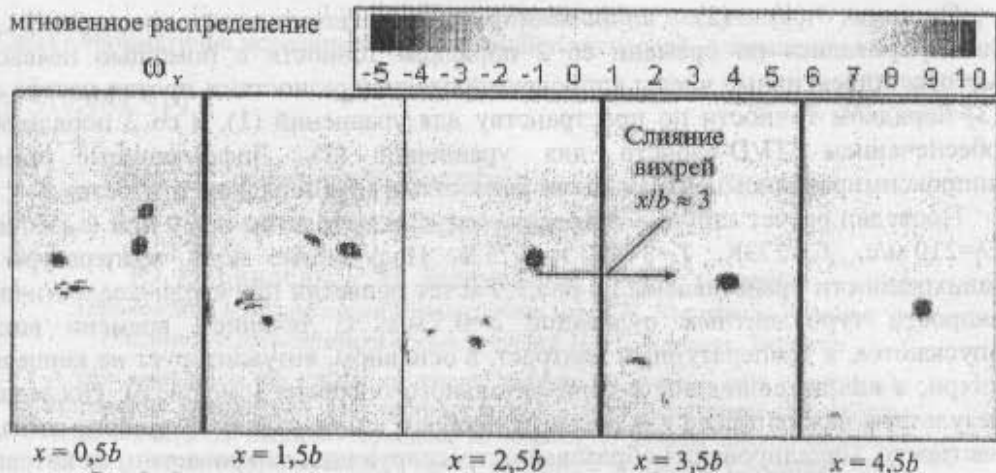


Рис. 2. Слияние вихрей в струйно-вихревом следе за самолетом А321

3. Зона дальнего следа

Для моделирования диффузии турбулентного вихря используются осредненные по Рейнольдсу уравнения Навье-Стокса (2DRANS):

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{F}_k(\bar{u})}{\partial x_k} = 0; \tag{1}$$

где

$$\bar{u} = \left\| \begin{array}{c} \bar{\rho} \\ \bar{\rho} \bar{u}_i \\ \bar{\rho} \bar{E} \end{array} \right\|, \bar{F}_k = \left\| \begin{array}{c} \bar{\rho} \bar{u}_k \\ \bar{\rho} \bar{u}_i \bar{u}_k + \bar{p} \delta_{ik} + (\bar{\rho} \bar{R}_{ik} - \bar{\tau}_{ik}) \\ \bar{\rho} \bar{E} \bar{u}_k + \bar{p} \bar{u}_k + (\bar{\rho} \bar{\sigma}_k - \bar{q}_k) + (\bar{\rho} \bar{R}_{ik} - \bar{\tau}_{ik}) \bar{u}_i + (\bar{\rho} \overline{ku}_k - \bar{\tau}_{ik} u_i) \end{array} \right\|.$$

Предложена модификация q-ω модели турбулентности:

$$\mu_t = \rho C_\mu f_\mu q^2 / \omega; \quad \omega \equiv \varepsilon / k; \quad P = S_{ij} S_{ij} / 2 - (S_{ii})^2 / 6;$$

$$\left(\frac{\rho q}{\rho \omega} \right)_{,j} + \left(\frac{\rho q u_i}{\rho \omega u_i} \right)_{,j} = \left(\frac{(\mu_t + \mu_t / \sigma_q) q_{,j}}{(\mu_t + \mu_t / \sigma_\omega) \omega_{,j}} \right)_{,j} + \left(\frac{\rho q \omega [C_\mu f_\mu P / \omega^2 - S_{ii} / (3\omega) - 1] / 2}{\rho \omega^2 [C_{\omega 1} (C_\mu P / \omega^2 - S_{ii} / (3\omega)) - C_{\omega 2}]} \right)_{,j} \tag{2}$$

$$C_\mu = 0,09; \quad \sigma_q = 0,8; \quad \sigma_\omega = 2,0; \quad \alpha = 0,0022; \quad C_{\omega 2} = 0,833;$$

$$f_\mu = 1 - \exp(-\alpha R_q);$$

$$R_q = \rho q n / \mu_t; \quad C_{\omega 1} = 0,5 f_\mu + 0,055; \quad (*),_i \equiv \partial * / \partial t; \quad (*),_j \equiv \partial * / \partial x_j$$

посредством введения параметра закрутки потока [7]:

$$\tilde{r} = \sqrt{S_{ij} S_{ij} + \frac{q^4}{3v_{eff}^2} - \frac{u_{i,j}^2}{3}} \left/ \frac{D\alpha}{Dt} \right|,$$

где $D\alpha/Dt$ - угловая скорость вращения главных осей тензора скоростей деформации, что обеспечивает Галилееву инвариантность параметра и позволяет учесть стабилизирующий эффект закрутки потока.

Системы (1) (2) аппроксимировались конечными разностями и интегрировались по времени со 2 порядком точности с помощью неявного метода. Адвективные члены аппроксимировались разностями против потока с 5 (3) порядком точности по пространству для уравнений (1), и со 2 порядком с обеспечением TVD-свойств для уравнений (2). Диффузионные члены аппроксимировались центральными разностями со 2 порядком точности.

Проведен расчет струйно-вихревого следа за самолетом А330 при $U_\infty=60$ м/с, $U_j=210$ м/с, $T_\infty=273$ К, $T_j=373$ К $r_j=0,75$ м. Полученные поля температуры и завихренности представлены на рис.3. Расчет проведен при среднеквадратичной скорости турбулентных пульсаций $q=0,5$ м/с. С течением времени вихри опускаются, а температурный контраст, в основном, визуализирует не концевые вихри, а вихри, сошедшие с горизонтального оперения (см. рис.3). Последние результаты важны также для решения проблем визуализации вихревого следа, в частности, моделирования образования трассирующих микрочастиц, на которых происходит рассеяние зондирующего излучения.

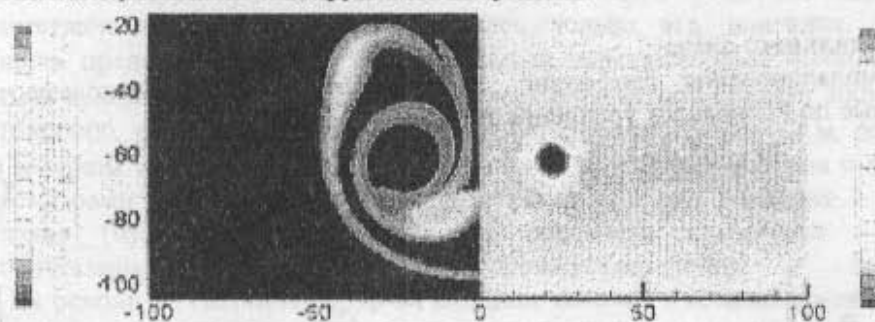


Рис.3. Струйно-вихревой след за самолетом А330 (слева – температура, справа – завихренность); $t=55$ с, максимальное отклонение температуры в следе от температуры окружающего воздуха $0,5$ К

ЛИТЕРАТУРА

1. Vyshinsky V.V. Aircraft vortex wake, flight safety and crisis of airports. // Proceedings of the 21-th Congress of ICAS. - 1998. ICAS-98-6.5.1.
2. Аубакиров Т.О., Белоцерковский С.М., Желанников А.И., Ништ М.И. Нелинейная теория крыла и ее приложения. - Алматы: Гылым, - 1997. - 448 с.
3. Smagorinsky J. General circulation experiments with the primitive equations. // Monthly Weather Review. - 1963. Vol. 91, pp. 99-164.
4. Bradshaw P. Effects of streamline curvature on turbulent flow. // AGARD-AG-169. - 1973.
5. Jiménez J. On why dynamic subgrid-scale models work. // Annual Research Briefs. Center for Turbulence Research. Stanford, CA. - 1995. Pp. 25-34.
6. Roe P.L. Approximate Riemann solvers, parameter vectors and difference scheme. // J. Comp. Phys. - 1981. Vol. 43, pp. 357-472.
7. Pakin A.N. Application of the modified $q-\omega$ turbulence model to simulating of two-dimensional vortex gas motion. // Trudy TsAGI. - 1997. Vol. 2627, pp. 79-92.

A new approach to
corrugations is de
value problem for
which is numerica
offered method is a

1. Введение

В последнее время
гиротрона с гофриро
модель поверхностно
считается однородны
трансцендентных ура
высоким частотам мож

В этой работе испе
такого типа в строгой
задачи для уравнен
Предложенный метод
размерах гофров.

2. Постановка зада

Проблема определ
задаче для однород
устройства (рис. 1)

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial}{\partial r} \right)$$

с однородными услов
безразмерный частотн
диэлектрическая и м
выполняться условие
ограниченной области

Собственные зна
поперечного волново
решения краевой задач