

## Расчет обобщенной матрицы рассеяния многоэлементной ФАР из прямоугольных волноводов

А. В. Грибовский

*Радиоастрономический институт Национальной Академии Наук Украины*

The algorithm of calculation of generalized matrix of reflection of multi-element phased array of rectangular waveguides when array is excited by the waveguide wave spectrum has been developed. The partial-domain technique has been used for this problem solution which resulted in infinite system of linear algebraic equations with respect to the amplitudes of space harmonics. The generalized matrixes of reflection and transmission have been built and the coefficients of reflection of dominant mode in waveguide conduits of single- and two-element gratings have been calculated. The comparison of these results has been done.

Фазированные антенные решетки (ФАР) из открытых концов волноводов успешно применяются в радиолокации, радиосвязи и других областях техники, где требуется повышенный уровень излучаемой мощности и высокая скорость управления диаграммой направленности. Одной из важнейших задач при конструировании ФАР является задача согласования излучателя со свободным пространством в заданном секторе углов сканирования. Для устранения отражений в волноводных каналах применяются различные способы [1]. Это диэлектрические покрытия и вставки, различные диафрагмы и перегородки в волноводных каналах.

В данной работе рассмотрен еще один способ согласования фазированной антенной решетки из прямоугольных волноводов со свободным пространством, который описан в [2], где рассмотрена двухмерная модель ФАР из плоскопараллельных волноводов. Этот способ состоит в следующем. К периодическим волноводным ячейкам ФАР, содержащим один активный прямоугольный волновод, добавляются пассивные прямоугольные волноводы, которые могут быть либо закороченными на некотором расстоянии от апертуры антенны, либо нагруженными на свои характеристические сопротивления. Эти пассивные волноводы изменяют распределение плотности поверхностного тока на бесконечном экране и, как следствие, изменяют взаимную связь между волноводными каналами. Они действуют как дроссели, компенсирующие реактивное сопротивление раскрыта фазированной решетки, уменьшая отраженную мощность в волноводных каналах.

Модель многоэлементной ФАР из прямоугольных волноводов изображена на рис.1. Она представляет собой бесконечную периодическую в двух неортогональных направлениях решетку из волноводов прямоугольного поперечного сечения. Периодическая ячейка – волноводная ячейка ФАР – содержит  $N$  волноводов, один из которых полубесконечный и активный, а остальные – пассивные. Размеры волноводной ячейки равны  $d_1 \times d_2$ . Центры

волноводных ячеек расположены в узлах косоугольной сетки. Их положение определяется углом  $\chi$ . Сечение активного волновода равно  $a_1 \times b_1$ , а его центр расположен в точке с координатами  $x_1, y_1$ . Поперечные размеры активного волновода выбираются из условия распространения в нем только основной волны -  $H_{10}$ .  $N-1$  пассивных волноводов с параметрами  $a_p \times b_p; x_p, y_p$ , где  $p$  - номер волновода, могут быть как закороченными на расстояниях  $h_p$  от плоскости раскрыва ФАР, так и полубесконечными. Построим обобщенную матрицу отражения такой решетки при возбуждении ее спектром волноводных  $TE_{m_1 n_1}$  - волн.

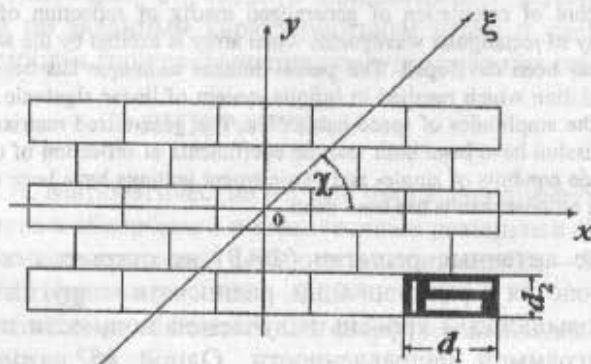


Рис.1. Модель многоэлементной ФАР из прямоугольных волноводов.

Поперечные составляющие электромагнитного поля в полубесконечных волноводных каналах представим в виде суммы волноводных  $TE$  - и  $TM$  - волн:

$$\begin{aligned}
 {}^{(p)}\vec{E}_i(x, y) = & -\frac{ikV_p}{\kappa_{m_1 n_1}^{(p)}} {}^{(p)}\bar{\Phi}_{m_1 n_1}^{(1)} e^{i\gamma_{m_1 n_1}^{(p)} z} - ik \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{{}^{(p)}a_{mn}^{(1)}}{\kappa_{mn}^{(p)}} {}^{(p)}\bar{\Phi}_{mn}^{(1)} e^{-i\gamma_{mn}^{(p)} z} - \\
 & - i \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\gamma_{mn}^{(p)}}{\kappa_{mn}^{(p)}} {}^{(p)}a_{mn}^{(2)} {}^{(p)}\bar{\Phi}_{mn}^{(2)} e^{-i\gamma_{mn}^{(p)} z} \quad (1) \\
 -[\vec{e}_z, {}^{(p)}\vec{H}_i(x, y)] = & -\frac{i\gamma_{m_1 n_1}^{(p)} V_p}{\kappa_{m_1 n_1}^{(p)}} {}^{(p)}\bar{\Phi}_{m_1 n_1}^{(1)} e^{i\gamma_{m_1 n_1}^{(p)} z} + i \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\gamma_{mn}^{(p)}}{\kappa_{mn}^{(p)}} {}^{(p)}a_{mn}^{(1)} {}^{(p)}\bar{\Phi}_{mn}^{(1)} e^{-i\gamma_{mn}^{(p)} z} + \\
 & + ik \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{{}^{(p)}a_{mn}^{(2)}}{\kappa_{mn}^{(p)}} {}^{(p)}\bar{\Phi}_{mn}^{(2)} e^{-i\gamma_{mn}^{(p)} z}
 \end{aligned}$$

В закороченных волноводах поперечные компоненты электромагнитного поля запишем в виде:

$${}^{(p)}\vec{E}_i(x, y) = -ik$$

$$-[\vec{e}_z, {}^{(p)}\vec{H}_i(x, y)]$$

$$m_1, n_1 = 0, 1, 2, \dots;$$

где  ${}^{(p)}a_{mn}^{(1)}$  и  ${}^{(p)}a_{mn}^{(2)}$  - коэффициенты разложения поля в волноводе. Значение  ${}^{(p)}\bar{\Phi}_{mn}^{(1)}$  - со-  
волне.  ${}^{(p)}\bar{\Phi}_{mn}^{(2)}$  - со-  
постоянные распро-

для волны с индекса

только в одном, актив

Поперечные комп

над решеткой предс

пространственных  $TE$

$$\vec{E}_i(x, y) =$$

$$-[\vec{e}_z, \vec{H}_i(x, y)]$$

где  $b_{qs}^{(l)}$  - неизвестные

гармоник,  $\bar{\Psi}_{qs}^{(l)}$  и

распространения прост

Для решения пост

Воспользовавшись

электромагнитного п

ортогональности собст

систему линейных а

неизвестных амплитуд

$$\begin{aligned}
 {}^{(p)}\vec{E}_i(x, y) = & -ik \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\kappa_{mn}^{(p)}} {}^{(p)}\vec{\Phi}_{mn}^{(1)} \left[ {}^{(p)}a_{mn}^{(1)} e^{-i\gamma_{mn}^{(p)}z} + {}^{(p)}c_{mn}^{(1)} e^{i\gamma_{mn}^{(p)}z} \right] - \\
 & - i \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\gamma_{mn}^{(p)}}{\kappa_{mn}^{(p)}} {}^{(p)}\vec{\Phi}_{mn}^{(2)} \left[ {}^{(p)}a_{mn}^{(2)} e^{-i\gamma_{mn}^{(p)}z} + {}^{(p)}c_{mn}^{(2)} e^{i\gamma_{mn}^{(p)}z} \right]
 \end{aligned} \tag{2}$$

$$\begin{aligned}
 -[\vec{e}_z, {}^{(p)}\vec{H}_i(x, y)] = & i \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\gamma_{mn}^{(p)}}{\kappa_{mn}^{(p)}} {}^{(p)}\Phi_{mn}^{(1)} \left[ {}^{(p)}a_{mn}^{(1)} e^{-i\gamma_{mn}^{(p)}z} - {}^{(p)}c_{mn}^{(1)} e^{i\gamma_{mn}^{(p)}z} \right] + \\
 & + ik \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\kappa_{mn}^{(p)}} {}^{(p)}\vec{\Phi}_{mn}^{(2)} \left[ {}^{(p)}a_{mn}^{(2)} e^{-i\gamma_{mn}^{(p)}z} - {}^{(p)}c_{mn}^{(2)} e^{i\gamma_{mn}^{(p)}z} \right]
 \end{aligned}$$

$m\bar{l}, n\bar{l} = 0, 1, 2, \dots; p = 1, 2, 3, \dots, N,$

где  ${}^{(p)}a_{mn}^{(l)}$  и  ${}^{(p)}c_{mn}^{(l)}$  - неизвестные амплитуды волноводных волн в  $p$ -ом волноводе. Значение индекса  $l=1$  соответствует  $TE$ -волне, а  $l=2$  -  $TM$ -волне.  ${}^{(p)}\vec{\Phi}_{mn}^{(l)}$  - собственные функции  $p$ -го волновода;  $\gamma_{mn}^{(p)}$  и  $\kappa_{mn}^{(p)}$  - постоянные распространения и поперечные волновые числа  $p$ -го волновода для волны с индексами  $(m, n)$ . Амплитуда возбуждения  $V_p$  отлична от нуля только в одном, активном полубесконечном волноводе.

Поперечные компоненты электромагнитного поля в свободном пространстве над решеткой представим в виде полной системы ортогональных векторных пространственных  $TE$ - и  $TM$ -гармоник:

$$\vec{E}_i(x, y) = \sum_{q=-\infty}^{\infty} \sum_{s=-\infty}^{\infty} b_{qs}^{(1)} \vec{\Psi}_{qs}^{(1)} e^{i\Gamma_{qs}z} + \sum_{q=-\infty}^{\infty} \sum_{s=-\infty}^{\infty} b_{qs}^{(2)} \vec{\Psi}_{qs}^{(2)} e^{i\Gamma_{qs}z} \tag{3}$$

$$-[\vec{e}_z, \vec{H}_i(x, y)] = \frac{1}{k} \sum_{q=-\infty}^{\infty} \sum_{s=-\infty}^{\infty} b_{qs}^{(1)} \Gamma_{qs} \vec{\Psi}_{qs}^{(1)} e^{i\Gamma_{qs}z} + k \sum_{q=-\infty}^{\infty} \sum_{s=-\infty}^{\infty} \frac{b_{qs}^{(2)}}{\Gamma_{qs}} \vec{\Psi}_{qs}^{(2)} e^{i\Gamma_{qs}z}$$

где  $b_{qs}^{(l)}$  - неизвестные амплитуды пространственных  $TE(l=1)$ - и  $TM(l=2)$ -гармоник,  $\vec{\Psi}_{qs}^{(l)}$  и  $\Gamma_{qs}$  - собственные функции ФАР и постоянные распространения пространственных гармоник, соответственно.

Для решения поставленной задачи применен метод частичных областей. Воспользовавшись непрерывностью тангенциальных компонент электромагнитного поля на периодической ячейке ФАР и свойством ортогональности собственных функций  $\vec{\Psi}_{qs}^{(l)}$  и  ${}^{(p)}\vec{\Phi}_{mn}^{(l)}$ , получим бесконечную систему линейных алгебраических уравнений второго рода относительно неизвестных амплитуд пространственных гармоник:

$$\begin{cases} b_{qs}^{(1)} + \sum_{\alpha=-\infty}^{\infty} \sum_{\beta=-\infty}^{\infty} A_{1qs}^{\alpha\beta} b_{\alpha\beta}^{(1)} - \sum_{\alpha=-\infty}^{\infty} \sum_{\beta=-\infty}^{\infty} A_{2qs}^{\alpha\beta} b_{\alpha\beta}^{(2)} = b_1^{qs}(m_1, n_1) \\ b_{qs}^{(2)} + \sum_{\alpha=-\infty}^{\infty} \sum_{\beta=-\infty}^{\infty} B_{1qs}^{\alpha\beta} b_{\alpha\beta}^{(1)} - \sum_{\alpha=-\infty}^{\infty} \sum_{\beta=-\infty}^{\infty} B_{2qs}^{\alpha\beta} b_{\alpha\beta}^{(2)} = b_2^{qs}(m_1, n_1) \end{cases} \quad (4)$$

$$q, s = 0, \pm 1, \pm 2, \dots; m_1, n_1 = 0, 1, 2, \dots$$

где столбец правых частей системы уравнений зависит от номера возбуждающей волноводной волны. Выражения для матричных элементов (4) представляют собой бесконечные суммы по волноводным волнам и из-за громоздкости выражений здесь не приводятся.

Решая систему уравнений (4) для различных значений индексов  $m_1$  и  $n_1$ , получим обобщенную матрицу прохождения многоэлементной ФАР. По полученным формулам, связывающим амплитуды пространственных гармоник и амплитуды волноводных волн, построим обобщенную матрицу отражения исследуемой модели фазированной антенной решетки.

При численном решении бесконечной системы уравнений (4) методом редукции учитывалось 50 пространственных гармоник и 100 волноводных волн в каждом волноводном канале. Достоверность получаемых результатов контролировалась по точности выполнения закона сохранения энергии. Для приведенных ниже данных закон сохранения энергии выполнялся с абсолютной точностью не хуже, чем  $10^{-6}$ .

В качестве примера были исследованы две фазированных антенных решетки с одинаковыми размерами периодических ячеек  $d_1 \times d_2$ , центры которых расположены в узлах косоугольной сетки. Первая решетка одноэлементная. Сечение активного полубесконечного волновода равно  $a_1 \times b_1$ . Волновод расположен в центре периодической ячейки ФАР. Алгоритмы расчетов параметров одноэлементных ФАР приведены в работах [3,4]. Вторая решетка содержит два прямоугольных волновода на периодической ячейке. Первый волновод активный. Его поперечное сечение равно  $a_1 \times b_1$  и равно поперечному сечению волновода одноэлементной ФАР. Центр активного волновода расположен в точке с координатами  $x_1, y_1$ . Вторым волновод с размерами  $a_2 \times b_2$  закорочен на расстоянии  $h_2$  от плоскости раскрытия решетки и его центр расположен в точке с координатами  $x_2, y_2$ . Оба активных волновода, как в первой, так и во второй решетках возбуждаются  $TE_{10}$ -волной единичной амплитуды. Исследована зависимость коэффициентов отражения основной волны в активных волноводных каналах обеих решеток от углов сканирования.

На рис. 2 показаны зависимости модулей коэффициентов отражения основной волны в волноводных каналах одноэлементной ФАР (кривая 1) и двухэлементной ФАР (кривая 2) от угла сканирования  $\vartheta$  в плоскости  $\varphi = 45^\circ$ .

Параметры решеток имеют следующие значения:

$$a_1 = 0.53\lambda; b_1 = 0.2\lambda; x_1 = 0; y_1 = 0.2\lambda; a_2 = 0.57\lambda; b_2 = 0.15\lambda; x_2 = 0; y_2 = -0.2\lambda; d_1 = d_2 = 0.6\lambda; h_2 = 1.075\lambda; \chi = 70^\circ.$$

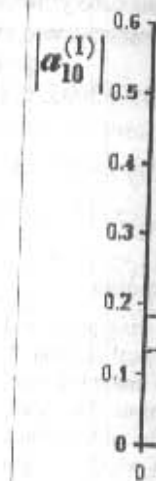


Рис. 2 Зависимость модуля коэффициента отражения основной волны от угла сканирования

Из рисунка видно, что наблюдается некоторое различие в зависимости модуля коэффициента отражения основной волны от угла сканирования для одноэлементной и двухэлементной ФАР. Таким образом, результаты исследования показывают, что метод обобщенной матрицы отражения позволяет рассчитывать параметры многоэлементных ФАР. Данный алгоритм может быть использован для расчета многоэлементных экранов и волноводных каналов различного сечения.

1. Антенны и устройства СВЧ. Д.И. Воскресенского.
2. Амтей Н., Галиндо. Решетки. - Москва: МЭИ, 1977.
3. Грибовский А.В., Писаревский В.И. Фазированная антенная решетка. - Радиофизика и радиотехника, 1997.
4. Грибовский А.В., Писаревский В.И. Фазированная антенная решетка с отражательной ФАР. - Радиофизика и радиотехника, 1997.



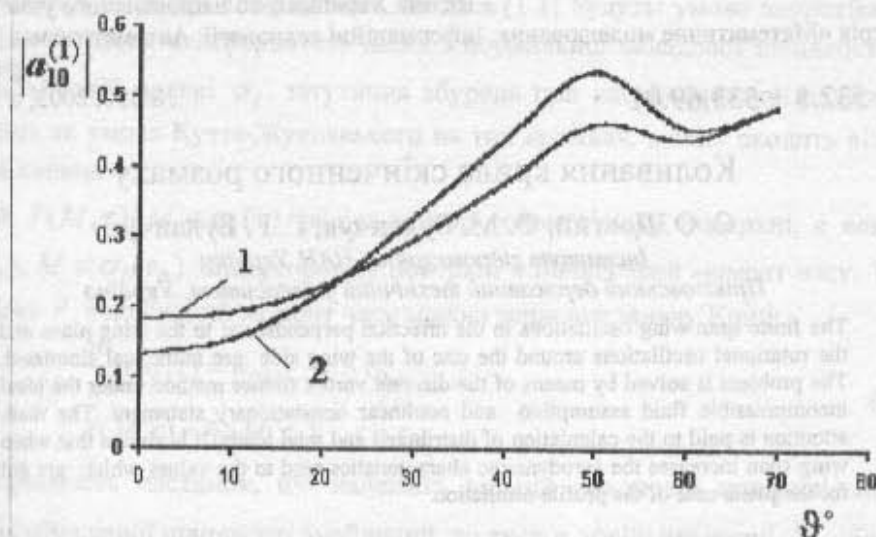


Рис.2 Зависимости модулей коэффициентов отражения основной волны в одноэлементной (кривая 1) и двухэлементной (кривая 2) ФАР.

Из рисунка видно, что в секторе сканирования углов  $0^\circ < \theta < 20^\circ$  наблюдается некоторое уменьшение модуля коэффициента отражения основной волны у двухэлементной ФАР, по сравнению с одноэлементной решеткой.

Таким образом, разработан алгоритм расчета обобщенных матриц отражения и прохождения многоэлементной фазированной антенной решеткой из прямоугольных волноводов при ее возбуждении спектром волноводных  $TE$ -волн. Данный алгоритм позволит исследовать дифракционные свойства толстых многоэлементных экранов, перфорированных прямоугольными волноводными каналами различного сечения.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Антенны и устройства СВЧ (проектирование ФАР) / Под ред. Д.И.Воскресенского.- Москва: Радио и связь,- 1981.- 432с.
2. Амтей Н., Галиндо В., Ву Ч. Теория и анализ фазированных антенных решеток.- Москва: Мир,- 1974.- 455с.
3. Грибовский А.В., Просвирнин С.Л., Резник И.И. Отражательная фазированная антенная решетка из прямоугольных волноводов. // Радиопизика и радиоастрономия.-1997.-Т.2, № 1.-с.52-60.
4. Грибовский А.В., Просвирнин С.Л. Рассеяние волнового пучка на отражательной ФАР из прямоугольных волноводов. // Радиотехника и электроника.-1997.-Т.42, № 9.-с.1036-1041.