

УДК 517

## Построение сводного интегрального измерителя латентного показателя качества жизни

А. Ф. Матвеев, М. С. Мельник

*ВАНУ, Россия*

*ИГА, Россия*

The algorithm of analytical form of latent index of life quality as a function of thirteen objective indexes characterizing it is introduced. The obtained form is supposed to be used in formation of mountings of consciousness and extremism tolerance.

Задача состоит в количественной оценке анализируемой интегральной латентной (так называемой не поддающейся непосредственному измерению) характеристики – «качество жизни» (КЖ), рассматриваемой как результат определённого суммирования целого ряда частных поддающихся и/или не поддающихся измерению характеристик, от которых зависит, в конечном счете, КЖ. Настоящее исследование проводилось в рамках научно-исследовательской работы «Качество жизни как экономическая основа толерантности», входящей в федеральную целевую программу «Формирование установок толерантного сознания и профилактика экстремизма в российском обществе»

### 1. Сводный показатель («выходное качество») и его целевая функция

Пусть обобщённая характеристика  $f$  качество жизни определяется набором частных критериев объективных показателей КЖ, задаваемых переменными  $x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(13)}$  (в дальнейшем будем называть их «входными»):

- $x^{(1)}$  – уровень доходов;
- $x^{(2)}$  – уровень потребления продуктов питания;
- $x^{(3)}$  – уровень и качество потребления непродовольственных товаров;
- $x^{(4)}$  – уровень и качество потребления услуг;
- $x^{(5)}$  – уровень и качество обеспеченности жильём;
- $x^{(6)}$  – уровень и качество рождаемости;
- $x^{(7)}$  – уровень и качество социального обеспечения;
- $x^{(8)}$  – уровень и качество здоровья (продолжительность жизни);
- $x^{(9)}$  – уровень и качество образования;
- $x^{(10)}$  – уровень и качество безопасности личности (обратная величина уровня преступности);
- $x^{(11)}$  – уровень и качество занятости населения (включая условия труда);
- $x^{(12)}$  – уровень и качество окружающей среды повседневной жизнедеятельности человека;

$x^{(13)}$  – уровень и качество обеспечения прав граждан.

Сводная характеристика является латентной (для неё не существует объективно обусловленной шкалы). Естественно предположить, что интуитивное экспертное (профессиональное) восприятие этой характеристики (обозначим его  $y$ ) можно представить как несколько искажённое значение  $f(x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(13)})$ , причём это искажение  $\delta$  носит случайный характер и обусловлено как разрешающей способностью такого «измерительного прибора», каковым в данном случае является эксперт (или группа экспертов), так и существованием ряда слабо влияющих на  $y$ , но не входящих в состав  $X = (x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(13)})$  «входных переменных.» Тогда, модель связывающая между собой интуитивное представление о сводном показателе качества ( $y$ ), сам сводный показатель ( $f(X)$ ) как функцию от  $X$  и случайную погрешность  $\delta(X)$ , может быть определена в виде формулы

$$y = f(X) + \delta(X). \quad (1)$$

Практически, не оговаривая общности данной схемы, можно принять естественные допущения относительно первых двух моментов случайной компоненты

$$\begin{aligned} \delta(X) : M[\delta(X)] &\equiv 0, \\ D[\delta(X)] &= \text{deg}^2(X) < \infty. \end{aligned} \quad (2)$$

Тогда, очевидно, обобщённая (сводная) характеристика  $f(X)$  может интерпретироваться как регрессия  $y$  по  $X$ , и если бы мы в качестве исходной статистической информации располагали бы на ряду со значениями  $X_i = (x_i^{(1)}, x_i^{(2)}, \dots, x_i^{(13)})$  и результатами регистрации соответствующих значений зависимой переменной  $y_i$  ( $i$  – номер наблюдателя), то данная схема непосредственно сводилась бы к обычной множественной регрессии. Специфика модели (1), (2) состоит в том, что вместо прямых измерений  $y$  можно получить (с помощью экспертов) лишь некоторые специального вида сведения о его знаниях. Чаще всего сравнительного плана (типа ранжировок или результатов парных сравнений обследованных объектов по свойству  $y$ ). Это обуславливает и более скромные претензии в отношении целей статистического анализа этой модели: вместо требуемого в регрессионном анализе восстановления (оценивания) функции  $f(X)$  ставится задача оценивания  $f(X)$  с точностью до произвольного монотонного преобразования. В силу сказанного, следуя [1], введём следующее определение

**Определение.** Целевой функцией исследуемого обобщённого свойства («выходного качества») называется любое преобразование вида  $\varphi(x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(13)}) = \varphi(X)$ , сохраняющее заданное соотношение порядка между анализируемыми объектами  $O_1, O_2, \dots, O_n$  по усреднённым значениям выходного качества, то есть обладающее тем свойством, что из

$$f(X_{i_1}) \geq f(X_{i_2}) \geq \dots \geq f(X_{i_n})$$

с необходимостью следует выполнение неравенств

$$\varphi(X_{i_1}) \geq \varphi(X_{i_2}) \geq \dots \geq \varphi(X_{i_n})$$

и, наоборот, из последней серии неравенств вытекает выполнение соответствующих неравенств для

$$f(X_{i_k}), k = 1, 2, \dots, n.$$

Очевидно, данное здесь определение целевой функции неоднозначно. Действительно, если  $\varphi(X)$  есть целевая функция и  $U(\varphi)$  — любая взаимно-однозначная монотонно возрастающая функция, то всякая функция вида  $\psi(X) = U[\varphi(X)]$  также будет целевой функцией. Это означает, что допущение о наличии определённой шкалы в измерении данного сводного показателя играет во многих случаях чисто вспомогательную роль и нацеливает на поиск, связанный с выявлением этой шкалы лишь с точностью до произвольного допустимого преобразования шкал. Ведь в соответствии с данным определением само значение целевой функции не отражает никакой реальной, физически содержательной количественной закономерности. Реальные закономерности отражаются только соотношениями «больше» или «меньше» между значениями этой функции для различных наборов величин входных параметров  $X = (x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(13)})$ .

Итак, функция  $f(X)$ , с помощью которой можно было бы производить сравнительную оценку анализируемого «выходного качества», на рассматриваемых объектах, определена лишь с точностью до произвольного монотонного преобразования. Тем самым эти соотношения отражают предпочтение с точки зрения анализируемого качества одних значений  $X$  перед другими.

Тем не менее, для алгоритма её восстановления было бы удобно параметризовать модель (1), то есть определить параметрическое семейство  $F = \{f(X, \theta)\}$ , в рамках которого будет производиться поиск целевой функции  $f(X)$ . Выбор этого параметрического семейства не удаётся подкрепить исчерпывающим теоретическим обоснованием, а потому с этого момента будем иметь дело не с целевой функцией  $f(X)$ , а с некоторой её аппроксимацией  $\hat{f}(X)$ .

## 2. Аппроксимация целевой функции сводного показателя качества жизни, определение ее общего вида и вычисление весовых коэффициентов

Имея в виду достаточную однородность обследуемых объектов по всем неучтённым переменным, то есть по переменным не вошедшим в состав  $x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(13)}$ , и ограниченность интервала времени, в течение которого мы будем использовать искомую аппроксимацию целевой функции, а также реализуя идею разложения любой функции в ряд Тейлора, ограничимся аппроксимацией линейного вида

$$\hat{f}(X; \theta) = \theta_0 + \sum_{i=1}^{13} \theta_i x^i \quad (3)$$

коэффициенты аппроксимации  $\theta = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_{13})$  оцениваются статистически по исходным данным.

Построение аппроксимации интегрального индикатора уровня качества жизни населения России по тринадцати частным объективным показателям КЖ проводилось экспертно-статистическим методом, предложенным в [1]. Следует отметить, что проведенные нами расчёты несут сугубо иллюстрирующий характер и не претендуют на достаточную объективность. Это, прежде всего, связано с качеством экспертных оценок исходных данных, полученных статистическими методами из выборки малого объема при недостаточной опытности экспертов (студентов вузов Москвы). Надо ясно представлять, что успех описанного подхода построения сводного (интегрального) латентного показателя целиком зависит от качества экспертной части исходной информации. Используемые в наших расчётах исходные данные были получены в результате заполнения экспертами (студентами вузов Москвы) специальных таблиц (анкет), в которых уровень качества жизни населения России и уровень качества, характеризующих его объективных показателей, были определены одним из значений шкалы, имеющей четыре градации (1: «очень хорошо»; 2: «хорошо»; 3: «удовлетворительно»; 4: «плохо»). В данном случае задача сводится к обычной схеме регрессионного анализа и соответственно к использованию метода наименьших квадратов. Сравнивая значения средних квадратических отклонений и средних величин каждого признака и определяя соответствующие им коэффициенты вариации  $\gamma_y = 21,6\%$ ;  $\gamma_{x^{(1)}} = 21\%$ ;  $\gamma_{x^{(2)}} = 28,5\%$ ;  $\gamma_{x^{(3)}} = 21,1\%$ ;  $\gamma_{x^{(4)}} = 19,9\%$ ;  $\gamma_{x^{(5)}} = 21,6\%$ ;  $\gamma_{x^{(6)}} = 33,4\%$ ;  $\gamma_{x^{(7)}} = 21,6\%$ ;  $\gamma_{x^{(8)}} = 19,2\%$ ;  $\gamma_{x^{(9)}} = 23,5\%$ ;  $\gamma_{x^{(10)}} = 15,1\%$ ;  $\gamma_{x^{(11)}} = 19,2\%$ ;  $\gamma_{x^{(12)}} = 15,1\%$ ;  $\gamma_{x^{(13)}} = 24,8\%$  приходим к выводу о повышенном уровне варьирования признаков, хотя и в допустимых пределах, не превышающих 35%. Совокупность исходных данных однородна, и для её изучения могут быть использованы метод наименьших квадратов и вероятностные методы оценки статистических гипотез.

В результате расчётов аппроксимация для линейной целевой функции (см. формулу (3)) имеет вид

$$\begin{aligned} \hat{f}(X) = & 14,38 - 0,28x^{(1)} - 0,68x^{(2)} + 2,28x^{(3)} + 0,6x^{(4)} + 6,29x^{(5)} + 8,23x^{(6)} \\ & - 0,97x^{(7)} + 2,83x^{(8)} - 8,78x^{(9)} - 7,92x^{(10)} - 13,23x^{(11)} - 1,28x^{(12)} + 5,06x^{(13)} \end{aligned}$$

По данным дисперсионного анализа  $F_{\text{фак}} = 5,91538 \times 10^{34}$ . Вероятность случайно получить такое значение F-критерия равна нулю. Следовательно, полученное значение не случайно, оно сформировалось под влиянием существенных факторов, т.е. подтверждается статистическая значимость всего уравнения и показателя тесноты связи.

Нескорректированный коэффициент множественной детерминации  $R_{yx}^2 = 1$  оценивает долю вариации результата за счет представленных в уравнении факторов в общей вариации результата. Здесь эта доля составляет сто процентов и указывает на весьма высокую степень обусловленности вариации результата вариацией факторов, иными словами – на весьма тесную связь факторов с результатом.

Знание целевой функции позволяет производить формализованную оценку уровня качества жизни, основанную только на знании числовых показателей. При решении вопроса о повышении качества жизни наиболее целесообразно особое внимание уделять тем ее компонентам, которые вошли в целевую функцию с относительно большими весами и за счет которых, следовательно, можно добиться более существенного прироста уровня качества жизни.

Для получения сравнительной оценки силы влияния отдельных показателей на результирующую целевую функцию можно использовать средние частные коэффициенты эластичности целевой функции. Для линейной зависимости вида (3) результаты такого сравнения приводятся в следующей таблице.

**3. Таблица сравнительной оценки силы влияния отдельных показателей качества жизни на уровень КЖ населения России**

Увеличение показателя качества жизни на 1% при фиксированном воздействии других показателей	Увеличение уровня качества жизни в процентах
Уровень и качество занятости населения (включая условия труда)	12,13%
Уровень и качество безопасности личности (обратная величина от уровня преступности)	9,24%
Уровень и качество образования	6,58%
Уровень и качество окружающей среды повседневной жизнедеятельности человека	1,87%
Уровень и качество социального обеспечения	0,97%
Уровень потребления продуктов	0,48%
Уровень доходов	0,27%

Из данных приведенных в таблице можно сделать вывод, что, по мнению студентов города Москвы, на повышение уровня качества жизни жителей России наиболее сильное влияние оказывают факторы:

- Уровень и качество занятости населения;
- Уровень и качество безопасности личности;
- Уровень образования;
- Уровень и качество окружающей среды повседневной жизнедеятельности человека.

В гораздо меньшей степени, по их мнению, на повышение уровня КЖ влияют:

Уровень и качество социального обеспечения;  
Уровень потребления продуктов питания;  
Уровень доходов населения.

Анализ полученных данных показывает, что значительного увеличения уровня качества жизни можно будет достичь путем частичного перемещения финансовых потоков, направленных на повышение уровня и качества обеспеченности прав граждан, на финансирование программ по повышению: уровня и качества занятости населения (включая условия труда); уровня и качества безопасности личности; уровня и качества образования.

Увеличению уровня качества жизни также, хотя и в меньшей степени, будет способствовать частичное перемещение финансовых средств, направленных на повышение уровня и качества потребления непродовольственных товаров, на финансирование программ по повышению: уровня потребления продуктов питания и уровня доходов.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Айвазян С.А., Мхитарян В.С. Прикладная статистика и основы эконометрии. М. «ЮНИТИ», 1998г., 1022с.