

Исследование сходимости квадратурных формул математической модели трехмерной векторной задачи дифракции

Д. Ю. Петров

ВВИА им. проф. Н. Е. Жуковского, Россия

With the purpose of checking the adequacy of the use of quadrature formulae of the 3D mathematical model of the 3D vector diffraction problem and the correctness of its program realization, the comparison of the numerical modeling results with well-known solutions from literature sources of the electromagnetic waves diffraction problem by the example of a number of test examples: the ideally conducting cylinder, flat plate and paraboloid of revolution.

Современные методы вычислительной электродинамики и теории антенн активно используют аппарат сингулярных интегральных уравнений. В ходе численного решения СИУ и ГСИУ методом дискретных особенностей часто возникают вопросы сходимости того или иного метода вычислений. Так, для трехмерной векторной задачи электромагнитного рассеяния [1] вопрос сходимости квадратурных формул теоретически до конца не исследован, хотя численные эксперименты демонстрируют устойчивость и практическую сходимость.

Для проверки правильности решения трехмерной векторной задачи дифракции в рамках данной работы осуществлено сравнение полученных в результате расчетов распределения токов по поверхности вибратора и полного поля в ближней зоне при рассеянии электромагнитных волн на идеально проводящих пластинке и параболоиде с известными из литературы решениями этих задач.

Примеры выполненных рассматриваемым численным методом расчётов для полуволнового вибратора приведены на рис. 2. В качестве модели вибратора выбран идеально проводящий цилиндр, запитываемый в центральной точке кольцом электрического поля вида $E_{m0} \cdot \delta(z) \cdot \vec{i}_z$, где $\delta(z)$ – символ Кронекера. Графики нормированной амплитуды тока даны для симметричного вибратора диаметром 0.014λ и длиной 0.5λ . Результаты расчетов хорошо совпадают с приводимыми в литературе по антеннам [2] графиками на рис. 1.

На рис. 3 изображены графики модуля компоненты J_x при разбиении рассеивателя на $N_x \times N_y$, $N_x = N$, $N_y = N + 1$ факетов для нормального падения плоской волны вида $E_m^0 e^{-ikz} \cdot \vec{i}_x$ с длиной волны $\lambda = 1$ на идеально проводящую квадратную металлическую пластинку ($x \in [-1, 1]$; $y \in [-1, 1]$; $z = 0$). Из графиков видно, что для плотности тока существует практическая сходимость при увеличении числа факетов, для

вычисления модуля плотности тока с ошибкой не более 10% достаточно 5 facets на длину волны. Вычисление относительной ошибки компоненты J_x (за эталонное распределение выбрана вычисленная при $N = 60$ плотность тока) показало, что для сохранения фазовых соотношений необходимо в 2-3 раза большее число facets.

После получения рассеянное поле в любой точке пространства вне поверхности в сумме с падающим даст полное поле рассеяния. На рис. 5 приведено полутоновое изображение для нормированной амплитуды компоненты, направленной вдоль оси OX (E_x), вектора напряженности полного электрического поля с теми же условиями возбуждения в плоскости с координатами ($x \in [-2, 2]$; $y = 0$; $z \in [-2, 2]$). Видно, что в направлении, с которого падает волна, образуются стоячие волны, являющиеся суперпозицией падающей и рассеянной волн. За пластинкой образуется область тени продолжительностью порядка длины волны, затем наблюдается увеличение амплитуды в области геометрической тени. Таким образом, характер рассеяния полностью совпадает с результатами теоретических исследований [3].

Для формирования рекомендаций по требуемому соотношению длины волны и размера facets при нахождении распределения поля вблизи поверхности рассмотрен характер зависимости компоненты E_x вычисленного полного поля от числа facets, описывающих пластинку, на оси OZ в зоне возникновения стоячей волны (рис. 4). Из графиков видно, что для напряженности электрического поля существует практическая сходимость при увеличении числа facets, максимальная ошибка при определении поля наблюдается вблизи поверхности (на расстоянии, сравнимом с размером facets) и в минимумах зависимости.

Картина силовых линий суммарного электрического поля при наклонном падении плоской электромагнитной волны с параллельной поляризацией под углом $\varphi = 30^\circ$, длина волны $\lambda = 0.2$, приведена на рис. 6. Полутоновое изображение нормированной компоненты E_x в плоскости XOZ приведено рис. 7. Видно, что вдоль оси OX результирующее поле представляет собой однородную плоскую волну с продольным волновым числом $h \approx k_{\text{пад}} \sin(\varphi)$. Амплитуды составляющих вектора электрического поля в пределах плоского волнового фронта непостоянны, а зависят от поперечной координаты z по синусоидальному закону с поперечным волновым числом $g \approx k_{\text{пад}} \cos(\varphi)$. То есть характер рассеяния совпадает с теоретическим [4]. Похожие результаты были получены и для случая перпендикулярной поляризации.

На рис. 8 приведены результаты решения задачи рассеяния нормально падающей плоской волны вида $E_m^0 e^{ikz} \cdot \vec{i}_x$ с длиной волны $\lambda = 0.2$ на параболоиде вращения. Видно, что область максимальной амплитуды полного поля рассеяния сосредоточена вблизи фокуса параболоида. Как показала серия численных экспериментов, при уменьшении длины волны характер рассеяния приближается к известным результатам метода геометрической оптики.

Таки
позвол
рассеян
контро

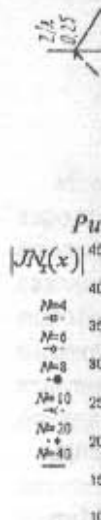


Рис.

Таким образом, можно сделать вывод, что предлагаемый в работе [1] метод позволяет эффективно определять первичные и вторичные характеристики рассеяния ЭМВ на телах сложной пространственной конфигурации с контролируемой точностью.

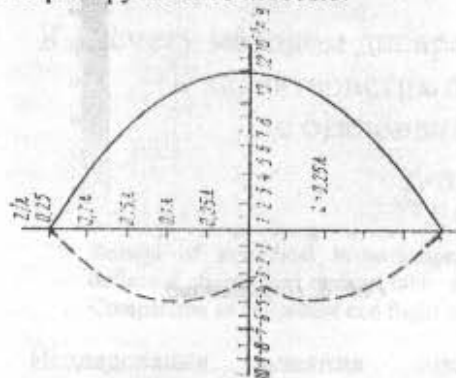


Рис. 1. Известные зависимости.

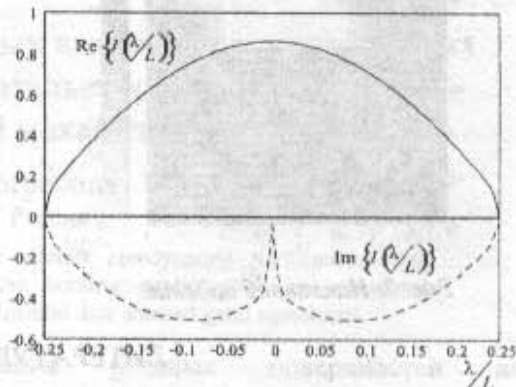


Рис. 2. Вычисленные зависимости.

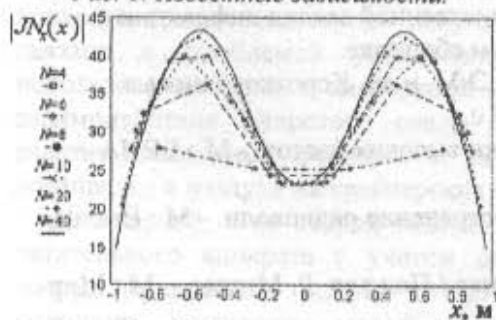


Рис. 3. Плотность тока.

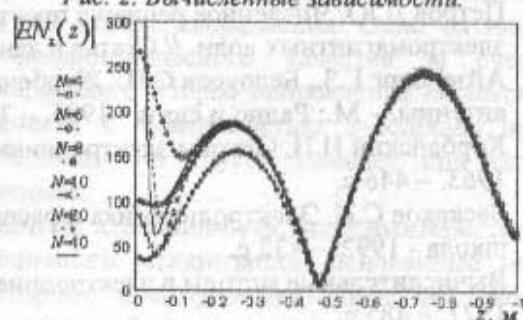


Рис. 4. Напряженность. Силовые линии поля

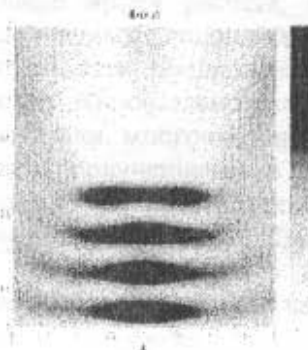


Рис. 5. Нормальное падение.

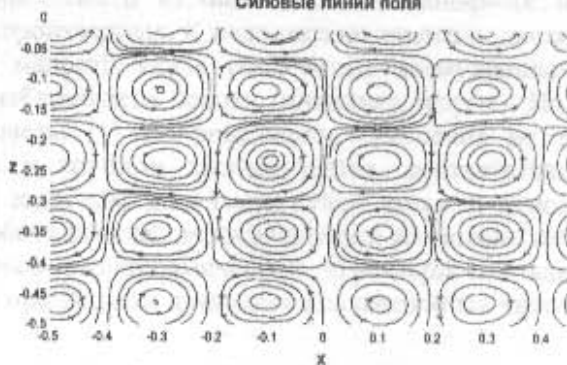


Рис. 6. Силовые линии.

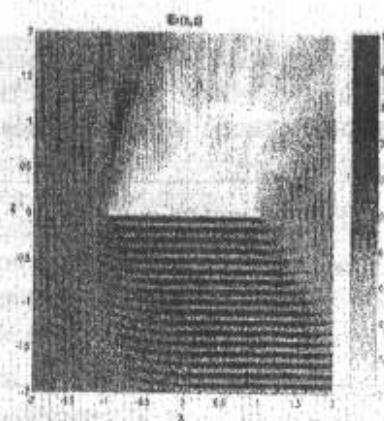


Рис. 7. Наклонное падение.

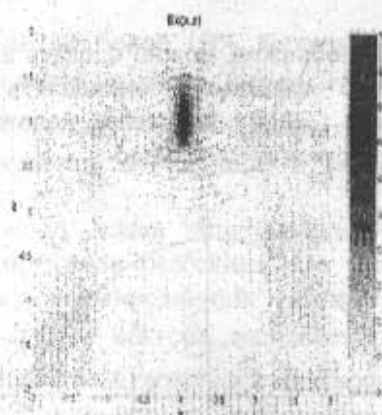


Рис. 8. Параболоид.

ЛИТЕРАТУРА

1. Петров Д.Ю. Численное решение пространственной задачи дифракции электромагнитных волн. // Статья в данном сборнике.
2. Айзенберг Г.З., Белоусов С.П., Журбенко Э.М. и др. Коротковолновые антенны. - М.: Радио и связь - 1985. - 328 с.
3. Корбанский И.Н. Основы электродинамики высоких частот. - М.: ВВИА - 1963. - 446 с.
4. Баскаков С.И. Электродинамика и распространение радиоволн. - М.: Высшая школа - 1992. - 432 с.
5. Вычислительные методы в электродинамике / Под ред. Р. Митры. - М.: Мир-1977. - 485 с.

УД
И
аэро,
аппа
связа
испол
взаим
взлет
дозаг
И
летат
метод
метод
небол
неста
можн
скоро
как п
данн
получ
откло
МДВ
самол
Маха
Он
Рас
дозву
самол
Полаг
возму
Глауер