

Формирование двумерных вихревых структур при периодической инъекции из щели

А. А. Гуржий, А. А. Фитьковский

*Национальный технический университет Украины "КПИ", Украина
Институт гидромеханики НАН Украины, Украина*

The two-dimensional laminar flow generated by periodic injection of fluid from a split (injector) in a flat wall into non-perturbed half-space is modeled in a framework of an ideal incompressible fluid. The advanced mathematical model for periodic flow, which takes into account the equality of fluid volumes both during push-out (source flow) and during push-in (sink flow) flows is suggested. The velocity field of the flow is represented by superposition of the velocity field of potential flow from a chink and the velocity field induced by vortex pair. During an ejection the intensity of vortex pair is estimated by general flow vorticity in the injector channel, while during an injection vortex intensities remains constant. Comparison of numerical and experimental data testifies an adequacy of the model of injector to real flow in wide enough range of injection velocities.

1. Введение

В последнее время в современной литературе можно отметить повышенный интерес исследователей к периодическим потокам из отверстий. Такое внимание объясняется не только внутренней красотой течений, которые качественно меняют свою структуру в зависимости от направления истечения из отверстия, но и привлекательностью построения и обоснования теоретических решений. Экспериментальные исследования [1-4] показывают, что при истечении жидкости из щели формируется струйное течение, в то время как при втекании жидкости в обратном направлении поток жидкости остается потенциальным. Такие периодические течения находят широкое применение в природе и технике: перенос различных примесей и загрязнений течениями в заливах и гаванях, впрыскивание топливных смесей в двигательных установках, внесение химических реагентов в химической аппаратуре и многое другое.

Анализ масштабов многих реальных течений позволяет трактовать их как двумерные [4-6]. Такое допущение существенным образом упрощает задачу исследования и позволяет существенно упростить качественный анализ особенностей течения жидкости из отверстия (инжектора). С другой стороны, вносимая инжектором кинетическая энергия жидкости оказывается значительно больше энергии диссипации в реальной жидкости. В таких случаях вязкими эффектами можно пренебречь и периодические течения жидкости из инжекторов можно рассматривать в приближении идеальной несжимаемой жидкости [4].

Отдельный интерес к течениям жидкостей из отверстия принадлежит задачам переноса скалярных полей (примесей, солености, температуры) вихревыми

дипольными структурами, генерируемыми при формировании и развитии струи. Известно, что крупномасштабные вихревые структуры способны вовлекать в собственное движение часть близлежащей жидкости, формируя так называемое вихревое облако или атмосферу вихря [7,8]. Такие особенности двумерных вихревых течений хорошо наблюдаются в течениях различного масштаба: выбросы больших масс загрязнений из гаваней (проливов) во время отливов в мировом океане, вынос обедненного кислородом газа струйным течением во время выдоха животными и человеком, перенос струей химических реагентов в зону реакции [4,9,10]. В современной литературе задачу о перемешивании жидкости в заданном поле скорости часто называют задачей об адвекции [11].

В современной литературе можно отметить несколько подходов к описанию поля скорости струйными течениями. Часть подходов основана на анализе импульса при истечении жидкости [12,13], на генерации струей системы когерентных вихревых структур, параметры которых определяются из условия Кутта-Жуковского на краях отверстия [12,14], а так же на формировании дипольных вихревых структур, кинематические параметры которых определяются значениями скорости инъекции [4,13,15]. Каждый из этих подходов имеет свои недостатки и преимущества.

Целью настоящей работы является формирование адаптированного модельного представления поля скорости периодического течения из инжектора фиксированного размера применительно к задаче об адвекции пассивной примеси. За основу модели предлагается принять подход, основанный на формировании струей пары крупномасштабных вихревых структур, с учетом объемов вытекающей жидкости из инжектора.

2. Экспериментальные исследования

В этой части статьи воспроизведем основные результаты экспериментов [4], направленных на изучение процесса перемешивания пассивной жидкости при периодическом инжестировании части подкрашенной жидкости в невозмущенную среду.

Эксперименты проводились в прямоугольном бассейне размерами $1500 \text{ мм} \times 1000 \text{ мм} \times 300 \text{ мм}$. Схема экспериментальной установки показана на рис.1. Для получения стратификации бассейн сначала заполнялся пресной водой, а после того, как движение воды прекращалась, бассейн заполнялся соленой водой. В эксперименте часть жидкости с промежуточным значением плотности периодически инжестировалась поршнем с фиксированной скоростью и продолжительностью.

Пример течения для $W/UT=0.05$ показан на рис.2. Здесь W – ширина щели, U – скорость инъекции, а T – период. В течение первого полупериода инжеструемая струя формирует диполь, который состоит преимущественно из окрашенной жидкости. Наличие у диполя самоиндуцированной скорости приводит к поступательному удалению диполя от инжектора. В течение второго полупериода поле скорости течения жидкости в инжекторе меняет свой знак (инжектор втягивает жидкость) и поступательная скорость вихревого диполя уменьшается. Второй период инъекции приводит к формированию аналогичного вихревого диполя, который следует в том же направлении за первым.

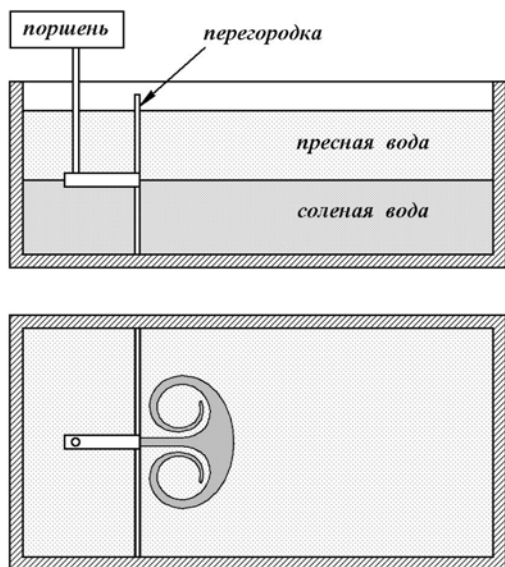


Рис.1. Схема экспериментальной установки

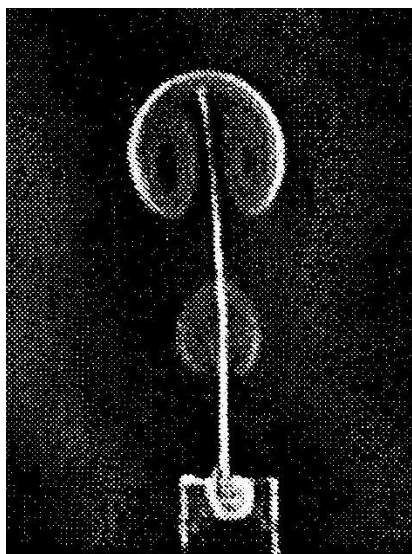


Рис.2. Формирование дипольных структур

3. Теоретическая модель

Рассмотрим задачу о двумерном стационарном течении с полем скорости $U(x,y)$, $V(x,y)$ идеальной несжимаемой жидкости в инжекторе шириной W со скоростью U_0 в выходном сечении ($|x| < W/2$, при $y=0$) в декартовой системе координат, совмещенной с осью инжектора (рис.3). Пусть T - период действия инжектора. В течение $0 < t < T/2$ инжектор работает как источник, а в течение $T/2 < t < T$ инжектор действует как сток жидкости.

Распределение функции тока $\Psi(x,y)$ для потенциального течения жидкости из инжектора в выбранной системе координат и условия непротекания на твердой поверхности записывается в виде [5, 7]

$$\Psi_1(x,y) = \pm \frac{U_0}{2} \left[\left[(x - W/2)^2 + y^2 \right]^{1/2} - \left[(x + W/2)^2 + y^2 \right]^{1/2} \right]. \quad (1)$$

Здесь и далее верхний знак перед выражением используется для случая вытекания (исток) жидкости, а нижний знак соответствует случаю втекания (сток) жидкости в инжектор. Пример распределения функции тока, заданной уравнением (1), для инжектора шириной $W=1.0$ при $U_0 = 1.0$ показан на рис.4.

Используя связь между функцией тока и компонентами поля скорости

$$U(x,y) = \frac{\partial \Psi}{\partial y}, \quad V(x,y) = -\frac{\partial \Psi}{\partial x}, \quad (2)$$

находим выражения для проекций поля скорости рассматриваемого течения.

В дальнейшем задачу удобно пронормировать на ширину щели W и период инъекции T . В этом случае скорость будет отнесена к величине W/T .

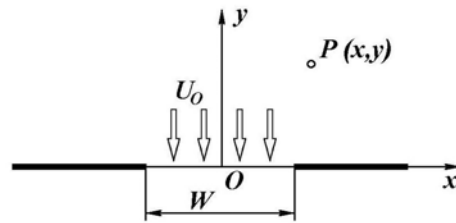


Рис.3.Геометрия задачи

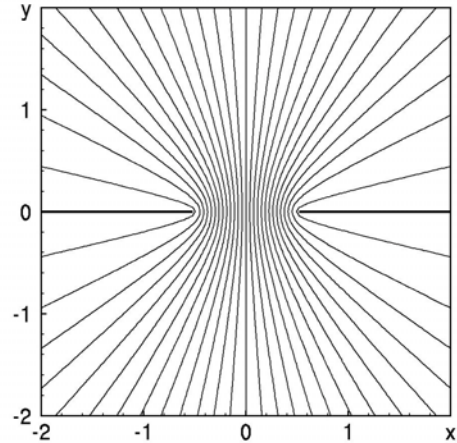


Рис.4.Распределение функции тока при потенциальном течении

Пусть нижняя часть инжектора ($y < 0$) представляет собой бесконечный канал шириной W , а характерная скорость жидкости на выходе канала имеет значение порядка U_0 . Предположим, что ширина пограничного слоя на выходе канала имеет порядок δ . Тогда завихренность, которая формируется на границах канала, имеет величину порядка U_0 / δ . Пусть t - время, в течение которого развивается пограничный слой, тогда площадь пограничного слоя будет иметь порядок $U_0 t / 2$. Следовательно, интенсивность завихренности, которая выносится из выходного сечения инжектора, имеет порядок

$$\Gamma = \int_s \omega dS \approx \frac{U_0}{\delta} \cdot \delta \cdot \frac{U_0 t}{2} = \frac{U_0^2}{2} t. \quad (3)$$

Эта завихренность выносится во внешнее течение с обеих поверхностей канала. Они обладают противоположными по знаку циркуляциями и формируют дипольную вихревую структуру. Интенсивность завихренности вихрей в диполе принимает значение

$$\Gamma(t) = \begin{cases} U_0 t / 2 & \text{при } 0 < t \leq T / 2 \\ U_0 / 4 & \text{при } T / 2 < t < T \end{cases} \quad (4)$$

На каждом периоде инжекции формируется новая вихревая пара. Вихревые пары, сформированные на предыдущих периодах инжекции, значения интенсивностей вихрей в рамках модели идеальной несжимаемой жидкости с течением времени сохраняются.

Функция тока, наведенная системой N точечных вихрей интенсивности Γ_j в безграничном пространстве с текущими координатами (x_j, y_j) (где $j=1, \dots, N$) имеет вид [7,8]

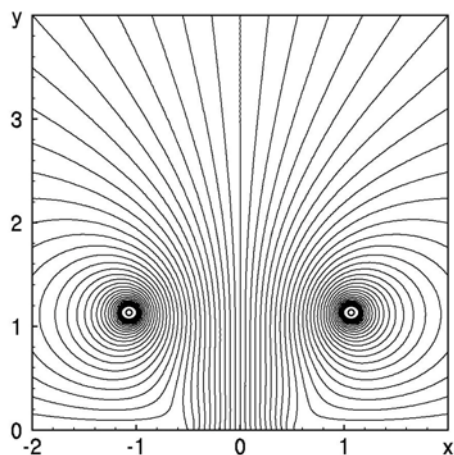


Рис.5. Распределение функции тока при инжектировании жидкости

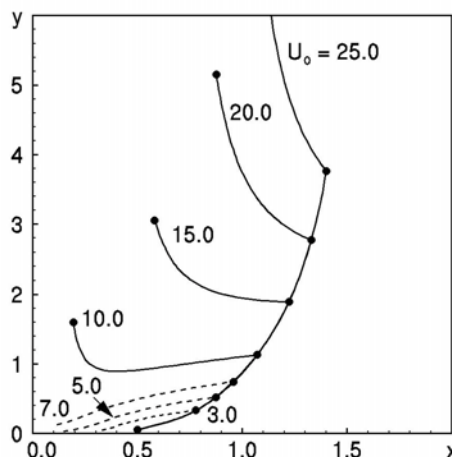


Рис.6. Траектории движения вихрей при инжектировании

$$\Psi_2(x, y) = -\frac{1}{4\pi} \sum_{i=1}^N \Gamma_i(t) \ln[(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2]. \quad (5)$$

Для выполнения граничного условия на твердой поверхности, необходимо ввести в рассматриваемую систему дополнительную мнимую вихревую пару с координатами, отображенными относительно плоскости $y=0$ [7,8].

Таким образом, поле функции тока течения представляет собой суперпозицию

$$\Psi(x, y) = \Psi_1(x, y) + \Psi_2(x, y) \quad (6)$$

для любого момента времени.

Пример распределения функции тока для скорости инжекции $U_0 = 20.0$ и вихревой пары с начальными координатами (1.07, 1.13) и с интенсивностью $\Gamma = 50.0$ показан на рис.5. Приведенные параметры соответствуют эксперименту, показанному на рис.2. Анализ распределения показывает, что функция $\Psi(x, y)$ на твердой поверхности принимает неизменное значение, следовательно, граничное условие на твердой поверхности выполнено.

На рис.6 показаны траектории движения правого вихря в вихревой паре в течение первого периода инжекции для различных значений скорости инжекции U_0 . В начальный момент вихрь помещен в точку с координатами (0.55, 0.05). Следует отметить общую тенденцию в динамике вихревой пары: в течение первого полупериода действия инжектора вихри удаляются от инжектора, при этом расстояние между вихрями постоянно увеличивается. Чем больше скорость инжекции, тем больше расстояние между вихрями в вихревой паре. В течение второго полупериода расстояние между вихрями всегда уменьшается. Это приводит к увеличению самоиндуцированной скорости вихревой пары. Если вихри расположены в непосредственной близости к выходному сечению инжектора, поле скорости инжектора затягивает вихревую пару в канал

инжектора. На рис.6 сплошными линиями отмечены траектории вихрей, которые после одного периода действия инжектора удаляются от выходного отверстия, а пунктирные линии соответствуют случаям, при которых инжектор затягивает вихри. Исследования показывают, что критическое значение скорости инъекции лежит в диапазоне $U_0 = (7.0...7.2)$ и хорошо согласуется с результатами исследований в [4].

4. Адвекция пассивной примеси

Рассмотрим процесс перемешивания пассивной жидкой области в поле скорости периодически действующего инжектора. Следуя эксперименту [4], выделим внутри инжектора часть жидкости и окружим ее пассивным контуром, состоящим из последовательности жидких частиц, которые в дальнейшем будем именовать маркерами. Задача о деформации отмеченных жидких областей, обычно именуемая в литературе как *задача адвекции* [11], сводится к анализу траекторий лагранжевых частиц жидкости в рассматриваемом эйлеровом поле скорости. Следуя теореме Гельмгольца [12,16], каждая пассивная жидкая частица может трактоваться точечным вихрем нулевой интенсивности. В этом случае уравнения движения системы пассивных маркеров описываются аналогичной вихрям системой дифференциальных уравнений первого порядка, которые непосредственно следуют из уравнений (6) с учетом выражений (1) и (5).

Часто, при анализе процесса адвекции, траектории жидких частиц проявляют сильную зависимость от своего начального положения. В результате расстояние между двумя ближайшими маркерами сильно увеличивается и наступает интенсивное перемешивание. Для того, чтобы построить выделенную в начальный момент область пассивной жидкости для фиксированных моментов времени, в исследованиях использовался метод кусочной сплайн-интерполяции [17], который позволяет сформировать границы замкнутой области, используя упорядоченную последовательность маркеров, находящихся на границе области. Указанный метод анализирует деформацию контура и, при необходимости, позволяет добавлять необходимое количество маркеров для того, чтобы расстояния между соседними маркерами сохранялись в пределах заданной величины.

Рассмотрим адвекцию пассивной примеси в поле скорости импульсного инжектора со скоростью инъекции $U_0 = 20.0$. Этот случай соответствует значению параметра $W/UT=0.05$ в лабораторном эксперименте [4], результаты которого показаны на рис.2. Траектории движения вихрей в вихревой паре и начальное положение выделенной жидкости на выходе инжектора показаны на рис.7,а.

С началом действия импульсного инжектора вихри в вихревой паре обладают еще малыми по модулю интенсивностями и их движение в основном определяется полем скорости инжектора. С течением времени интенсивность вихрей увеличивается и поле скорости, наведенное вихрями, совместно с полем скорости инжектора, формируют струю, направленную вверх.

К моменту $t=0.5$ вихри удалились на достаточное расстояние от инжектора и завершили формирование грибовидного облака из выделенной жидкости,

охватывающей оба вихря в вихревой паре (рис.7,б). Следует обратить внимание на то, что выходное отверстие инжектора к рассматриваемому моменту времени полностью занято окрашенной жидкостью, и сопутствующая первой вихревой паре жидкость большей частью содержит окрашенную жидкость. Сток жидкости в инжекторе в значительной мере замедлил поступательное движение вихревой пары. Более того, кормовая часть вихревого облака начинает отрываться от вихрей и затягиваться инжектором, формируя характерный хвост в течении за вихревой парой.

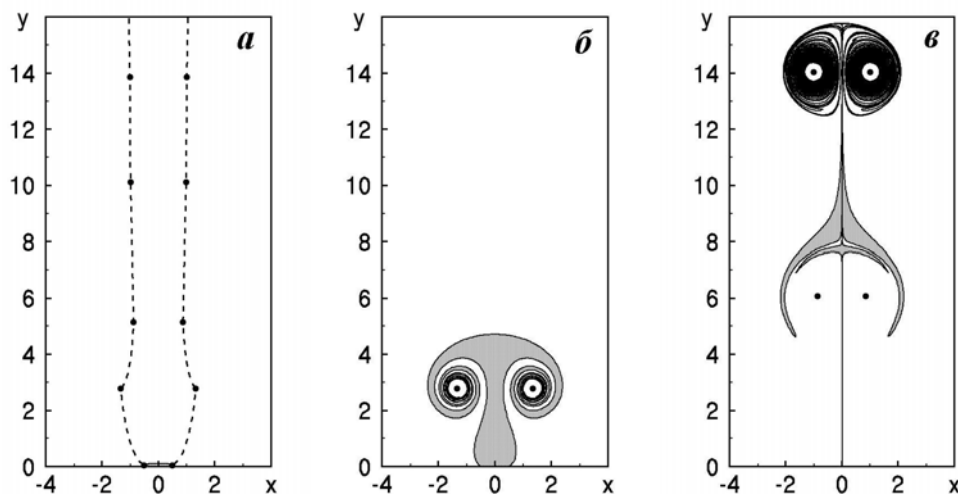


Рис.7. Адвекция пассивной примеси при импульсной инжекции в моменты: а) $t=0$
б) $t=0.5$, в) $t=1.5$

В течение следующего полупериода действия импульсного инжектора начинает формироваться вторая вихревая пара, в то время как первая пара с неизменной интенсивностью продолжает свое поступательное движение. На рис.7,в показано положение вихрей в момент $t=1.5$. Поскольку за предыдущий полупериод в инжектор попала неокрашенная жидкость, то вторая вихревая пара формируется практически из неокрашенной жидкости, что хорошо наблюдается в эксперименте.

5. Выводы

Предложенное модельное представление периодического течения жидкости из инжектора было протестировано на задаче об адвекции пассивной примеси в поле скорости импульсного инжектирования фиксированного объема жидкости в невозмущенное полупространство, ограниченное плоской стенкой. Сравнение результатов численного моделирования с результатами экспериментальных исследований [4,18] свидетельствует о хорошей адекватности модели реальному течению. Исследования показали, что при скорости инжекции $[U_0]_{cr} > (7.0...7.2)$ струя жидкости из инжектора формирует вихревую дипольную структуру, которая удаляется от выходного отверстия инжектора.

Для скоростей, меньших $[U_0]_{cr}$ сформированные вихри имеют малые по модулю интенсивности. В этом случае вихревая пара затягивается течением в канал инжектора. Полученные значения критических скоростей находятся в хорошем соответствии с результатами экспериментальных исследований.

ЛИТЕРАТУРА

1. Brancher P., Chomaz J.M., Huerre P. Direct numerical simulations of round jets: Vortex induction and side jets // *Phys. Fluids*. – 1994. – V.A6, №4. – P.1768-1774.
2. Dahm W.J.A., Frieler C.E., Tryggvason G. Vortex structure and dynamics in the near field of a coaxial jet // *J. Fluid Mech.* – 1992. – V.241. – P.371-402.
3. Rhines P.B. Jets // *Chaos*. – 1994. – V.4, №2. – P.313-339.
4. Wells M.G., van Heijst G.J.F. A model of tidal flushing of an estuary by dipole formation // *Dyn. Atmos. and Oceans*. – 2003. – V.37. – P.223-244.
5. Биркгоф Г. Гидродинамика. М.: ИЛ, 1963. – 245с.
6. Гилл А. Динамика атмосферы и океана (в 2-х томах). – М.: Мир, 1986. – 397с.
7. Ламб Г. Гидродинамика. – М., Л.: Гостехиздат, 1947. – 928с.
8. Мелешко В.В., Константинов М.Ю. Динамика вихревых структур. – Киев: Наукова думка, 1993. – 279с.
9. Beerens S.P. Mixing by chaotic advection in tidal areas (Ph.D. Thesis) // *Utrecht: Utrecht Univ. Press*, 1995. – 162р.
10. Fujiwara T., Nakata K., Nakatsuji K. Tidal-jet and vortex pair driving of the residual circulation in a tidal estuary // *Cont. Shelf Res.* – 1994. – V.14. – P.1025-1038.
11. Aref H. Chaotic advection of fluid particle // *Phil. Trans. R. Soc. London*. – 1990. – V.333. – P.273-288.
12. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. – М.: Наука, 1987. – 840с.
13. Бэтчелор Дж. Введение в динамику жидкости. – М.: Мир, 1973. – 758с.
14. Голубев В.В. Теория крыла аэроплана конечного размаха. – М.: Гос.науч.-тех.издат, 1931. – 350с.
15. Биркгоф Г., Сарантанелло Э. Струи, следы и каверны. – М.: Мир, 1964. – 466с.
16. Вилля Г. Теория вихрей. – М.Л.: Гостехиздат, 1936. – 266с.
17. Гуржий О.А., Мелешко В.В., ван Хейст Г.Я.Ф. Метод кускової сплайн-інтерполяції в задачі про адвекцію пасивної домішки у відомому полі швидкості // *Доп. АН України*. – 1996. – №8. – с.48-54.
18. Ван-Дайк М. Альбом течений жидкости и газа. – М.: Мир, 1982. – 114с.

Надійшла 30.03.2009