

УДК 004.942:519.6

## Сравнение вычислительных методов определения энергии электронов по результатам дозиметрии

А. В. Починок

*Харьковский национальный университет имени В.Н. Каразина, Украина*

Описан статистический подход к оценке неопределенности в значениях энергии электронов. Определен набор метрик для сравнения вычислительных методов определения энергии электронов. Развита математическая модель процесса измерения глубинной зависимости дозы электронного излучения. Создано программное обеспечение StPolinom для статистического анализа методов определения энергии электронов в пучке. Проведен анализ традиционных методов определения энергии электронов и предложена комбинированная вычислительная схема, обеспечивающая меньшие значения неопределенностей результатов.

**Ключевые слова:** энергия электронов, статистический подход, дозы излучения, процесс измерения, математическая модель, вычислительная схема, сравнение методов.

Описаний статистичний підхід до оцінки невизначеності в значеннях енергії електронів. Визначений набір метрик для порівняння обчислювальних методів визначення енергії електронів. Розвинена математична модель процесу вимірів глибинної залежності дози електронного випромінювання. Створено програмне забезпечення StPolinom для статистичного аналізу методів визначення енергії електронів в пучку. Проведений аналіз традиційних методів визначення енергії електронів та запропонована комбінована обчислювальна схема, яка забезпечує менші значення невизначеностей результатів.

**Ключові слова:** енергія електронів, статистичний підхід, дози випромінювання, процес вимірювання, математична модель, обчислювальна схема, порівняння методів.

The statistical approach to uncertainty estimate in the values of electron energy is described. The set of metrics for comparison of numerical methods of the obtaining of electron energy is determined. The mathematical model of the process of measurement depth-dose curves for the electrons is developed. Software StPolinom for statistical analysis of methods the energy determination of an electronic beam is created. The analysis of conventional methods of the obtaining of electron energy is performed and a composite numerical circuit to provide lower values of the uncertainty of results is discussed.

**Key words:** electron energy, statistical approach, depth-dose curves, the measurement process, mathematical model, computational scheme, a comparison of methods.

### 1. Введение

Сегодня одним из ключевых вопросов в радиационных технологиях является контроль параметров процесса облучения. Энергия электронов в пучке основной технологический параметр, определяющий, в частности, пространственную неоднородность поля облучения. В практике радиационно-технологических центров задача определения энергии электронов в пучке решается с использованием специальных дозиметрических устройств: дозиметрических клина или стека. При этом проводят измерения глубинной зависимости дозы электронного излучения в дозиметрическом устройстве и специальными вычислительными методами из результатов измерений получают энергию электронов в пучке. Широко применяются в практике радиационных центров несколько видов специальных дозиметрических устройств и различных

вычислительных методов обработки результатов измерений [1]. Однако не в одной из методик не обсуждаются погрешности используемых вычислительных методов, что не позволяет оценить надежность получаемых результатов. В этой связи актуальной задачей является сравнение стандартных и широко используемых методик контроля энергии электронного пучка.

В настоящей работе предложен подход к решению задачи оценки погрешностей вычислительных методов определения энергии электронов по результатам дозиметрии. Этот подход реализован в виде программного обеспечения StPolinom для проведения имитационных экспериментов с целью сравнения широко применяемых методов. Описана модификация математической модели процесса измерения глубинной зависимости дозы электронного излучения [2], которая используется в StPolinom. Проведен анализ традиционных методов и предложена комбинированная вычислительная схема, обеспечивающая меньшие значения неопределенностей результатов расчета энергии электронов.

## 2. Методы определения наиболее вероятной энергии электронов в пучке

Значение величины наиболее вероятной энергии электронов в пучке, однозначно связано аналитическим соотношением со значением практического пробега электронов  $R_p$  [1]. Поэтому вычислительные методы, используемые в практике радиационно-технических центров, основываются на нахождении  $R_p$ .

Ниже описаны известные методы определения величины  $R_p$ :

1. Метод Т.Лисанти [3]. Предлагается найти функциональную связь между результатами фотометрирования дозиметрической пленки в виде полинома четвертой степени

$$f(x) = a + bx + cx^2 + dx^3 + ex^4, \quad (2.1)$$

коэффициенты которого  $a, b, c, d, e$  получаем методом наименьших квадратов (МНК). МНК приводит задачу нахождения коэффициентов полинома к системе линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), которая решается с помощью метода Гаусса. Находится координата точки перегиба  $x = ipt$  (когда  $f''(x) = 0$ )

$$x = ipt = \frac{-6d \pm \sqrt{36d^2 - 96ec}}{24e}. \quad (2.2)$$

Строится касательная к кривой в точке перегиба

$$y(x) = mx + n. \quad (2.3)$$

Точка пересечения касательной с осью ОХ (глубина дозы) и является  $R_p$ .

$$0 = mR_p + n, \quad (2.4)$$

$$R_p = -\frac{n}{m}. \quad (2.5)$$

2. Метод, используемый корпорацией GEX. К результатам измерений применяют процедуру линеаризации: наборы значений функции  $y_i$  и

аргументов  $x_i$ , описывающие  $N$  точек в результатах измерений, аппроксимируют полиномом первой степени.

$$y(x) = a + bx, \quad (2.6)$$

где

$$b = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x}) * (y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}, \quad a = \bar{y} - b\bar{x},$$

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N}, \quad \bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^N y_i}{N}.$$

После чего находят величину практического пробега электронов  $R_p$ .

$$R_p = -a/b. \quad (2.7)$$

Кроме того, для полноты сравнения, рассмотрены еще две модели обработки результатов измерений:

3. Метод аппроксимации полиномом третьей степени (АПТ). Результаты фотометрирования дозиметрической пленки аппроксимируют полиномом третьей степени.

$$f(x) = a + bx + cx^2 + dx^3, \quad (2.8)$$

Как и в [3], решая уравнение  $f''(x) = 0$ , находят координату точки перегиба  $x = ipt$ :

$$ipt = -c/3d. \quad (2.9)$$

Используя (2.3), (2.5) и

$$m = b + 2c * ipt + 3d * ipt^2, \quad (2.10)$$

$$n = a + b * ipt + c * ipt^2 + d * ipt^3 - m * ipt, \quad (2.11)$$

определяют величину практического пробега электронов  $R_p$ .

4. Метод аппроксимации полиномом пятой степени (АПП).

$$f(x) = a + bx + cx^2 + dx^3 + ex^4 + gx^5. \quad (2.12)$$

Решение уравнения  $f''(x) = 0$ , проводится методом дихотомии. В случае если решение  $ipt$  единственное, то строится касательная к кривой в этой точке. Используя (2.3), (2.5) и

$$m = b + 2c * ipt + 3d * ipt^2 + 4e * ipt^3 + 5g * ipt^4, \quad (2.13)$$

$$n = a + b * ipt + c * ipt^2 + d * ipt^3 + e * ipt^4 + g * ipt^5 - m * ipt, \quad (2.14)$$

определяют величину  $R_p$ .

### 3. Оценка погрешностей методов определения энергии электронов по результатам дозиметрии

Обработка результатов измерений глубинной зависимости дозы электронного

излучения в дозиметрическом устройстве любым из выше описанных методов носит приближенный характер. На каждом этапе проведения вычислительного эксперимента возникают погрешности [4-7]:

1. Трансформированные погрешности (погрешность искажения) – это погрешности, возникающие за счет погрешности измерений дозы электронного излучения.
2. Неустраняемые по отношению к вычислительному методу погрешности физической и математической моделей. Появление неустраняемой погрешности обусловлено тем, что полиномиальные аппроксимации вычислительных методов являются лишь приближенным описанием реальных зависимостей.

Достоверная информация о значении погрешности метода позволяет выбрать оптимальный метод для определения энергии по результатам дозиметрии. В соответствии с теорией погрешностей [4,6,7], выбран следующий набор мер точности (метрик):

1. Мера адекватности математической модели метода обработки. После применения метода к данным, полученные результаты проверяются на корректность. Например, принадлежность найденной координаты точки перегиба области обработки данных, рассчитанный практический пробег не должен превышать значение физически возможного и т.п.
2. Значение систематической ошибки. Вычислительный метод может выдавать смещенные результаты относительно точного значения величины, т.е. отклонение среднего значения рассчитываемой величины относительно значения, не содержащего погрешности.
3. Значение случайной ошибки. Значение среднеквадратичного отклонения позволяет определить ширину разброса значений энергий электронов в пучке при применении того или иного метода.
4. Смещение значения величины, полученного в результате применения метода, относительно истинного значения, рассчитанного по соотношениям, представленным в работах [8,9].
5. Значение неопределенности искомой величины зависящей от способа выборки данных из набора результатов измерений.

#### **4. Математическая модель процесса получения результатов измерений глубинного распределения дозы**

Для решения задачи оценки погрешностей методов определения энергии электронов в пучке предложено использовать компьютерное моделирование процесса [10-12] получения результатов измерений глубинного распределения дозы. Развита в работе [2] математическая модель процесса получения результатов измерений глубинного распределения дозы, которая лежит в основе компьютерного моделирования этого процесса, состоит в следующем:

1. Рассчитывается доза электронного излучения в наборе пространственных точек в стандартном дозиметрическом клине на базе полуэмпирической модели глубинного распределения дозы электронного излучения в полубесконечной среде с плоской границей раздела [8,9,13-16], обобщенную на случай пространственно-неоднородных потоков излучения;

2. Учитывается стохастичность реакции дозиметрической пленки на воздействие излучения за счет пространственной неоднородности пленки;
3. Учитывается сглаживания флуктуаций отклика дозиметрической пленки в процессе обработки и извлечения информации из пленки.

В этой работе рассмотренная математическая модель была модифицирована. Добавлен ряд возможностей, который позволяет адекватно описывать процесс измерения глубинного распределения дозы:

1. Имитация процесса получения результатов измерений одним из трех дозиметрических устройств: стеклом дозиметрических пленок, разделенных слоями какого-либо материала, полоска дозиметрической пленки и набор дозиметрических пленок в дозиметрическом клине;
2. Моделирование дозы спектрального (треугольного и экспоненциального распределений) электронного излучения в наборе пространственных точек в дозиметрическом устройстве;
3. При учете стохастичности реакции дозиметрической пленки на воздействие излучения за счет пространственной неоднородности пленки (преобразование значения дозы  $D_i \rightarrow D_i^*$ ) возможен выбор формы представления самой ошибки: абсолютная (4.1) либо относительная (4.2)

$$D_i^* = D_i + \sigma \zeta_i \quad (4.1)$$

$$D_i^* = D_i * (1 + \sigma \zeta_i) \quad (4.2)$$

где  $\sigma$  – статистическая ошибка при считывании значения дозы на пленке,  
 $\zeta_i$  – случайная величина, распределенная по нормальному закону.

4. Предложено две модели учета систематической (первоначального смещения) и случайной ошибок при фотометрировании полоски дозиметрической пленки (преобразование значения глубины дозы  $x_i \rightarrow x_i^*$ ): с накоплением ошибки (4.3) и без нее (4.4)

$$x_i = x_0 + \Delta x * i, \quad x_i^* = x_i + \Delta x_0 + \tau \zeta_i \quad (4.3)$$

$$x_0^* = x_0 + \Delta x_0 + \tau \zeta_0, \quad x_{i+1}^* = x_i^* + \Delta x + \tau \zeta_i, \quad (4.4)$$

где  $\tau$  – статистическая ошибка при считывании координаты точки на пленке,

$\Delta x$  – шаг выдачи результатов фотометрирования,  $\Delta x = x_{i+1} - x_i$ ,

$\Delta x_0$  – систематическая ошибка при считывании координаты точки на пленке,

$x_0$  – начальная координата по глубине дозы.

## 5. Сравнительный анализ методик контроля энергии электронного пучка

В соответствии с развитой математической моделью разработан алгоритм компьютерного моделирования процесса получения результатов измерений глубинного распределения дозы и реализован в виде независимого модуля программного обеспечения StPolinom, разработанного для проведения сравнительного анализа широко применяемых методов обработки (см. пункт 2).

Архитектурно программное обеспечение StPolinom сконструировано таким образом, что позволяет рассчитывать предложенные метрики для оценки погрешностей методов (см. пункт 3).

Для сравнения методов обработки глубинного распределения дозы электронного излучения в алюминиевом клине были выбраны типичные характеристики модельных параметров. При этом в программном обеспечении StPolinom для проведения статистического эксперимента задана выборка в 100000. Полученные значения метрик исследуемых методов сведены в таблицу 1 и представлены в безразмерных единицах. Гистограммы распределения искомой величины  $R_p$  приведены на рисунке 1.

Таблица 1. Результаты сравнения методов обработки при выборке 100000.

Метрики	Методы обработки результатов измерений			
	Метод GEX	Метод АПТ	Метод Т.Лисанти	Метод АПП
1. Мера адекватности модели (W)	0.0001	0.09	0.1	0.8
2. Систематическая ошибка	< 0.001	< 0.001	0.02	0.02
3. Случайная ошибка ( $\delta$ )	$1.12 \cdot 10^{-2}$	$2.87 \cdot 10^{-2}$	$2.14 \cdot 10^{-2}$	$2.8 \cdot 10^{-2}$
4. Смещение результата относительно аналитически рассчитанного значения ( $\Delta R_p$ )	0.27	0.19	0.19	0.15

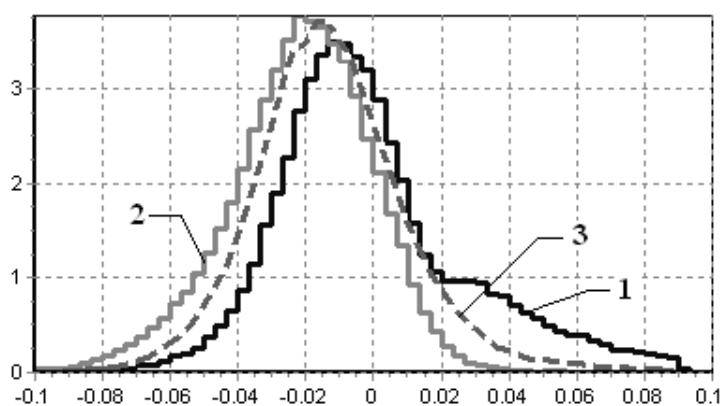


Рис. 1. Распределения величины  $R_p$ .

Гистограмма 1- по методу АПТ; гистограмма 2- по методу Т. Лисанти; кривая 3- по комбинированной схеме.

Как видно из рис. 1, метод АПТ (гистограмма - 1) имеет смещение максимального значения распределения относительно точного значения, т.е. значения, не содержащего погрешностей. Наблюдается некоторая вытянутость распределения в область больших значений, за счет которого компенсируется смещение точки максимального значения. Об этом свидетельствует тот факт, что систематическая ошибка этого метода мала. Отметим, что математическая модель метода не может корректно аппроксимировать результаты измерений

глубинного распределения дозы в 9% случаев (см. Табл. 1). Применение этого метода приводит к появлению, как случайной ошибки, так и статистическому смещению значения искомой величины.

На рисунке 1 (гистограмма - 2) показана гистограмма распределения  $R_p$ , полученного методом Т. Лисанти. Из рисунка видно сильное смещение максимального значения распределения относительно точного значения. Как и в методе АПТ наблюдается асимметрия распределения, вытянутость в область меньших значений. Математическая модель процесса обработки результатов дозиметрии метода Т. Лисанти в 10% случаев неадекватна физической модели. Значение неопределенности искомой величины, зависящей от выбора области обработки результатов измерений, мало. Из таблицы 1 видно, что случайная ошибка метода мала, однако наблюдается статистическое смещение значения искомой величины.

В StPolinom использована комбинированная вычислительная схема определения значения  $R_p$  и наиболее вероятной энергии электронов в пучке. Эта схема состоит в следующем: по методу АПТ находится  $R_{p\_cube}$ . С помощью метода Т. Лисанти (см. пункт 2) определяется  $R_{p\_L}$ . Среднее значение этих двух величин  $R_p$  считается результатом вычисления. В случае отказа одного из методов, результатом вычислений является значение, полученное другим методом. Распределение практического пробега, полученное с использованием комбинированной вычислительной схемы, представлена на рисунке 1 (кривая - 3). С помощью этого метода удалось минимизировать недостатки традиционных методов:  $W = 0,01$ ,  $\delta = 1,9 * 10^{-2}$ , систематическая ошибка  $R_p < 0,001$ ,  $\Delta R_p = 0,19$ , слабое смещение максимума распределения относительно точного значения величины.

## 6. Заключение

Предложен подход к решению задачи оценки погрешностей методов определения энергии электронов в пучке. Выбран набор метрик для проведения сравнения традиционных методов определения энергии электронов по результатам дозиметрии.

Модифицирована математическая модель процесса измерений глубинной зависимости дозы электронного излучения, проведенных с использованием различных дозиметрических устройств. Разработан алгоритм моделирования процесса измерения дозы электронного излучения и реализовано программное обеспечение StPolinom в соответствии с развитой математической моделью.

Впервые проведен сравнительный анализ стандартных используемых методик контроля энергии электронного пучка на базе компьютерного эксперимента. Выявлены систематические и случайные составляющие погрешности методов обработки. На основе результатов анализа предложена комбинированная вычислительная схема, обеспечивающая меньшие значения неопределенностей результатов расчета энергии электронов, чем стандартные методики.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Standard practice for dosimetry in an electron beam facility for radiation processing at energies between 300 keV and 25 MeV. ASTM Standards. Designation: E 1649-94.
2. Верещака В.В., Лазурик В.Т., Починок А.В. Компьютерное моделирование процесса определения энергии электронного пучка // Вестник ХНТУ. – 2009. - №2(35). – С. 136 – 140.
3. Lisanti Thomas F. Calculating electron range values mathematically // Radiation Physics and Chemistry, Vol. 71. – 2004. – P. 581-584.
4. Bevington P.R. Data reduction and error analysis for the physical sciences // Case Western Reserve University. – 1989. – P. 336.
5. Кендалл М., Стюарт А. Статистические выводы и связи // М.: Наука, главная редакция физ.-мат. литературы. – 1973. – С. 900.
6. Михлин С. Г. Некоторые вопросы теории погрешностей // Л.: Издательство ЛГУ. – 1988. – С. 334.
7. Агемян Т.А. Основы теории ошибок для астрономов и физиков // М.: Наука, главная редакция физ.-мат. литературы. – 1972. – С. 172.
8. Tabata T., Andreo P. and Shinoda K. An algorithm for depth-dose curves of electrons fitted to Monte Carlo data // Radiation Physics and Chemistry. – 1998. – Vol. 53. – P. 205-215.
9. Tabata T., Lazurik V.T., Lazurik V.M. EMID: Electron Material Interaction Database // Bulletin IRPS. – 2000. – Vol. 14, Nos. 2/3. – P. 6.
10. А.Д. Мышкис Элементы теории математических моделей // М.: КомКнига. – 2007. – С. 192.
11. Самарский А.А., Михайлов А.П. Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры. // М.: Физматлит. – 2001. – С. 320.
12. Советов Б.Я., Яковлев С.А. Моделирование систем: Учеб. для вузов // М.: Высш. шк. – 2001. – С. 343.
13. Lazurik V.T., Lazurik V.M., Popov G.F., Rogov Yu.V. Modeling of processes of an irradiation for industrial technologies // Вісник Харківського національного університету. – 2003. – № 605, серія Мат. модел. Інформ. технології. Автоматизовані системи управління, вип. 2. – С. 72-89
14. Lazurik V.T., Lazurik V.M., Popov G.F., Rogov Yu.V. Simulation methods for quality control of radiation technologies // Proceed. of the Coordination Meeting of the TC RER/8/10 project. "Status and prospects of radiation processing in Europe". Warsaw, Poland. – 2005. – P.141-157.
15. Kaluska I., Lazurik V.T., Lazurik V.M., Popov G.F., Rogov Yu.V., Zimek Z. The features of electron dose distributions in circular objects: Comparison of Monte Carlo simulation predictions with dosimetry // Radiation Physics and Chemistry. – 2007. – Vol. 76, No. 11. – P. 1815-1819.
16. Lazurik V.T., Pismenesky S.A., Popov G.F., Rudychev D.V., Rudychev V.G. An increase of utilization efficiency of X-ray beam // Radiation Physics and Chemistry. – 2007. – Vol. 76, No. 11. – P. 1787-1791.

---

Надійшла у першій редакції 31.03.2010, в останній - 05.04.2010.

© А. В. Починок, 2010