УДК 517.96.43

Метод СИУ в моделировании напряженно-деформированного состояния системы покрытие-матрица с участками частичного отслоения области

А. В. Усов, А. А. Батырев

Одесский национальный политехнический университет, Украина

В статье методом интегральных и сингулярных интегральных уравнений ставится и решается задача о напряженно-деформированном состоянии цилиндрического тела - системы покрытие-матрица по границе, в которой имеются участки частичного отслоения покрытия от матрицы. Строится расчетная схема по определению напряженно-деформированного состояния системы покрытие-матрица. Производимые расчёты позволяют анализировать кинетику разрушения неоднородных материалов в данной задаче.

Ключевые слова: *конструкционные материалы, напряженно-деформированное состояние упругих тел, интегральные сингулярные уравнения, расчетная схема.*

У статті методом інтегральних та сингулярних інтегральних рівнянь ставиться і вирішується задача про напружено-деформований стан циліндричного тіла - системи покриття-матриця по межі якої мають місце ділянки часткового відшарування покриття від матриці. Будується розрахункова схема за визначенням напружено-деформованого стану системи покриття-матриця. розрахунки, що здійснюються, дозволяють аналізувати кінетику руйнування неоднорідних матеріалів у даній задачі.

Ключові слова: *конструкційні матеріали, напружено-деформований стан пружних тіл, інтегральні рівняння сингулярні, розрахункова схема.*

In this paper the problem of the stress-strain state of cylindrical body, which is coating system matrix, along the border where there are areas of partial delamination of the coating matrix, was formulated and solved by the method of integral and singular integral equations. The design scheme for the determination of the stress-strain state of the system coating-matrix was constructed. Produced calculations allow us to analyze the kinetics of fracture of heterogeneous materials in this problem.

Keywords: *construction materials, the stress-strain state of elastic bodies, singular integral equations, the calculation scheme.*

1. Актуальность темы

В реальных конструкционных материалах всегда содержится значительное количество различного типа дефектов (остроугольных включений трещин и т.п.), которые, взаимодействуя между собой под действием внешних силовых факторов и среды, приводят к "локальному" или полному разрушению изделий. Изучение же вопросов прочности современных материалов, реагирующих со средой, с позиций линейной механики разрушения предполагает рассмотрение задачи вычисления таких информационных характеристик напряженно-деформированного состояния упругих тел возле имеющихся в них инородных дефектов, как коэффициенты интенсивности напряжений, угловое распределение напряжений, комплексные потенциальные функции и т. п.[1].

Эффективным общим подходом при решении задач механики разрушения о взаимовлиянии трещин - разрезов в упругих областях оказался метод интегральных и сингулярных интегральных уравнений [2,3]. Преимущество и эффективность использования этого метода подтверждается решением широкого класса плоских задач теории упругости для трещин. Сингулярные интегральные уравнения характеризуют напряженно – деформированное состояние упругой среды в окрестности произвольно ориентированных линейных жестких включений конечной толщины и трещин. Как пример, построим и решим задачу о напряженно-деформированном состоянии цилиндрического тела - системы покрытие-матрица по границе которой имеют место участки частичного отслоения покрытия от матрицы.

2. Постановка задачи

Расчетная схема по определению напряженно-деформированного состояния системы покрытие-матрица следующая (см. рис.1).

Обозначим через $U_z^{(i)}, U_r^{(i)}, U_\varphi^{(i)}$ - перемещения точек системы покрытие-матрица (П-М) в направлении соответствующих координат цилиндрической системы (z, r, φ). Так как под действием технологических напряжений сцепления τ_{rz} в системе (П-М) отличными от нуля будут перемещения $U_z(r,\varphi)$, то уравнения Ламэ запишутся в виде $[2,3]$:

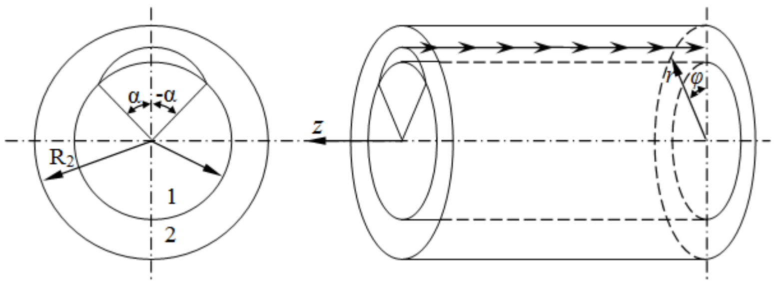

Рис. 1. Пояснение к расчетной схеме.

$$\mu^{(i)}\nabla^2 U_z^{(i)} = \mu^{(i)}\left(\frac{\partial^2 U_z^{(i)}}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\cdot\frac{\partial U_z^{(i)}}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\cdot\frac{\partial^2 U_z^{(i)}}{\partial \varphi^2}\right) = 0, \qquad (1)$$

или $U_z(r,\varphi) = W(r,\varphi),\ 0 \le r \le R_z,\ -\pi \le \varphi \le \pi,$ уравнение (1) примет вид:

$$\Delta W(r,\varphi) = \frac{\partial^2 W}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\cdot\frac{\partial W}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\cdot\frac{\partial^2 W}{\partial \varphi^2} = 0\,. \qquad (2)$$

Граничные условия:

$$\tau_{rz}\big|_{z=R_2} = 0 \qquad (3)$$

$$\tau_{rz}(R_1 - 0,\varphi) = \tau_{rz}(R_1 + 0,\varphi) = -\tau_{сц},\ |\varphi| \le \alpha\,. \qquad (4)$$

Условия на дефекте:

$$W(R_1 - 0,\varphi) - W(R_1 + 0,\varphi) = \begin{cases} X(\varphi), -\alpha \le \varphi \le \alpha \\ 0, |\varphi| \succ \alpha \end{cases} \qquad (5)$$

Условие неразрывности касательных напряжений на границе матрица-покрытие:

$$\tau_{rz}(R_1-0,\varphi)=G_1\left.\frac{\partial W}{\partial r}\right|_{r=R_1-0};\tau_{rz}(R_1+0,\varphi)=G_2\left.\frac{\partial W}{\partial r}\right|_{r=R_1+0}$$

$$\tau_{rz}(R_1-0,\varphi)-\tau_{rz}(R_1+0,\varphi)=G_1\left.\frac{\partial W}{\partial r}\right|_{r=R_1-0}-G_2\left.\frac{\partial W}{\partial r}\right|_{r=R_1+0}=$$

$$=G_1<W'(R_1,\varphi)>-(G_2-G_1)\left.\frac{\partial W}{\partial r}\right|_{R_1}=0\,.$$

Из последнего выражения получим:

$$<W'(R_{1,}\varphi)>=hW'(R_1+0,\varphi),\quad h=\frac{G_2-G_1}{G_1}\,. \tag{6}$$

Уравнения $(1)-(6)$ составляют антиплоскую задачу для системы ПМ с учетом дефекта типа отслоения, которое возникает из-за технологии его нанесения.

3. Решение поставленной задачи.

Для решения задачи (1)-(6) воспользуемся конечным преобразованием Фурье по переменной φ, определяемое формулами:

$$\begin{gathered}W_n(r)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}e^{-in\varphi}W(r,\varphi)d\varphi,\quad W_n(r,\varphi)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}e^{-in\varphi}W_n(r),\\ \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}e^{-in\varphi}W^k(r,\varphi)d\varphi=W_n(r)\end{gathered} \tag{7}$$

Получим одномерную разрывную краевую задачу:

$$L_2\left[W_n(r)\right]=rW_n''(r)+W_n'(r)-\frac{n^2}{r}W_n(r)=0\,, \tag{8}$$

с краевыми условиями:

$$W_n(0)=A<\infty,\quad W_n'(R^2)=0, \tag{9}$$

и условиями на дефекте:

$$\begin{gathered}W_n(R_1-0)-W_n(R_1+0)<W_n(R_1)>=\chi_n,\\ \chi_n=\frac{1}{2\pi}\int_{-\alpha}^{\alpha}\chi(\psi)e^{-in\psi}d\psi.\end{gathered} \tag{10}$$

И условиями неразрывности касательных напряжений при переходе через границу системы волокно-покрытие:

$$<W_n'(R_1)>=hW_n'(R_1+0)\,. \tag{11}$$

Для построения решения разрывной краевой задачи (7)-(11), введем в рассмотрение базисную систему решений ДУ, которая представляет собой дифференциальное уравнение Эйлера и решение которого имеет вид:

$$W_n(r)=c_1y_1+c_2y_2=c_1r^n+c_2r^{-n}\,.$$

Решение разрывной задачи можно получить в виде:

$$W_n(r) = \int_0^{R_2} G(r,\rho) f(\rho) d\rho + \sum_{j=0}^{1} r_j W_{n,j}(r), \qquad (12)$$

Если построить функцию Грина $G(r,\rho)$. Причем сама функция Грина от $f(\rho)$ не зависит (в нашем случае $f(\rho)=0$). Учитывая самосопряженность оператора L_2, функция Грина должна быть симметричной, т.е. $G(r,\rho)=G(\rho,r)$. Это свойство упрощает построение функции Грина. Структурно она должна иметь вид [2]

$$G(r,\rho) = \begin{cases} c_0 y_1(r) y_2(\rho), & r \le \rho; \\ c_0 y_1(\rho) y_2(r), & \rho \le r. \end{cases}$$

Для нашего случая $G(r,\rho)$ можно записать в виде:

$$G(r,\rho) = \begin{cases} c_0 r^n (\rho^n + R_2^{2n} \rho^{-n}), r \le \rho; \\ c_0 \rho^n (r^n + R_2^{2n} r^{-n}), \rho \le r. \end{cases}$$

Для фиксации постоянной C_0 удовлетворим условию разрывности $G'(r,\rho)\big|_{r=\rho}$:

$$\left.\frac{\partial G(r,\rho)}{\partial r}\right|_{r=\rho+0} - \left.\frac{\partial G(r,\rho)}{\partial r}\right|_{r=\rho-0} = \frac{1}{\rho}, \quad C_0 = \frac{1}{2nR_2^{2n}}.$$

Таким образом, искомая функция Грина для нашей задачи должна иметь вид:

$$G(r,\rho) = \begin{cases} \frac{1}{2nR_2^{2n}} r^n (\rho^n + R_2^{2n} \rho^{-n}), r \le \rho; \\ \frac{1}{2nR_2^{2n}} \rho^n (r^n + R_2^{2n} r^{-n}), \rho \le r. \end{cases}$$

Воспользуемся полученным выражением функции Грина для построения разрывного решения задачи (8)-(11). Потребуем, чтобы $G(r,\rho)$ удовлетворяла соотношениям (4)-(7). Тогда решение разрывной задачи можно записать в виде:

$$W_n(r) = \int_0^{R_2} G(r,\rho) f(\rho) d\rho + R_1 \left[hW_n'(R_1+0) G(r,R_1) - \chi_n G^{0.1}(r,R_1) \right]$$

После соответствующих преобразований последнее выражение запишется в виде:

$$W_n(r) = R_1 \left[hW_n'(R_1+0) \frac{1}{2nR_2^{2n}} \begin{Bmatrix} r^n (R_1^n + R_2^{2n} R_1^{-n}), r \le R_1; \\ R_1^n (r^n + R_2^{2n} r^{-n}), R_1 \le r. \end{Bmatrix} - \chi_n \begin{Bmatrix} \frac{r^n}{2R_2^{2n}} (R_1^{n-1} + R_2^{2n} R_1^{-n-1}), r \le R_1; \\ \frac{R_1^{n-1}}{2R_2^{2n}} (r^n + R_2^{2n} r^{-n}), \rho \le R_1. \end{Bmatrix} \right] \qquad (13)$$

Проверка выполнений условий (10)-(11) может подтвердить правильность построенного решения $W_n'(r)$ по переменной $r = R_1 + 0$:

$$W_n'(R_1+0) = \frac{n(1-\gamma^{2n})}{2R_1 \left[1 + h/2(1-\gamma^{2n}) \right]} \chi_n, \quad \gamma^{2n} = (\frac{R_1}{R_2})^{2n}. \qquad (14)$$

С учетом формулы (14) для $W_n'(R_1+0)$ и соответствующих преобразований искомые перемещения в трансформантах $W_n(r)$ запишутся в виде:

$$W_n(r)=\frac{\chi_n}{h(\gamma^{2n}-1)-2}\begin{bmatrix}\left(\dfrac{r}{R_1}\right)^n\left(\gamma^{2n}-1\right)(h+1), & r\le R_1\\ \left(\dfrac{R_1}{r}\right)^n\left[\left(\dfrac{r}{R_2}\right)^{2n}+1\right], & r>R_1\end{bmatrix} \tag{15}$$

В силу того, что $W(r,\varphi)$ и $\chi(\varphi)$ - являются нечетными функциями по φ, перейдем к конечным sin-преобразованиям Фурье [3,4.5] для этих функций:

$$\begin{gathered}W_n(r)=\frac{i}{\pi}W_n^s(r);\;\; W_n^s(r)=\int_0^{\pi}W(r,\varphi)\sin n\varphi d\varphi;\\ \chi_n=\frac{i}{\pi}\chi_n^s;\;\; \chi_n^s=\int_0^{\pi}\chi(\psi)\sin n\psi d\psi.\end{gathered} \tag{16}$$

Пользуясь обратным sin-преобразованием Фурье находим оригинал искомых перемещений:

$$W_n(r,\varphi)\frac{i}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\sin n\varphi W_n^s=$$

$$\frac{i^2}{\pi^2}\int_0^a\chi(\psi)\left[\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin n\varphi\sin n\psi}{h(\gamma^{2n}-1)-2}\begin{Bmatrix}(\dfrac{r}{R_1})^n(\gamma^{2n}-1)(\chi+1), r\le R_1\\ (\dfrac{R_1}{r})^n\left[(\dfrac{r}{R_2})^{2n}+1\right], r>R_1\end{Bmatrix}\right]d\psi$$

Реализуя формулу $\sin n\varphi\sin n\psi=\frac{1}{2}\left[\cos n(\varphi-\psi)-\cos(\varphi+\psi)\right]$ и то, что $i^2=-1$ выражение для $W(r,\varphi)$ можно привести к виду:

$$W_n(r,\varphi)=\frac{1}{2\pi^2}\int_0^a\chi(\psi)\begin{bmatrix}\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\cos n(\varphi-\psi)-\cos n(\varphi+\psi)}{2+h(1-\gamma^{2n})}\times\\ \times\begin{Bmatrix}(\dfrac{r}{R_1})^n(\gamma^{2n}-1)(\chi+1), r\le R_1\\ (\dfrac{R_1}{r})^n\left[(\dfrac{r}{R_2})^{2n}+1\right], r>R_1\end{Bmatrix}\end{bmatrix}d\psi \tag{17}$$

Из невыполненных ГУ осталось условие (4) – характеризующее сцепление покрытия с волокном. Удовлетворим этим условиям:

$$\tau_{rz}(R_1-0,\varphi)=G_1\left.\frac{\partial W(r,\varphi)}{\partial r}\right|_{r=R_1-0}=\frac{(h+1)G_1}{2\pi^2}\times$$

$$\times\int_0^a \chi(\psi)\left[\frac{\cos n(\varphi-\psi)-\cos n(\varphi+\psi)}{2+h(1-\gamma^{2n})}\times n(\gamma^{2n}-1)\right]d\psi=-\tau_{сц} \qquad (19)$$

В последнем выражении выделим главную и регулярные части для определения неизвестной функции $\chi(\varphi)$. Для этого введем в рассмотрение выражение:

$$\frac{d^2}{d\varphi^2}\left\{\frac{(h+1)G_1}{2\pi^2(2+h)}\int_0^a \chi(\psi)\left[\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\cos(\varphi-\psi)}{n}-\frac{\cos(\varphi+\psi)}{n}+\frac{(A+1)\gamma^{2n}}{(1+A\gamma^{2n})n}(\cos n(\varphi+\psi)-\cos n(\varphi-\psi))\right]d\psi\right\},$$

$$A=\frac{G_2-G_1}{G_2-3G_1} \qquad (20)$$

В выражении (20): $\sum\limits_0^a\frac{\cos n(\varphi-\psi)}{n}=\frac{1}{2}\ln\frac{1}{2(1-\cos(\varphi-\psi))}$ носит сингулярный характер. Оставшаяся часть является правильной. Обозначим через $R(\varphi,\psi)$ - регулярную часть (20):

$$R(\varphi,\psi)=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(A+1)\gamma^{2n}}{(1+A\gamma^{2n})n}(\cos n(\varphi+\psi)-\cos n(\varphi-\psi)+\ln\sin\left|\frac{\varphi+\psi}{2}\right|) \qquad (21)$$

В принятых обозначениях приходим к интегро-дифференциальному сингулярному уравнению относительно искомой функции $\chi(\varphi)$:

$$\frac{d^2}{d\varphi^2}\left\{\frac{(\chi+1)G_1}{2\pi^2(1+\chi)}\int_0^a \chi(\psi)\left[\frac{1}{2}\ln\frac{1}{2\left[1-\cos(\varphi-\psi)\right]}+R(\varphi,\psi)\right]d\psi\right\}=-\tau_{сц} \qquad (22)$$

Обозначив через $f=-\dfrac{2\tau_{сц}\pi^2(h+2)}{G_1(h+1)}$ - и преобразовав сингулярную часть интегро-дифференциального уравнения (22) к виду $\ln\dfrac{1}{|\varphi-\psi|}$, получаем:

$$\frac{d^2}{d\varphi^2}\int_0^a \chi(\psi)\left[\ln\frac{1}{|\varphi-\psi|}+R(\varphi,\psi)\right]d\psi=f$$

Преобразуем пределы интегрирования $[-\alpha,\alpha]$ к $[-1,1]$ заменой $\psi=\tau\alpha$. Тогда уравнение можно записать в виде:

$$\frac{\alpha d^2}{d\varphi^2}\int_{-1}^1 \chi(\alpha\tau)\left[\ln\frac{1}{|\varphi-\alpha\tau|}+R(\varphi,\alpha\tau)\right]d\tau=f \qquad (23)$$

Воспользуемся спектральным соотношением [2]:

$$\frac{d^2}{dx^2}\int_{-1}^1\ln\frac{1}{|x-y|}\sqrt{1-y^2}U_n(y)dy=-\pi(n+1)U_n(x)$$

Отсюда следует, что неизвестную функцию $\chi(\alpha\tau)$ следует искать в виде:

$$\chi(\alpha\tau)=\sum_{n=1}^{\infty}\sqrt{1-(\alpha\tau)^2}U_m(\alpha\tau)C_m \qquad (24)$$

где $U_m(\alpha\tau)$ многочлены Чебышева 2-го рода, C_m - неизвестные коэффициенты.

Подставляя (24) в (23) и используя свойство ортогональности многочленов Чебышева [2,6,7] приходим к бесконечной системе алгебраических уравнений относительно искомого решения:

$$N_n G_n \chi_n + \sum_{n=1}^{\infty} d_{nm}\chi_m = f_n \quad n,m = 1,\infty \tag{25}$$

В этой формуле:

$$\chi_n = \frac{1}{\ln 2\|U_n\|}; \qquad f_n = C_n B\alpha \int_{-1}^{1} U_n^2(\alpha\tau)(1-(\alpha\tau)^2)d\tau\,;$$

$$G_n = \frac{\alpha}{2\pi}\int_{-1}^{1} U_n^2(\alpha\tau)(1-(\alpha\tau)^2)d\tau\,; \qquad N = \|U_n\|^2.$$

Систему (25) решаем приближенно, используя метод редукции, то есть, заменяя (25) на конечную:

$$N_n G_n \chi_n + \sum_{m=0}^{N} d_{nm}\chi_m = f_n, \qquad n,m = 0,N \tag{26}$$

Здесь

$$d_{mn} = \alpha\int_{-1}^{1}\int_{-1}^{1}(1-(\alpha\tau)^2)U_n(\alpha\tau)R(\varphi,\alpha\tau)d\tau d\varphi \tag{27}$$

В рассматриваемой задаче практический интерес представляет коэффициент интенсивности напряжений (КИН) на краях отслоения при $\varphi = -\alpha - 0$ и при $\varphi = \alpha + 0$, т.е.

$$K^{-} \lim_{\varphi\to -\alpha-0}\sqrt{2\pi(-\alpha-\varphi)}\,\tau_{rz}(R_1,\varphi)\,; \tag{28}$$

$$K^{+} = \lim_{\varphi\to \alpha+0}\sqrt{2\pi(\varphi-\alpha)}\,\tau_{rz}(R_1,\varphi)\,. \tag{29}$$

Или с учетом замены $\varphi = \alpha\varphi'$ и симметрии эти соотношения примут вид: $K^{\mp} = \lim_{\varphi'\to\mp1\mp0}\sqrt{2\pi(\mp1\mp\varphi')}\tau_{rz}(R_1,\alpha\varphi')$, и при этом согласно (19) и (20):

$$\tau_{rz}(R_{1,}\alpha\varphi') = \frac{(h-1)G_1}{2\pi^2(2+h)\alpha}\frac{d^2}{d\varphi'^2}\int_{-1}^{1} X(\alpha\varphi')\left[\ln\frac{1}{|\varphi'-\psi'|} + R^*(\alpha\varphi',\alpha\psi')\right]d\psi' \tag{30}$$

Регулярная часть в силу своей непрерывности не внесет какого-либо вклада в трансформанту КИН и поэтому ее можно отбросить. В результате получим:

$$K^{\mp} = \lim_{\varphi'\to\mp1\mp0}\sqrt{2\pi\alpha(\mp1\mp\varphi')}A\frac{d^2}{d\varphi'^2}\int_{-1}^{1} X(\alpha\varphi')\ln\frac{1}{|\varphi'-\psi'|}d\psi',\, A = -\frac{(h+1)G_1}{2\pi^2\alpha(2+h)}. \tag{31}$$

Подставив сюда (30) получим:

$$K^{\mp} = \lim_{\varphi'\to\mp1\mp0}\sqrt{2\pi\alpha(\mp1\mp\varphi')}A\frac{d^2}{d\varphi'^2}\sum_{m=1}^{\infty} C_m\int_{-1}^{1}\sqrt{1-(\alpha\psi')^2}U_m(\alpha\psi')\ln\frac{1}{|\varphi'-\psi'|}d\psi'\,. \tag{32}$$

Выполнив предельный переход (32), и используя спектральное соотношение

(10.4 [2]), получим продолжение решения на интервал $|\varphi'| > 1$.

$$\frac{d^2}{d\varphi'^2}\int_{-1}^{1}\ln\frac{1}{|\varphi'-\psi'|}\sqrt{1-(\alpha\psi')^2}U_m(\alpha\psi')d\psi' = \frac{2^{m+2}(m+1)^2}{(\varphi'-1)^{m+2}m!}F\left(\frac{3}{2}+m, m+2; \frac{3}{2}; \frac{\varphi'+1}{\varphi'-1}\right) -$$

$$-\frac{2^{m+1}(m+1)}{(\varphi'-1)^{m+2}}\sqrt{\frac{1-\varphi'}{-\varphi'-1}F\left(\frac{3}{2}+m, m+1; \frac{1}{2}; \frac{\varphi'+1}{\varphi'-1}\right)}.$$

Здесь, $|\varphi'| > 1$, $F\left(\frac{3}{2}+m, m+1; \frac{1}{2}; \frac{\varphi'+1}{\varphi'-1}\right)$ - обобщенная гипергеометрическая функция $[2]$. Располагая этим соотношением легко подсчитать КИН $K^{\pm}$. Для этого воспользуемся формулами (28), (29), (30). Находим:

$$A^{-1}K^{\mp} = \sqrt{\frac{\pi\alpha}{2}}\sum_{m=1}^{\infty}(-1)^{m+1}\sqrt{m+1\psi_m}, \tag{33}$$

где:

$$\psi_m = 2^{m+1}(m+1)\left[\frac{m+1}{m!}F\left(\frac{3}{2}+m, m+2; \frac{3}{2}\right) - F\left(\frac{3}{2}+m, m+1; \frac{1}{2}\right)\right].$$

4. Анализ полученного решения

С увеличением расстояния *d* коэффициент *2α/d*, уменьшается и интенсивность напряжений может достигать больших значений не нарушая равновесного состояния. В случае когда имеют место система участков отслоений покрытия от матрицы (рис. 2) возможно изменение коэффициента интенсивности напряжений K_{111} из-за их взаимного влияния. С увеличением расстояния *d* коэффициент *2α/d*, уменьшается и интенсивность напряжений может достигать больших значений не нарушая равновесного состояния участков отслоения.

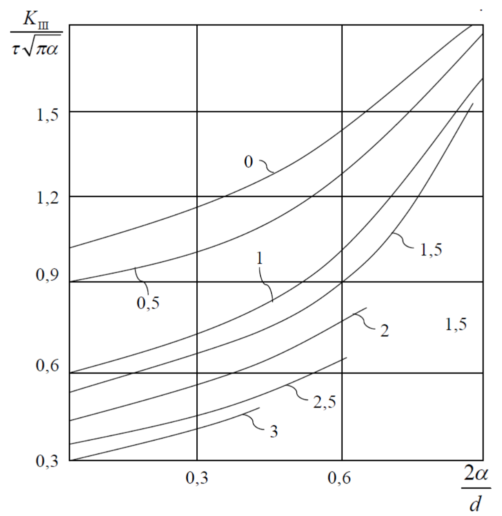

Рис. 2. Зависимость КИН от коэффициента 2α/d при продольном сдвиге.

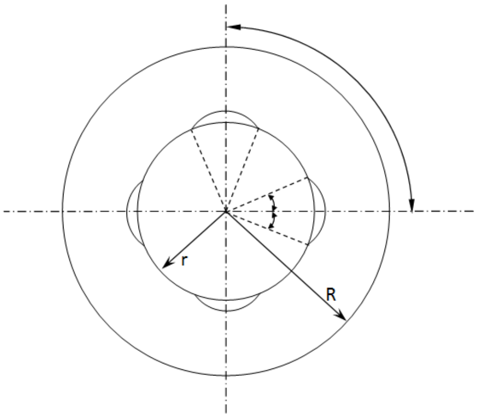

Рис.3.К расчетной схеме по исследованию взаимного влияния участков отслоения на интенсивность напряжений K_{III}

Анализ осевых σ_{zz}, кольцевых $\sigma_{\varphi\varphi}$ и радиальных σ_{rr} напряжений свидетельствует о том, что наибольшими по величине и растягивающими по характеру являются осевые напряжения. Поэтому их контроль позволит избежать ситуации, когда они смогут достичь своих предельных значений [5].

Сформулируем соответствующие требования к структуре материала заготовок, чтобы избежать трещинообразования на рабочих поверхностях изделий.

Несмотря на различные сферы приложения результатов, их объединяет идея детерминирования условия нарушения сплошности границ сопряжения фаз и увеличения их плотности как меры повреждения структуры, что позволяет анализировать кинетику разрушения неоднородных материалов.

5. Выводы

Подчеркнём прикладное значение работы. Сформулированные выше требования по материалу и его физико-механическим свойствам, в целом позволяют предполагать, что при их реализации удастся избежать потери ресурса долговечности изделий на этапе их изготовления. Эти предположения основаны на том, что выбор технологических параметров обработки изделий из условий приведенных соотношений позволит обеспечить высокое качество формообразующих зон.

С учётом этого, в дальнейшем целесообразно применять метод интегральных и сингулярных интегральных уравнений в аналогичных расчетных схемах по определению напряженно-деформированного состояния систем покрытия с участками частичного отслоения области.

ЛИТЕРАТУРА

1. Стащук Н.Г. Задачи механики упругих тел с трещиноподобными дефектами. Київ, Наукова думка, 1993г. – 358 с.
2. Попов Г. Я. Концентрация упругих напряжений возле штампов, разрезов, тонких включений и подкреплений. – М.: Наука, 1982. 344с.

3. Метод сингулярных интегральных уравнений в двумерных задачах дифракции / Панасюк В.В., Саврук М.П., Назарчук З.Т. – К.: Наук. думка, 1984. – 344 с.
4. Якимов А.В., Слободяник П.Т., Усов А.В. Теплофизика механической обработки. – К.: Лыбидь, 1991. – 240 с.
5. Усов А.В., Дубров А.Н., Дмитришин Д.В. Моделирование систем с распределенными параметрами. – Одесса: Астропринт, 2002.– 664 с.
6. Литвинчук Г.С. Краевые задачи и сингулярные интегральные уравнения со сдвигом. М.: Наука, 1977.– 448 с.
7. Джураев А.Д. Метод сингулярных интегральных уравнений. – М.: Наука. Гл. ред. физ. – мат. лит. – 1987. – 416с.

Надійшла у першій редакції 21.12.2009, в останній -09.04.2010.