УДК 539.3

Метод дискретных особенностей в задачах о вынужденных колебаниях цилиндрических оболочек, частично заполненных жидкостью

В. И. Гнитько, У. Е. Марченко, Е. А. Стрельникова
Институт проблем машиностроения им. А.Н. Подгорного НАН Украины

Цилиндрическая оболочка, частично заполненная жидкостью, представляет собой одну из наиболее распространенных моделей резервуаров для хранения нефти и других химически опасных веществ. Разрушение подобных резервуаров под действием сейсмических или ударных нагрузок может привести к негативным экологическим последствиям. В данной работе предложен метод расчета динамических характеристик цилиндрических оболочек с жидкостью, подверженных действию кратковременных импульсных нагрузок. Метод основан на сведении задачи об определении давления жидкости на оболочку к системе сингулярных интегральных уравнений. Связанная задача теории упругости решается с помощью сочетания методов конечных и граничных элементов. Дифференциальные уравнения нестационарной задачи решаются численно методом Рунге-Кутта 4-го и 5-го порядка.

Ключевые слова: *вынужденные колебания, гидроупругое взаимодействие, сейсмическое нагружение, методы граничных и конечных элементов.*

Циліндрична оболонка, частково заповнена рідиною, є однією з найбільш розповсюджених моделей резервуарів для сховища нафти та інших хімічних небезпечних речовин. Руйнування таких резервуарів під дією сейсмічних або ударних навантажень може призвести до негативних з точки зору екології наслідків. В даній роботі запропоновано метод розрахунку динамічних характеристик циліндричних оболонок з рідиною, що піддані дії короткочасних імпульсних навантажень. Метод засновано на зведенні задачі визначення тиску рідини на оболонку до системи сингулярних інтегральних рівнянь. Зв’язана задача теорії пружності розв’язується за допомогою сполучення методів скінченних та граничних елементів. Диференціальні рівняння нестаціонарної задачі розв’язані чисельно методом Рунне-Кута 4 –го та 5-го порядку.

Ключові слова: *вимушені коливання, гідропружня взаємодія, сейсмічне навантаження, методи граничних та скінченних елементів.*

Cylindrical tanks partially filled with the liquid are the most general type of reservoirs for oil and other chemical-dangerous agent storage. Destruction of such tanks under seismic or impulsive load can lead to the negative ecological consequences. Analysis method of dynamic behavior of cylindrical tanks partially filled with the liquid that are under short-time impulsive load is under consideration. Method relies on reducing problem of determining the fluid pressure on the shell walls to the system of singular integral equations. The coupled problem is solved using combination of boundary and finite element methods. Differential equations of transient problem are solved numerically by Runge-Kutta method 4th and 5th orders.

Key words: *forced vibrations, hydro-elastic interaction, seismic loading, finite and boundary element methods.*

1. Введение

Оценка сейсмического воздействия при проектировании резервуаров для хранения различных жидкостей – сложная инженерная проблема, которой посвящено большое количество публикаций [1-7]. Резервуары для хранения

© Гнитько В. И., Марченко У. Е., Стрельникова Е. А., 2011

жидкости широко используются в городском хозяйстве и промышленности. Наземные цилиндрические резервуары применяются для хранения разнообразных жидкостей: воды для питья и пожаротушения, сырой нефти, вина, сжиженного газа, и т.д. Повреждение резервуаров в результате землетрясений может привести к потерям ценного содержимого, пожарам, человеческим жертвам, вызвать экологическую катастрофу. Потеря несущей способности стальных резервуаров при землетрясениях проявляется в различных формах. Большие осевые сжимающие усилия могут вызвать деформирование стенки в виде "стопы слона". Плескание жидкости около свободной поверхности может повредить либо сорвать крышку и верхнюю оболочку резервуара. Большие напряжения вблизи закрепленного основания могут разорвать стенку резервуара. Сдвиг основания может привести к скольжению и опрокидыванию резервуара.

Нагрузки, испытываемые резервуарами во время землетрясения, зависят от свойств материала и конструкции резервуара, жидкости, хранящейся в нем, и грунта. Для характеристики динамического поведения резервуаров, частично заполненных жидкостью, необходимо рассмотреть два вида взаимодействий. Первое – взаимодействие между оболочкой и жидкостью, хранящейся в резервуаре. Второе – взаимодействие между оболочкой и грунтом.

В настоящее время для сейсмического анализа и проектирования резервуаров, как правило, используются методы, основанные на многокомпонентной пружинно-массовой аналогии Хауснера. Этот подход позволяет рассмотреть сложное динамическое поведение резервуара и его содержимого в упрощенной форме. Собственные формы подразделяются на импульсную форму с периодом колебаний приблизительно 0.5 секунд и менее, и набор конвективных (вызванных плесканием) форм с более продолжительными периодами, до нескольких секунд. Для большинства резервуаров импульсная форма колебаний является преобладающей при определении нагрузки на стенку резервуара. Первая конвективная форма колебаний в исследованиях обычно считается намного менее существенной, чем импульсная. Поэтому многие авторы не рассматривают конвективные формы более высокого порядка.

Динамический анализ оболочечных конструкций часто выполняется при помощи конечно-элементных программ. Но трехмерный нелинейный анализ с учетом взаимодействия жидкости и грунта является сложной и чрезвычайно трудоёмкой задачей. Поэтому для проведения исследования прочности и устойчивости резервуаров при импульсных и сейсмических нагрузках принимаются упрощенные гипотезы. Предполагается, например, что жидкость состоит из двух частей: движущейся вместе с емкостью как жесткое целое и части, движущейся со своей собственной частотой. Определение границ этих частей жидкости производится эмпирически. Не учитывается также упругость стенок резервуара. Отсутствуют работы, в которых бы учитывалась геометрическая нелинейность материала и нелинейный характер поведения жидкости. Даже в стандарте EUROCODE 8 [8] принимается аналогичная упрощенная схема расчета сейсмического отклика.

В [9,10] предложен подход, основанный на использовании метода граничных элементов, для решения задачи о собственных колебаниях упругих оболочек вращения, заполненных жидкостью, и для решения задачи о собственных колебаниях жидкости в жестких резервуарах. Этот подход имеет определенные преимущества. В разрешающих уравнениях функции и их производные определяются только на границах области, что позволяет существенно уменьшать размерность систем уравнений. Этот метод дает также качественно новые возможности в моделировании связанной динамической задачи, именно он и будет применен в данном исследовании.

2. Постановка задачи

Рассматривается связанная динамическая задача для оболочки вращения, частично заполненной жидкостью, подверженной кратковременному импульсному нагружению.

Предположим, что жидкость идеальная, несжимаемая, а ее течение (индуцированное движением тела) является безвихревым. Обозначив компоненты скорости через V_x, V_y, V_z, условие несжимаемости сплошной среды получим из следующего равенства:

$$divV = \frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial z} = 0 \tag{1}$$

Поскольку поток безвихревой, то существует потенциал скоростей ϕ

$$V_x = \frac{\partial \phi}{\partial x}, \quad V_y = \frac{\partial \phi}{\partial y}, \quad V_z = \frac{\partial \phi}{\partial z},$$

удовлетворяющий вследствие (1) гармоническому уравнению

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0.$$

Матричное уравнение движения оболочки, частично заполненной жидкостью, запишем в виде

$$\boldsymbol{LU} + \boldsymbol{M}\ddot{\boldsymbol{U}} = P_l + Q \tag{2}$$

где $\boldsymbol{L}$, $\boldsymbol{M}$ – матрицы жесткости и масс; $\boldsymbol{U} = (u_1,\ u_2,\ u_3)$ – вектор-функция перемещений; $Q(t)$ – вектор внешней нагрузки, $P(t)$ – гидродинамическое давление жидкости. Давление жидкости находим из интеграла Коши–Лагранжа, который в линейном приближении имеет вид

$$\frac{P}{\rho_l} = -\frac{\partial \phi}{\partial t} - gz + \frac{P_0}{\rho_l}, \tag{3}$$

где ϕ – потенциал скоростей; ρ_l – плотность жидкости; z – координата точки жидкости, отсчитываемая в вертикальном направлении, g – ускорение свободного падения.

Обозначим смоченную поверхность оболочки через S_1, а свободную поверхность - S_0. Пусть декартова система координат $0xyz$ связана с оболочкой, свободная поверхность жидкости S_0 совпадает с плоскостью $x0y$ в состоянии покоя. Считаем, что резервуар с жидкостью подвергается динамическому воздействию. На смоченной поверхности упругой оболочки требуется выполнение условия непротекания, на свободной поверхности задаются динамическое и кинематическое граничные условия. Динамическим граничным условием является равенство давления на свободной поверхности атмосферному, а кинематическое условие заключается в требовании принадлежности свободной поверхности во все время движения тех частиц жидкости, которые первоначально находились на ней.

Таким образом, получаем следующую краевую задачу

$$\boldsymbol{LU} + \boldsymbol{M}\ddot{\boldsymbol{U}} + \rho_l\dot{\phi} + gz = Q$$

$$\frac{\partial\phi}{\partial n} = \frac{\partial w}{\partial t}, \; P \in S_1; \; \frac{\partial\phi}{\partial n} = \dot{\zeta}, \; P \in S_0; \; \dot{\phi} + g\zeta = 0, \; P \in S_0$$

для определения неизвестных функций $\boldsymbol{U}$ и ϕ.

3. Метод разложения по собственным формам в связанных динамических задачах

Будем искать собственные формы колебаний оболочки в жидкости в следующем виде

$$U(x,y,z,t) = \sum_{k=1}^{m} c_k(t) u_k(x,y,z) \tag{4}$$

где функции $u_k(x,y,z)$ – собственные формы колебаний оболочки в вакууме, $c_k(t)$ – неизвестные коэффициенты.

Потенциал скоростей ϕ представим в виде суммы двух потенциалов $\phi = \phi_1 + \phi_2$.

Для определения ϕ_1 сформулируем следующую краевую задачу:

$$\nabla^2\phi_1 = 0, \; \frac{\partial\phi_1}{\partial n} = \frac{\partial w}{\partial t}, \; P \in S_1, \; \frac{\partial\phi_1}{\partial t} = 0, \; P \in S_0. \tag{5}$$

Здесь $w(x,y,z,t) = \sum_{k=1}^{m} w_k(x,y,z) c_k(t)$, функции $w_k(x,y,z)$ - нормальные компоненты собственных форм колебаний пустой оболочки.

Отметим, что из соотношения (3) и второго из уравнений (5) следует, что

$$\phi_1(x,y,z,t) = \sum_{k=1}^{m} \phi_{1k}(x,y,z)\dot{c}_k(t). \tag{6}$$

Для определения функций ϕ_{1k} имеем следующие краевые задачи:

$$\nabla^2\phi_{1k} = 0, \; \frac{\partial\phi_{1k}}{\partial n} = w_k, \; P \in S_1, \; \phi_{1k} = 0, \; P \in S_0 \quad . \tag{7}$$

Потенциал ϕ_2 ищем в виде

$$\phi_2(x,y,z,t) = \sum_{k=1}^{n} d_k(t)\phi_{2k}(x,y,z),$$

где функции ϕ_{2k} – собственные формы колебаний жидкости в жестком сосуде. Определим эти собственные формы. Предварительно рассмотрим задачу

$$\nabla^2\phi = 0, \; \frac{\partial\phi}{\partial n} = 0, \; P \in S_1, \; \frac{\partial\phi}{\partial n} = \dot{\zeta}, \; P \in S_0, \; \dot{\phi} + g\zeta = 0, \; P \in S_0. \tag{8}$$

Последнее из уравнений (8) является динамическим условием на свободной поверхности. Дифференцируя это уравнение по t, приходим к уравнению для потенциала скоростей жидкости в жестком сосуде

$$\ddot{\phi} + g\frac{\partial\phi}{\partial n} = 0\,,\ \ P \in S_0 \quad . \tag{9}$$

Решение этой задачи ищем в форме:

$$\phi(x, y, z, t) = e^{i\kappa t}\psi(x, y, z)\,.$$

Потенциал ψ, описывающий свободные гармонические колебания жидкости, является решением следующей краевой задачи:

$$\nabla^2\psi = 0\,,\ \frac{\partial\psi}{\partial n} = 0\,,\ P \in S_1\,,\ \frac{\partial\psi}{\partial n} = \frac{\kappa^2}{g}\psi\,,\ P \in S_0\,. \tag{10}$$

Ее решение определяет ряд собственных чисел κ_k и соответствующих им собственных функций ϕ_{2k} . Решив задачу (10), будем искать ϕ_2 в виде

$$\phi_2(x, y, z, t) = \sum_{k=1}^{n} d_k(t)\,\psi_k(x, y, z)\,. \tag{11}$$

Таким образом, получены представления для потенциалов ϕ_1 и ϕ_2

$$\phi_1(x, y, z, t) = \sum_{k=1}^{m} \phi_{1k}(x, y, z)\dot{c}_k(t)\,, \phi_2(x, y, z, t) = \sum_{k=1}^{n} d_k(t)\phi_{2k}(x, y, z) \quad .$$

Тогда, поскольку $\phi = \phi_1 + \phi_2$, получим

$$\nabla^2\phi = \nabla^2\phi_1 + \nabla^2\phi_2 = 0\,,\ \frac{\partial\phi}{\partial n} = \frac{\partial\phi_1}{\partial n} + \frac{\partial\phi_2}{\partial n} = \frac{\partial w}{\partial t}\,,\ P \in S_1\ .$$

Следовательно, удовлетворяется уравнение Лапласа и граничное условие не протекания.

На свободной поверхности должно выполняться условие

$$\frac{\partial\phi}{\partial n} = \dot{\zeta}\,,\ P \in S_0\,;\ \dot{\phi} + g\zeta = 0\,,\ P \in S_0\,.$$

Дифференцируя последнее равенство по t, приходим к уравнению

$$\ddot{\phi} + g\frac{\partial\phi}{\partial n} = 0\,,\ P \in S_0\,. \tag{12}$$

Подставляя $\dot{\phi}_1 = \ddot{\phi}_1 = 0$ в уравнение (12), получим

$$\sum_{k=1}^{n} \ddot{d}_k(t)\phi_{2k}(x, y, z) + g\sum_{k=1}^{m} \dot{c}_k(t)\,\frac{\partial\phi_{1k}(x, y, z)}{\partial n} + g\sum_{k=1}^{n} d_k(t)\,\frac{\partial\phi_{2k}(x, y, z)}{\partial n} = 0 \quad .$$

Используя соотношения, которым удовлетворяют функции ϕ_{2k}

$$\frac{\partial\phi_{2k}}{\partial n} = \frac{\kappa_k^2}{g}\phi_{2k}\,,\ P \in S_0 \quad ,$$

приходим к дифференциальным уравнениям

$$\sum_{k=1}^{n}\left[\ddot{d}_k(t) + \kappa_k^2 d_k(t)\right]\phi_{2k}(x, y, z) + g\sum_{k=1}^{m} \dot{c}_k(t)\,\frac{\partial\phi_{1k}(x, y, z)}{\partial n} = 0\,. \tag{13}$$

Умножим уравнение (13) скалярно на функцию ϕ_{2l}. В силу ортогональности системы собственных форм колебаний жидкости в жестком сосуде получим следующие соотношения

$$\ddot{d}_l(t)+\kappa_l^2 d_l(t)+\frac{g}{\left(\phi_{2l},\phi_{2l}\right)}\sum_{k=1}^{m}\dot{c}_k(t)\left(\frac{\partial\phi_{1k}}{\partial n},\phi_{2l}\right)=0,\quad l=1,2..,n. \qquad (14)$$

После определения функций ϕ_{1k} и ϕ_{2k} подставляем их в уравнение (2) и получаем следующее дифференциальное уравнение

$$L\left(\sum_{k=1}^{m}c_k u_k\right)+M\left(\sum_{k=1}^{m}\ddot{c}_k u_k\right)=-\rho_l\left(\sum_{k=1}^{m}\ddot{c}_k\phi_{1k}+\sum_{i=1}^{n}d_i\phi_{2i}+gz\right)+Q. \qquad (15)$$

Пусть ω_k, u_k – собственные частоты и формы свободных колебаний оболочки в вакууме. Имеют место следующие соотношения:

$$\boldsymbol{L}u_k=\omega_k^2\boldsymbol{M}u_k,\ \ (\boldsymbol{M}u_k,u_j)=\delta_{kj}. \qquad (16)$$

Умножив скалярно уравнение (14) на u_j и принимая во внимание условия формировки (16), получим следующую систему n+m дифференциальных уравнений второго порядка

$$\ddot{c}_j(t)+\omega_j^2 c_j(t)+\rho_L\sum_{k=1}^{m}\ddot{c}_k\left(\phi_{1k},u_j\right)+\sum_{i=1}^{n}\dot{d}_i\left(\phi_{2i},u_j\right)+g\left(z,u_j\right)=\left(Q,u_j\right),\ j=1,m$$

$$\ddot{d}_l(t)+\kappa_l^2 d_l(t)+\frac{g}{\left(\phi_{2l},\phi_{2l}\right)}\sum_{k=1}^{m}\dot{c}_k(t)\left(\frac{\partial\phi_{1k}}{\partial n},\phi_{2l}\right)=0,\quad l=1,2..,n. \qquad (17)$$

Таким образом, схема решения связанной динамической задачи для оболочки вращения состоит из следующих этапов.

1. Определение частот и форм свободных колебаний оболочки в вакууме методом конечных элементов.

2. Определение частот и форм колебаний жидкости в жесткой оболочке под действием силы тяжести с использованием метода граничных элементов.

3. Определение частот и форм колебаний упругой оболочки без учета действия силы тяжести с использованием метода граничных элементов.

4. Решение системы дифференциальных уравнений второго порядка с использованием метода Рунге-Кутта 4го и 5го порядка.

4. Системы граничных интегральных уравнений

Далее будем использовать цилиндрическую систему координат. Представим неизвестные функции в виде рядов Фурье по окружной координате

$$w=w\left(r,z\right)\cos\alpha\theta,\ \phi=\phi\left(r,z\right)\cos\alpha\theta. \qquad (18)$$

Чтобы решить связанную задачу гидроупругости, необходимо определить потенциалы ϕ_1 и ϕ_2. Эти задачи сведены к решению систем сингулярных интегральных уравнений. Определение потенциала ϕ_1 осуществляется так же, как и в [11,12] и приводит к следующей системе интегральных уравнений:

$$2\pi\phi(z_0)+\int\limits_{\Gamma}\phi(z)\Theta(z,z_0)r(z)d\Gamma-\int\limits_{0}^{R}q(\rho)\Phi(P,P_0)\rho d\rho= \\ =\int\limits_{\Gamma}w(z)\Phi(P,P_0)r(z)d\Gamma_1,\quad P_0\in S_1; \tag{19}$$

$$\int\limits_{\Gamma}\phi(z)\Theta(z,z_0)r(z)d\Gamma-\int\limits_{0}^{R}q(\rho)\Phi(P,P_0)\rho d\rho=\int\limits_{\Gamma}w(z)\Phi(P,P_0)r(z)d\Gamma_1,\ P_0\in S_0;$$

где

$$\Theta(z,z_0)=\frac{4}{\sqrt{a+b}}\left\{\frac{1}{2r}\left[\frac{r^2-r_0^2+(z_0-z)^2}{a-b}\mathsf{E}_\alpha(k)-\mathsf{F}_\alpha(k)\right]n_r+\frac{z_0-z}{a-b}\mathsf{E}_\alpha(k)n_z\right\}$$

$$\Phi(P,P_0)=\frac{4}{\sqrt{a+b}}\mathsf{F}_\alpha(k). \tag{20}$$

Здесь введены следующие обозначения

$$\mathsf{E}_\alpha(k)=(-1)^\alpha\left(1-4\alpha^2\right)\int\limits_0^{\pi/2}\cos 2\alpha\theta\sqrt{1-k^2\sin^2\theta}d\theta,$$

$$\mathsf{F}_\alpha(k)=(-1)^\alpha\int\limits_0^{\pi/2}\frac{\cos 2\alpha\theta d\theta}{\sqrt{1-k^2\sin^2\theta}},\ k^2=\frac{2b}{a+b}.$$

При $\alpha=0$ эти выражения представляют собой стандартные эллиптические интегралы первого и второго рода.

Чтобы определить потенциал ϕ_2, необходимо построить функции ϕ_{2k}. Обозначим ϕ_{2k}^1 значения ϕ_{2k} на смоченной поверхности S_1 и ϕ_{2k}^0 значения ϕ_{2k} на свободной поверхности S_0. Используя прямую формулировку метода граничных элементов для решения краевой задачи (7), запишем следующую систему сингулярных интегральных уравнений:

$$\begin{gathered}2\pi\phi_{2k}^1+\iint\limits_{S_1}\phi_{2k}^1\frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{1}{r}\right)dS_1-\frac{\kappa^2}{g}\iint\limits_{S_0}\phi_{2k}^0\frac{1}{r}dS_0+\iint\limits_{S_0}\phi_{2k}^0\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{r}\right)dS_0=0\\ -\iint\limits_{S_1}\phi_{2k}^1\frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{1}{r}\right)dS_1-2\pi\phi_{2k}^0+\frac{\kappa^2}{g}\iint\limits_{S_0}\phi_{2k}^0\frac{1}{r}dS_0=0\end{gathered}, \tag{21}$$

Предполагая, что

$$\phi=\phi(r,z)\cos\alpha\theta,$$

получаем для каждой гармоники соотношения вида

$$\iint\limits_{S_1}\phi\frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{1}{r(P,P_0)}\right)dS_1=\int\limits_{r}\phi(z)\Theta(z,z_0)r(z)d\Gamma;$$

$$\iint\limits_{S_0}\phi\left(\frac{1}{r(P,P_0)}\right)dS_0=\int\limits_0^R\phi(\rho)\Phi(P,P_0)\rho d\rho.$$

Здесь ядра $\Theta\left(z.z_0\right)$ и $\Phi\left(P,P_0\right)$ определены в (20).

Для численного решения систем, описанных уравнениями (20), (21), использовался метод граничных элементов с постоянной аппроксимацией неизвестной плотности на элементах [11,12].

5. Численные результаты

Следует отметить, что в динамической задаче горизонтального сейсма необходимо рассматривать только $\alpha = 0$ и $\alpha = 1$ в выражениях (20), (21), потому что при сейсмическом нагружении возбуждаются только нулевая и первая гармоники.

Чтобы убедится в надежности предложенного численного алгоритма, проведено сравнение с результатами, полученными при помощи метода конечных элементов. Рассмотрим цилиндрическую оболочку с плоским дном, частично заполненную жидкостью. Геометрия резервуара показана на рис.1, параметры резервуара следующие: радиус $R = 1$м, толщина $h = 0.01$м, длина $L = 2$м, модуль упругости $E = 2\cdot10^5$ МПа, коэффициент Пуассона $\nu = 0.3$, плотность материала $\rho = 7800$ кг/м^3, плотность жидкости $\rho_l = 1000$ кг/м^3. Уровень заполняющей жидкости обозначен через H ($H = 0.8$м). Граничные условия: $u_r = u_z = u_\theta = 0$ при $z = 0$ и $r = R$.

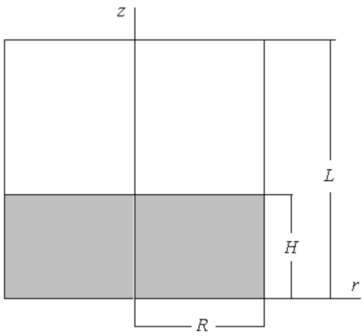

Рис.1. Цилиндрический резервуар с жидкостью

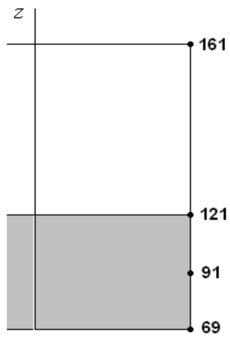

Рис.2. Схема узлов

Рассмотрим задачу о вынужденных колебаниях оболочки с жидкостью под действием импульсной нагрузки. Радиальное нагружение (рис.3) внезапно действует на цилиндрическую поверхность резервуара

$$q\left(r,z,t\right) = q_0 \cos k\phi(r,z)\exp(-t/\tau)$$

где q_0=0.1 МПа, τ =14.2·10^{-6} с. Время действия импульса $t_n = 5\cdot10^{-3}$ с.

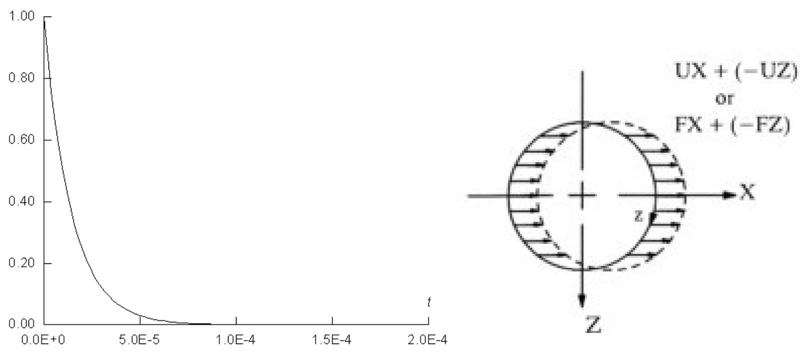

Рис. 3. Импульсное нагружение

Для иллюстрации расчетов радиальное перемещение вычислено в четырех точках, которые показаны на рис. 2; точка 1 (узел 91) расположена на смоченной части стенки, точка 2 (узел 121) принадлежит границе свободной поверхности жидкости, точка 3 (узел 69) находится вблизи основания, точка 4 (узел 161) находится на вершине стенки оболочки. На рис. 4-7 представлены радиальные перемещения, вычисленные предложенным методом (сплошная линия) и с помощью конечно-элементного комплекса (штриховая линия).

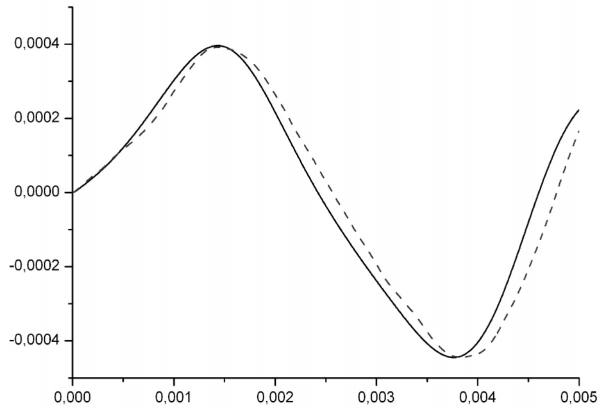

Рис. 4. Изменение во времени радиального перемещения в точке 1.

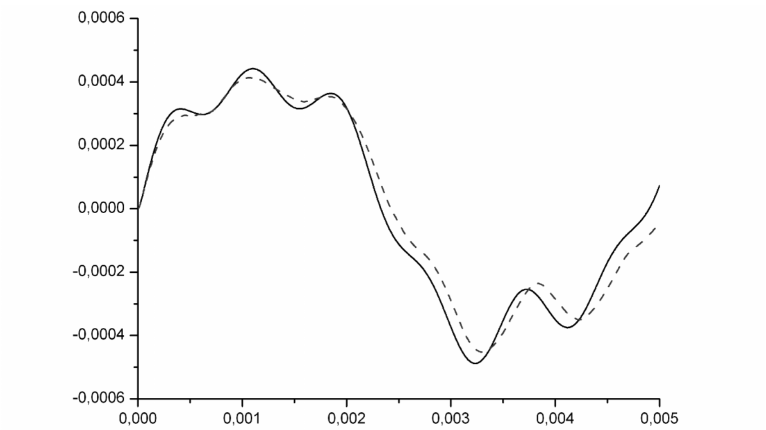

Рис. 5. Изменение во времени радиального перемещения в точке 2.

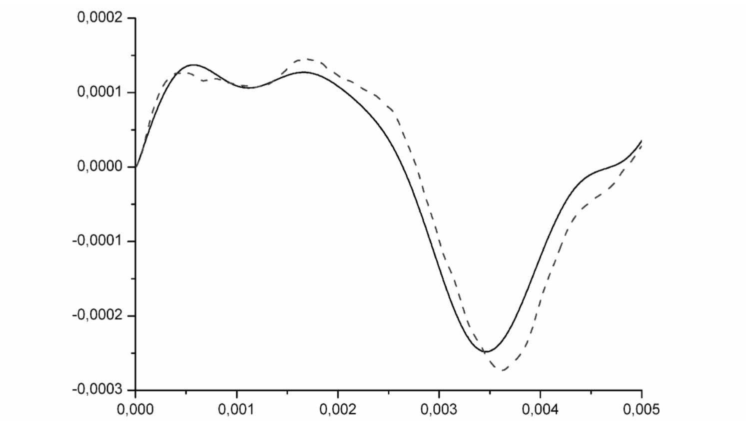

Рис. 6. Изменение во времени радиального перемещения в точке 3.

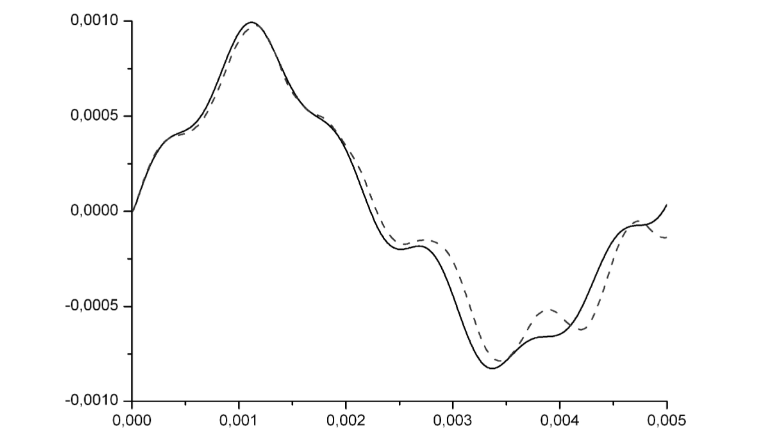

Рис. 7. Изменение во времени радиального перемещения в точке 4.

Иллюстрации демонстрируют хорошее согласование результатов, полученных различными методами, что свидетельствует о надежности предложенного алгоритма.

6. Выводы

Разработан эффективный численный метод анализа динамического поведения произвольных оболочек вращения, частично заполненных жидкостью, при сейсмическом и импульсном нагружении. Потенциал скоростей представлен в виде суммы двух слагаемых, соответствующих задачам определения частот и форм свободных колебаний жидкости в жесткой оболочке и упругой оболочки с жидкостью без учета гравитационной составляющей. Интегрирование по объему жидкости сведено к интегрированию вдоль меридиана оболочки и радиуса свободной поверхности жидкости, т.е. является одномерным. В этом заключается основное преимущество нашего метода, основанного на комбинации метода граничных интегральных уравнений, метода конечных элементов и разложения в ряды Фурье. Проведены численные исследования динамики цилиндрического резервуара, заполненного несжимаемой жидкостью.

7. Благодарности

Авторы выражают благодарность за финансирование этого исследования УНТЦ в рамках проекта #4624. Авторы также благодарят наших зарубежных коллег, профессоров Карлоса Бреббия и Эдуарда Вентцеля за их постоянную поддержку и интерес к нашей работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Kubenko V.D., Koval'chuk P.S. Nonlinear problems of the dynamics of elastic shells partially filled with a liquid // International Journal of Applied Mechanics. – 2000. – 36(4). – pp. 421-448.
2. Amabili M., Païdoussis M. P. Review of studies on geometrically nonlinear vibrations and dynamics of circular cylindrical shells and panels, with and without fluid-structure interaction // Applied Mechanics Review. – 2003. – 56(4). – pp. 349-381.
3. Kumar V., Ganesan, N. Dynamic analysis of conical shells conveying fluid // Journal of Sound and Vibration. – 2008. – 310(1-2). – pp. 38-57.
4. Malhotra P. K. New method for seismic isolation of liquid-storage tanks // Journal of Earthquake Engineering and Structural Dynamics. – 1997. –26(8). – pp. 839-847.
5. Sanchez-Sanchez H., Cortes S.C., Dominguez A.M. Structural behaviour of liquid filled storage tanks of large capacity placed in seismic zones of high risk in Mexico // Proc. of 13th World Conference on Earthquake Engineering. – Vancouver, B.C., Canada. – 2004. – Paper № 2665.
6. Sanchez-Sanchez H., Cortes S.C. Seismic response of cylindrical tanks for oil // Proc. of 14th World Conference on Earthquake Engineering. – China, 2008.

7. Jhung M.J., Jo J.C., Jeong S.J. Impact analysis of a water storage tank // Nuclear Engineering and Technology. – 2006. – Vol. 38, № 7.
8. EUROCODE 8. Design provisions of earthquake resistance of structures, Part 4., Silos, tanks and pipeline. European Committee for Standartization, Brussels, 1998, 220 p.
9. Zhang Y.L., Gorman D.G., Reese, J.M. Vibration of prestressed thin cylindrical shells conveying fluid // Thin-Walled Structures. – 2003. – 41. – pp. 1103–1127.
10. Chen Y.H., Hwang W.S., Ko C.H. Numerical simulation of the three-dimensional sloshing problem by boundary element method // Journal of the Chinese Institute of Engineers. – 2000. – 23(3). – pp. 321-330.
11. Brebbia C.A., Telles J.C.F., Wrobel L.C. Boundary Element Techniques.– Springer-Verlag: Berlin and New York, 1984.
12. Strelnikova E.,Yeseleva E., Gnitko V., Naumenko V. Free and forced vibrations of the shells of revolution interacting with the liquid // Proc. of XXXII Conference "Boundary elements and other mesh reduction methods" WITPress, Transaction on Modeling and Simulation. – 2010. – pp. 203-211.

Надійшла у першій редакції 05.04.2011, в останній – 04.11.2011.