УДК 629.439

Динамика тяговой электромагнитной подсистемы магнитолевитирующего поезда

В. А. Поляков, Н. М. Хачапуридзе
Институт транспортных систем и технологий НАН Украины, Украина

Ценность транспортной системы с магнитолевитирующими поездами определяется, в первую очередь, качеством их механического движения. Оно же зависит, в том числе, от динамических свойств компонентов упомянутой системы, основными из которых являются механический и электромагнитный. В работе исследуется динамика автономной тяговой составляющей последнего компонента. Построена компьютерная модель этой динамики. Прогнозировано её дальнейшее использование в процессе исследований глобальной динамики магнитолевитирующих поездов.

Ключевые слова: *магнитолевитирующий поезд, тяговый компонент электромагнитной подсистемы, динамика.*

Цінність транспортної системи з магнітолевітуючими поїздами обумовлюється, у першу чергу, якістю їхнього механічного руху. Вона ж залежить, у тому числі, від динамічних властивостей компонентів згаданої системи, основними з яких є механічний і електромагнітний. У роботі досліджується динаміка автономної тягової складової останнього компонента. Побудована комп’ютерна модель цієї динаміки. Прогнозоване її подальше використання у процесі досліджень глобальної динаміки магнітолевітуючих поїздів.

Ключові слова: *манітолевітуючий поїзд, тяговий компонент електродінамічної підсистеми,динаміка.*

The value of a transport system with electromagnetically suspended trains is defined, first of all, by quality of their mechanical movement. This quality, in turn, depends, including, from dynamic properties of the mentioned system's components, basic of which are mechanical and electromagnetic. The dynamics of an independent traction block of such electromagnetic component is investigated in work. The computer model of this dynamics is constructed. Further use of the mentioned model during researches of electromagnetically suspended train's global dynamics is predicted.

Key words: *electromagnetically suspended train, traction component of an electromagnetic subsystem, dynamics.*

Электромагнитная подсистема (ЭМП) магнитолевитирующего поезда (МЛП), во взаимодействии с его механической подсистемой (МП), должна обеспечивать выполнение требуемых движений поезда вцелом. Основными функциональными элементами упомянутой ЭМП, как известно, являются тяговый, левитационный, а также боковой стабилизации. В зависимости от принятой конструктивной реализации (предполагая путевую структуру с дискретным полотном), эти функции могут реализовываться различными конструкционными модулями, либо возлагаться, в различных сочетаниях, на агрегаты таких модулей той или иной степени интеграции. Однако, в любом случае, смыслом функционирования ЭМП является дозированный отбор энергии из питающей электрической сети, а также её преобразование в энергию парциальных движений МП поезда. В полной мере и с требуемым качеством указанные функции (дозированный отбор и электромеханическое преобразование энергии) ЭМП должны осуществляться в режимах управляемых движений МЛП. Построение же любого из таких движений, как известно, невозможно без описания естественной динамики, в том числе, упомянутой ЭМП.

Как наиболее рациональное, примем сочетание автономной тяговой ЭМП МЛП (с помощью трёхфазной обмотки линейного синхронного двигателя) и его интегрированной левитационно-направляющей (с использованием короткозамкнутых путевых контуров) ЭМП. При этом будем считать, что, благодаря принимаемым конструкционным мерам, якорные обмотки (ЯО) линейного синхронного двигателя (ЛСД) и короткозамкнутые путевые контуры (КПК) электромагнитно полностью разобщены. В таком случае, тяговое, левитационное и направляющее усилия возникают в процессе электромеханического преобразования энергии при взаимодействии электромагнитных полей сверхпроводящих экипажных контуров (СЭК) с полями соответственно ЯО ЛСД, а также КПК. Кроме того, взаимодействие полей СЭК с полями КПК приводит к возникновению силы электродинамического торможения поезда.

Функциональным предназначением ЛСД является реализация им тягового усилия F_T. Оно, как указано, возникает при взаимодействии полей СЭК с бегущим синусоидальным полем ЯО ЛСД. В результате этого, электромагнитная энергия частично (за исключением потерь) преобразуется в энергию движения МП МЛП.

Выражению для нахождения мгновенного значения продольного (направленного вдоль касательной к осевой линии пути) компонента искомого усилия F_{Tx} может быть придан вид

$$F_{Tx} = \sum_{¡=1}^{N_s} f_{Tx¡} \,, \qquad (1)$$

где $f_{Tx¡}$, N_s – составляющая тягового компонента, воздействующая на ¡-й СЭК МЛП (являющийся ¡-м электромагнитным контуром индукторной обмотки ЛСД), а также число таких контуров, установленных на МЛП.
Изменение же каждой из величин $f_{Tx¡}$ может быть описано соотношением [1]

$$f_{Tx¡} = ª \cdot i_{s¡} \cdot I_a \cdot M_{sa} \cdot [\sin ~_{¬¡} \cdot \cos \quad - \sin(~_{¬¡} - \frac{2}{3}\cdot®)\cdot\cos(\quad - \frac{2}{3}\cdot®) -$$

$$- \sin(~_{¬¡} + \frac{2}{3}\cdot®)\cdot\cos(\quad + \frac{2}{3}\cdot®)]\,;$$

$$ª = ® \cdot ²^{(-1)}; \qquad ~_{¬¡} = ª \cdot x_{¬¡}\,; \qquad = ª \cdot \dot{x} \cdot t\,, \qquad (2)$$

где ² – полюсное деление ЛСД;
$i_{s¡}$ – мгновенное значение тока в цепи ¡-го СЭК;
I_a – амплитудное значение тока в фазе ЯО двигателя;
M_{sa} – амплитудное значение взаимной индуктивности между одним из СЭК и фазой ЯО;

$\sim_{¬¡}, x_{¬¡}$ – угловое и линейное смещения ¡ -го СЭК относительно осевой линии ¬ -ой катушки ЯО, с которой в текущий момент времени рассматривается электромагнитное взаимодействие указанного СЭК;

$\dot{x}, t$ – текущие значения продольной составляющей скорости движения МЛП, а также времени его наблюдения.

Считая, что, благодаря принятым конструктивным мерам, в цепях всех СЭК протекают одинаковые постоянные токи со значением I_s, примем, что

$$i_{s¡} = I_s = const \ \forall\ ¡ \in [\overline{1,\ N_s}]\ . \tag{3}$$

Уравнения второго закона Кирхгофа для электрических цепей фаз ЯО ЛСД (вследствие вырожденности таких цепей) имеют, как известно, вид

$$u_ª = \frac{d}{dt}\Psi_ª + r \cdot i_ª \ \forall\ ª \in [A,\ B, C]\ , \tag{4}$$

где $u_ª, \Psi_ª, i_ª \ \forall\ ª \in [A, B, C]$ – напряжения, питающие цепи этих фаз, их полные потокосцепления, а также мгновенные значения протекающих в этих цепях токов;

r – активное сопротивление каждой их этих цепей.

Трёхфазная ЯО ЛСД питается от источника синусоидального напряжения, частота которого системой управления поддерживается пропорциональной $\dot{x}$ и обратно пропорциональной ² [1]

$$u_ª = U_m \cdot \sin(® \cdot ²^{(-1)} \cdot \dot{x} \cdot t)\ \forall\ ª \in [A, B, C]\ , \tag{5}$$

где U_m – значение амплитуды упомянутого питающего напряжения.

В то же время [1]

$$\Psi_ª = M_{sa} \cdot I_s \cdot \sum_{¬=©_{¡s}}^{©_{¡f}} \sum_{¡=1}^{N_s} \cos\sim_{¬¡} + L_o \cdot i_ª + M_m \cdot (i_« + i_∘)$$

$$\forall\ ª, «, ° \in [A, B, C];\ ª \neq « \neq °\ , \tag{6}$$

где L_o, M_m – собственная индуктивность фазы ЯО ЛСД, а также взаимная индуктивность между такими фазами;

$i_s \ \forall\ ¸ \in [A, B, C]$ – мгновенные значения токов в цепях фаз той же ЯО;

$©_{¡s}, ©_{¡f}$ — начальный и конечный (в текущий момент времени) номера катушек ЯО ЛСД, с которыми учитывается электромагнитное взаимодействие ¡ -го СЭК.

В фазах якоря ЛСД, питаемых напряжениями вида (5), протекают токи

$$i_A = I_a \cdot \cos(\ \ );\quad i_B = I_a \cdot \cos(\ \ -\frac{2}{3} \cdot ®);\ i_C = I_a \cdot \cos(\ \ +\frac{2}{3} \cdot ®)\ . \tag{7}$$

Подставляя, далее выражения (5) – (7) в (4), после преобразований, получаем

$$I_a = \Lambda \cdot \Gamma^{(-1)};$$

$$\Lambda = U_m \cdot \sin \quad + M_{sa} \cdot I_s \cdot ª \cdot \dot{x} \cdot \sum_{i=1}^{N_s} \sin \sim_{\neg i} \;;$$

$$\Gamma = -\{L_o \cdot \sin \quad + M_m \cdot [\sin(\quad - \frac{2}{3} \cdot ®) + \sin(\quad + \frac{2}{3} \cdot ®)]\} \cdot ° + r \cdot \cos \quad ;$$

$$° = ª \cdot (\ddot{x} \cdot t + \dot{x}) \,. \tag{8}$$

ЯО ЛСД, как правило, секционируется. Тогда считая, что каждая из таких секций состоит из K_s последовательно соединённых катушек, имеем [2]

$$L_o = K_s \cdot L_c + \sum_{i=1}^{K_s} \sum_{j=1}^{K_s} M_{ij} \;\forall i \neq j \,, \tag{9}$$

где L_c – собственная индуктивность каждой из упомянутых катушек ЯО; $M_{ij} \;\forall i, j \in [\overline{1, K_s}]; \; i \neq j$ – взаимные индуктивности между теми же катушками.

Поскольку все рассматриваемые катушки считаются линейными, то [2]

$$L_c = «_0 \cdot ®^{(-1)} \cdot \{a \cdot \ln[2 \cdot a \cdot b \cdot (a + d)^{(-1)}] +$$
$$+ b \cdot \ln[2 \cdot a \cdot b \cdot (b + d)^{(-1)}] + 2 \cdot (d - a - b)\} \,;$$
$$d = (a^{(2)} + b^{(2)})^{(0.5)} \,, \tag{10}$$

где a, b, d – длины сторон и диагонали прямоугольника, имитирующего катушку ЯО; $«_0$ – магнитная постоянная.

При определении $M_{ij} \;\forall i, j \in [\overline{1, K_s}]; \; i \neq j$ будем условно считать, что катушки фазовой ЯО ЛСД, включённые в одну секцию такой обмотки с каждой стороны пути, расположены в одной плоскости. Далее, поскольку смежные катушки каждой фазы якорной обмотки отстоят друг от друга на $2 \cdot ²$, то i-я и j-я из таких катушек отстоят друг от друга на

$$q = (j - i) \cdot 2 \cdot ² \,, \tag{11}$$

где i, j – порядковые номера рассматриваемых катушек (одноименной фазы) в секции.

Тогда, значения искомых взаимных индуктивностей определимы [2] согласно выражениям

$$M_{ij} = 0{,}5 \cdot (L_{\sim} + L \quad - L_{¥} - L_{¢}) \;\forall i, j \in [\overline{1, K_s}]; \; i \neq j \,, \tag{12}$$

компоненты которых $L_{\sim}, L \quad, L_{¥}, L_{¢}$ подчинены соотношениям, аналогичным (10)

$$L_{\pm} = «_0 \cdot ®^{(-1)} \cdot \{a \cdot \ln[2 \cdot a \cdot © \cdot (a + \neg)^{(-1)}] +$$
$$+ © \cdot \ln[2 \cdot a \cdot © \cdot (© + \neg)^{(-1)}] + 2 \cdot (\neg - a - ©)\} \,;$$
$$\neg = (a^{(2)} + ©^{(2)})^{(0.5)} \;\forall \pm \in [\sim, \quad, ¥, ¢] \,, \tag{13}$$

в которые, для нахождения $L_{\sim}, L \quad, L_{¥}, L_{¢}$, вместо ©, последовательно подставляются

$$\sim = q + b \,; \qquad = q - b \,; \qquad ¥ = ¢ = q \,. \tag{14}$$

Значение величины M_m определимо выражением

$$M_m = \sum_{ª=1}^{K_s} \sum_{£=1}^{K_s} g_{ª£} \ . \qquad (15)$$

При этом величины $g_{ª£}$ $\forall ª,£ \in [\overline{1, K_s}]$, представляющие собой взаимные индуктивности между отдельными катушками различных фаз, описуемы соотношениями, аналогичным (12)

$$g_{ª£} = 0{,}5 \cdot (l_µ + l_¶ - l_§ - l_{¨}) \ \forall ª,£ \in [\overline{1, K_s}], \qquad (16)$$

где катушки с индексами ª и £ принадлежат всегда различным фазам ЯО, значение индуктивности между которыми подлежит определению. Значения компонентов последних выражений $l_µ, l_¶, l_§, l_{¨}$ могут быть получены согласно соотношениям, аналогичным (13)

$$l_¡ = «_0 \cdot ®^{(-1)} \cdot \{a \cdot \ln[2 \cdot a \cdot \cdot \ \cdot (a + s)^{(-1)}] +$$

$$+ \cdot \ \cdot \ln[2 \cdot a \cdot \cdot \ \cdot (\cdot \ + ¦)^{(-1)}] + 2 \cdot (¦ - a - \cdot \ )\};$$

$$¦ = (a^{(2)} + \cdot \ ^{(2)})^{(0.5)} \ \forall ¡ \in [µ, ¶, §, ¨], \qquad (17)$$

в которые, для нахождения $l_µ, l_¶, l_§, l_{¨}$, вместо $\cdot$, последовательно подставляются

$$µ = p + b; \qquad ¶ = p - b; \qquad § = ¨ = p;$$

$$p = 2 \cdot ² \cdot (u + £ - ª); \qquad u = \begin{cases} \frac{1}{3} \forall ª \le £; \\ \frac{2}{3} \forall ª > £. \end{cases} \qquad (18)$$

Значение величины M_{sa} может быть найдено, из рассмотрения коаксиального расположения контуров катушек СЭК и ЯО [2], согласно соотношениям

$$M_{sa} = 0{,}5 \cdot «_0 \cdot ®^{(-1)} \cdot \{\Sigma_a \cdot \ln[(\Sigma_a + 2 \cdot v) \cdot t' \cdot (\Sigma_a + 2 \cdot w)^{(-1)} \cdot t^{(-1)}] -$$

$$- \Delta_a \cdot \ln[(\Delta_a + 2 \cdot w') \cdot t' \cdot (\Delta_a + 2 \cdot v')^{(-1)} \cdot t^{(-1)}]$$

$$+ \Sigma_b \cdot \ln[(\Sigma_b + 2 \cdot v') \cdot u' \cdot (\Sigma_b + 2 \cdot w)^{(-1)} \cdot u^{(-1)}] -$$

$$- \Delta_b \cdot \ln[(\Delta_b + 2 \cdot w') \cdot u' \cdot (\Delta_b + 2 \cdot v)^{(-1)} \cdot u^{(-1)}] - 4 \cdot (v - w + v' - w')\};$$

$$\Sigma_a = a_1 + a_2; \quad \Delta_a = a_2 - a_1; \quad \Sigma_b = b_1 + b_2; \quad \Delta_b = b_2 - b_1;$$

$$t = [\Delta_y^{(2)} + 0{,}25 \cdot \Delta_b^{(2)}]^{(0{,}5)}; \quad u = [\Delta_y^{(2)} + 0{,}25 \cdot \Delta_a^{(2)}]^{(0{,}5)};$$

$$v = [\Delta_y^{(2)} + 0{,}25 \cdot (\Sigma_a^{(2)} + \Delta_b^{(2)})]^{(0{,}5)}; \quad w = [\Delta_y^{(2)} + 0{,}25 \cdot (\Sigma_a^{(2)} + \Sigma_b^{(2)})]^{(0{,}5)};$$

$$t' = [\Delta_y^{(2)} + 0{,}25 \cdot \Sigma_b^{(2)}]^{(0{,}5)}; \quad u' = [\Delta_y^{(2)} + 0{,}25 \cdot \Sigma_a^{(2)}]^{(0{,}5)};$$

$$v' = [\Delta_y^{(2)} + 0{,}25 \cdot (\Sigma_b^{(2)} + \Delta_a^{(2)})]^{(0{,}5)};$$

$$w' = [\Delta_y^{(2)} + 0{,}25 \cdot (\Delta_b^{(2)} + \Delta_a^{(2)})]^{(0{,}5)}, \qquad (19)$$

где a_1, a_2, b_1, b_2 – длины сторон прямоугольников, имитирующих контуры СЭК и ЯО; Δ_y – зазор между плоскостями этих контуров.

Итак, математическая модель динамики ЛСД МЛП представима совокупностью выражений (1) – (3) и (8) – (19). С использованием системы компьютерной математики Mathematica [3], они были преобразованы в компьютерную модель динамики ЛСД МЛП. В качестве иллюстрации результатов компьютерного эксперимента с такой моделью при исследовании динамики тяговой ЭМП МЛП, на рисунках 1 и 2 приведены осциллограммы $F_{Tx}(t)$, а также $\dot{x}(t)$ в режиме разгона поезда при частотном управлении $u_{ª}\ \forall\ ª \in [A,B,C]$ согласно закону (5), а на рисунках 3 и 4 — аналогичные осциллограммы при амплитудно-частотном управлении тем же напряжением по закону

$$u_{ª}(t) = U_m \cdot \mathrm{th}(t \cdot k_{ªi}) \cdot \sin(® \cdot 2^{(-1)} \cdot \dot{x} \cdot t)\ \forall\ ª \in [A,B,C], \qquad (20)$$

где $k_{ªi}\ \forall\ ª \in [A,B,C]$ – коэффициенты, определяющие темп нарастания амплитуды напряжения в фазах ЯО двигателя.

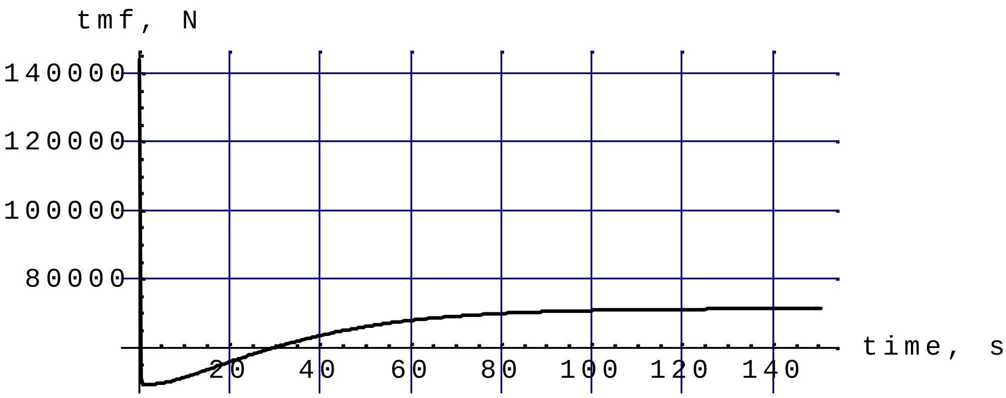

Рис. 1. Тяговое усилие двигателя
(при частотном управлении $u_{ª}\ \forall\ ª \in [A,B,C]$)

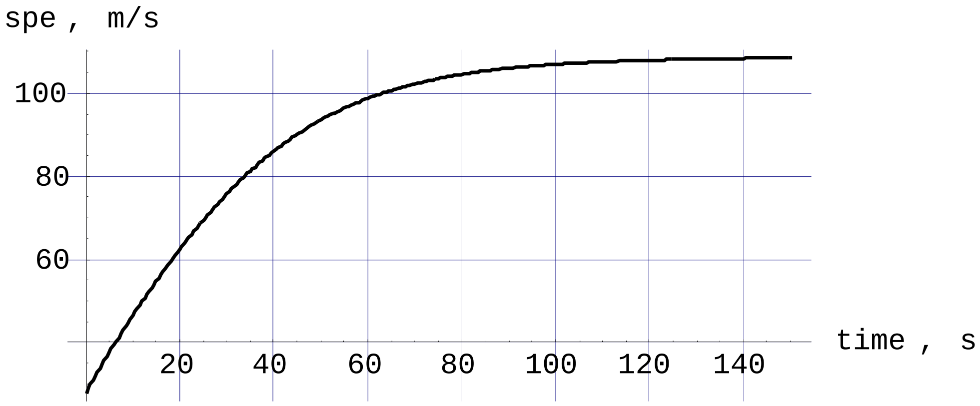

Рис. 2. Скорость поезда
(при частотном управлении $u_a\ \forall\ ^a \in [\,A,B,C\,]$)

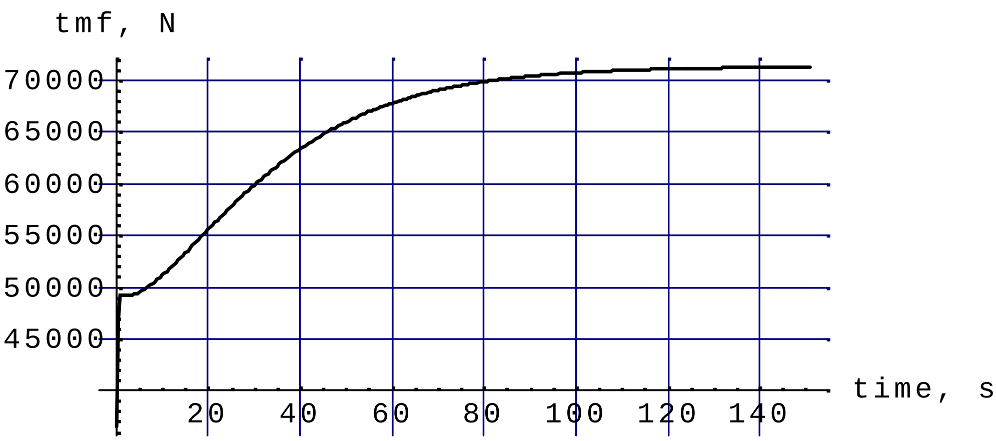

Рис. 3. Тяговое усилие двигателя
(при амплитудно-частотном управлении $u_a\ \forall\ ^a \in [\,A,B,C\,]$)

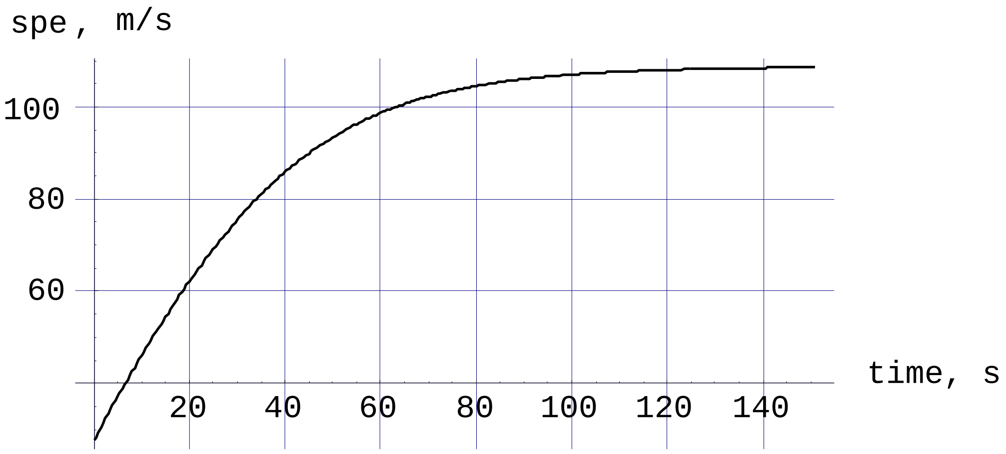

Рис. 4. Скорость поезда
(при амплитудно-частотном управлении $u_a \ \forall\ a \in [A,B,C]$ *)*

Анализ этих результатов свидетельствует о работоспособности построенной компьютерной модели динамики ЛСД МЛП а, поэтому, — о возможности, после полномасштабной верификации упомянутых результатов, её использования в качестве модуля глобальной компьютерной модели динамики таких поездов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Дзензерский В. А, Омельяненко В. И., Васильев С. В., Матин В. И., Сергеев С. А. Высокоскоростной магнитный транспорт с электродинамической левитацией. – К.: Наук. думка, 2001. – 479 с.
2. Калантаров П. Л., Цейтлин Л. А. Расчёт индуктивностей: Справочная книга. – Л.: Энергоатомиздат. Ленингр. отд-ние, 1986. – 488 с.
3. Дьяконов В. П. Mathematica 4.1/4.2/5.0 в математических и научно-технических расчётах. – М.: СОЛОН-Пресс, 2004. – 696 с.

Надійшла – 16.03.2012.