

Численное моделирование обтекания вертолётного винта методом дискретных вихрей с учётом диффузии вихрей в ближнем вихревом следе

А. И. Гладышев, В. А. Удовенко

Харьковский институт ВВС им. И. Н. Кожедуба, Украина

The results of research in the domain of numerical methods in the rotor aerodynamics are accounted. The ways of solution's regularization for the numerical simulation of helicopter rotor's vortex ring mode by the discrete vortex method are considered, that use the model of a diffusion of the near wake vortices. The new way of vortex diffusion simulation by the means of an increasing of the vortex radius by the computational time is proposed. The results of calculations using the different ways of the regularization are described.

1. Введение

При численном решении нелинейных нестационарных задач дозвуковой аэродинамики, в частности, аэродинамики воздушных винтов, хорошо зарекомендовал себя метод дискретных вихрей [1, 2]. Так, в работе [1], применительно к вертолётным винтам, проведено исследование режима вихревого кольца. Для численного моделирования сложных компоновок, включающих винты и несущие поверхности, необходимо проведение расчётов с большим числом шагов по времени. В ряде случаев возможна ситуация, когда в ограниченном объёме пространства накапливается значительное количество вихрей, моделирующих ближний след от аэродинамических поверхностей. Это приводит в численном эксперименте к «вихревому взрыву» - значительному возрастанию пульсаций индуктивной скорости и, как следствие, амплитуды колебаний аэродинамических нагрузок. Подобная ситуация для случая работы винта в зоне влияния поверхности земли рассмотрена в работе [3]. Такое поведение вихревого следа является нефизичным, поскольку в реальности происходит диффузия вихрей под влиянием вязкости воздуха. Модель диффузии в рамках метода дискретных вихрей, основанного на модели идеальной несжимаемой жидкости, применена в работах [2, 3, 4].

В настоящей работе предлагается новый способ учёта диффузии вихрей в методе дискретных вихрей. Приводятся результаты численного моделирования работы винта на режиме осевого обтекания с использованием различных способов регуляризации. Исследуются условия возникновения режима вихревого кольца.

2. Математическая модель аэродинамики винта

Численное исследование аэродинамики воздушного винта проводится при таких предположениях:

- воздух вокруг винта считается невязким и несжимаемым;
- за пределами обтекаемых поверхностей и следа за ними поток является безвихревым;
- след за обтекаемыми поверхностями моделируется вихревыми пеленами - поверхностями тангенциального разрыва скорости, на которых выполняется условие отсутствия разности давления с обеих сторон поверхности. Это условие приводит к представлению вихревой пелены как свободной поверхности, отдельные элементы которой, сохраняя величину скачка потенциала на себе, перемещаются с местной скоростью потока;
- вблизи линии схода вихревой пелены с обтекаемой поверхности выполняется условие Чаплыгина - Жуковского - Кутта о конечности скорости воздуха. Из этого условия вытекает равенство скачка потенциала на элементе пелены, который сходит в данный момент времени, разности потенциалов скорости воздуха возле поверхности по обе стороны от линии схода.

Исследования проводятся методом дискретных вихрей, в котором используются замкнутые вихревые рамки [5]. Для вычисления величины скорости $\vec{w}(\vec{r}_0, \vec{r}_1, \vec{r}_2)$, индуцированной в идеальной жидкости в точке \vec{r}_0 вихревым отрезком интенсивности Γ с началом и концом в точках \vec{r}_1 и \vec{r}_2 соответственно, используется формула Био-Савара:

$$w = \frac{\Gamma}{4\pi r} (\cos \varphi_1 + \cos \varphi_2), \quad (1)$$

где r - расстояние от точки \vec{r}_0 до оси вихря, φ_1 и φ_2 - углы, которые составляют с осью вихря векторы $\vec{r}_{10} = \vec{r}_0 - \vec{r}_1$ и $\vec{r}_{20} = \vec{r}_0 - \vec{r}_2$.

Как видно из формулы (1), в точках, которые находятся близко к оси отрезка, скорости неограниченно возрастают. Применение такой формулы для расчета скорости, индуцированной вихревой поверхностью, дискретизованной как система вихревых отрезков, приводит к некорректным результатам. Поэтому при расчете скоростей используется величина «радиуса вихря» R_v [1]. На расстояниях от оси вихревого отрезка, меньших R_v , индуцированные скорости вычисляются по линейному закону. Точнее говоря, обычно используется формула

$$w = \begin{cases} \frac{\Gamma r}{4\pi R_v^2} (\cos \varphi_1 + \cos \varphi_2) & \text{при } r \leq R_v, \\ \frac{\Gamma}{4\pi r} (\cos \varphi_1 + \cos \varphi_2) & \text{при } r > R_v. \end{cases} \quad (2)$$

Величина R_v выбирается из общей рекомендации, состоящей в том чтобы она была меньше, чем минимальное из расстояний от контрольных точек до вихревых отрезков, которые моделируют несущие поверхности. Но на исследуемых режимах работы винта возникает численная неустойчивость

расчётного процесса из-за накопления большого количества свободных вихрей в ограниченном объёме пространства. Одним из способов предотвращения "раскачивания" решения нестационарной задачи является использование $R_{\text{с}}$ больших найденного по этой рекомендации значения. Другим способом является применение модели диффузии вихрей пелены.

Модель диффундирующего вихря является способом приближённого учёта вязкости в рамках подхода, основанного на модели идеальной жидкости. Отправной точкой для этой модели является известное решение задачи о диффузии прямолинейного одиночного бесконечного вихря в безграничной жидкости [6]. Согласно этому решению, скорость в точке, находящейся на расстоянии r от оси вихря, равна

$$w = \frac{\Gamma}{2\pi r} \left(1 - \exp\left(-\frac{r^2}{4\nu t}\right) \right), \quad (3)$$

где t - время, прошедшее с начала диффузии, ν - кинематическая вязкость жидкости.

В монографии [2] для плоского случая осуществляется определение по формуле (3) скорости, индуцированной каждым из системы вихрей, моделирующих след. При этом уравнения Навье-Стокса движения вязкой жидкости выполняются приближённо.

В работе [4] используется уменьшение циркуляции вихрей следа с течением времени по закону

$$\Gamma = \Gamma_0 \left(1 - \exp\left(-\frac{K}{4t}\right) \right), \quad (4)$$

где Γ_0 - начальная циркуляция, K - эмпирическая константа.

В статье [3] для пространственной задачи предлагается учитывать диффузию вихрей с помощью введения в формулу (1) множителя, убывающего с течением времени:

$$\tilde{w} = w \left(1 - \exp\left(\frac{At - B}{t}\right) \right), \quad (5)$$

где A и B - эмпирические коэффициенты.

В настоящей работе исследуется вычисление скоростей, индуцированных вихревыми отрезками пелен, по формуле

$$w = \frac{\Gamma}{4\pi r} \left(1 - \exp\left(-\frac{r^2}{4\nu t}\right) \right) (\cos \varphi_1 + \cos \varphi_2), \quad (6)$$

которая при стремлении точек \vec{r}_1 и \vec{r}_2 к бесконечности переходит в (3).

Введя безразмерные величины $\bar{w} = w/V$, $\bar{r} = r/L$, $\bar{t} = tV/L$, $\bar{\Gamma} = \Gamma/(LV)$, $Re = LV/\nu$,

где L и V - характерные значения длины и скорости, Re - число Рейнольдса, имеем:

$$\bar{w} = \frac{\bar{\Gamma}}{4\pi\bar{r}} \left(1 - \exp\left(-\frac{Re \cdot \bar{r}^2}{4\tau}\right) \right) (\cos\varphi_1 + \cos\varphi_2). \quad (7)$$

Для вертолётного винта в качестве L берётся его радиус R , в качестве V - скорость движения конца лопасти ωR , где ω - угловая скорость вращения винта. В дальнейшем черту над обозначениями безразмерных величин опускаем.

3. Аппроксимация скорости, индуцированной диффундирующим вихревым отрезком, с помощью радиуса вихря

Вычисление индуцированной скорости по формуле (7) требует заметного усложнения алгоритма расчёта по сравнению с (1). В частности, экспоненциальная функция должна вычисляться заново для каждого набора \bar{r}_0 , \bar{r}_1 , \bar{r}_2 и τ . Поскольку при решении задачи в нестационарной постановке вычисление скорости, индуцированной вихревым отрезком, является наиболее часто выполняемой процедурой, то такое усложнение расчётной формулы существенно увеличивает время счёта на ЭВМ.

Однако, как показывает рис. 1, зависимости от r множителей

$$w_1(r) = \frac{1}{r} \left(1 - \exp\left(-\frac{Re \cdot r^2}{4\tau}\right) \right) \text{ и } w_2(r) = \begin{cases} \frac{r}{R_s^2} & \text{при } r \leq R_s, \\ \frac{1}{r} & \text{при } r > R_s, \end{cases} \quad (8)$$

входящих соответственно в формулы (7) и (2), достаточно близки друг к другу при надлежащем выборе R_s .

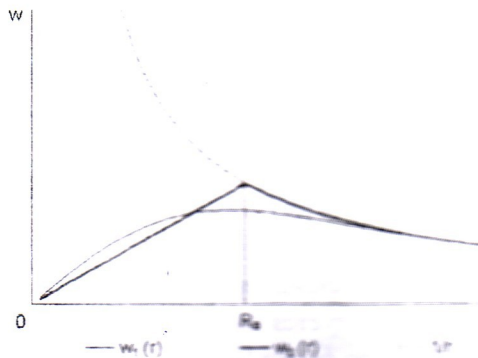


Рис. 1

Величину R_s целесообразно выбрать таким образом, чтобы обеспечить наименьшее значение функции

$$I(R_0) = \int_0^{\infty} (w_1(r) - w_2(r))^2 dr = \\ = \int_0^{R_0} \left(\frac{1}{r} \left(1 - \exp\left(-\frac{\text{Re} \cdot r^2}{4\tau}\right) \right) - \frac{r}{R_0^2} \right)^2 dr + \int_{R_0}^{\infty} \left(\frac{1}{r} \left(1 - \exp\left(-\frac{\text{Re} \cdot r^2}{4\tau}\right) \right) - \frac{1}{r} \right)^2 dr. \quad (9)$$

Функция $I(R_0)$ достигает минимума при значении R_0 , для которого

$$\frac{dI(R_0)}{dR_0} = \frac{4}{R_0^3} \left(\frac{2}{3} R_0 - \int_0^{R_0} \exp\left(-\frac{\text{Re} \cdot r^2}{4\tau}\right) dr \right) = \\ = \frac{4\sqrt{\pi}}{R_0^3} \sqrt{\frac{\tau}{\text{Re}}} \left(\frac{4}{3\sqrt{\pi}} \left(\frac{R_0}{2} \sqrt{\frac{\text{Re}}{\tau}} \right) - \text{erf}\left(\frac{R_0}{2} \sqrt{\frac{\text{Re}}{\tau}}\right) \right) = 0, \quad (10)$$

где

$$\text{erf}(\xi) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\xi} \exp(-\theta^2) d\theta \quad (11)$$

функция ошибок, известная из теории вероятностей. Выражение (10)

представляет собой уравнение относительно величины $\xi = \frac{R_0}{2} \sqrt{\frac{\text{Re}}{\tau}}$, численное

решение которого даёт значение $\xi_m = 1,215537$. Таким образом, наилучшая аппроксимация функции $w_1(r)$ выражением вида $w_2(r)$ достигается при

$$R_0 = 2 \sqrt{\frac{\tau}{\text{Re}}} \xi_m. \quad (12)$$

Выражение (12) позволяет использовать для вычисления скорости, индуцированной диффундирующим вихрем, обычный алгоритм, основанный на формуле (2). При этом массив значений R_0 , соответствующих различным количествам временных шагов, прошедших от образования вихревых отрезков, можно вычислить заранее. В результате машинное время, требуемое для расчёта с учётом диффузии вихрей, практически не отличается от времени счёта без учёта диффузии.

4. Результаты расчётов

Проведены расчёты осевого обтекания трёхлопастного рулевого винта вертолёта. Относительная величина хорды лопасти составляет $\bar{b} = b/R = 0,138$, относительный радиус втулочного сечения $\bar{r}_{\text{втул}} = 0,21$. Каждая лопасть винта моделируется жёсткой тонкой несущей поверхностью и представляется 45 вихревыми ячейками (9 вдоль размаха и 5 вдоль хорды). Лопасти вращаются с фиксированной угловой скоростью ω вокруг оси вращения винта. Вектор воздушной скорости вертолёта \vec{V} направлен вправо вдоль оси вращения винта.

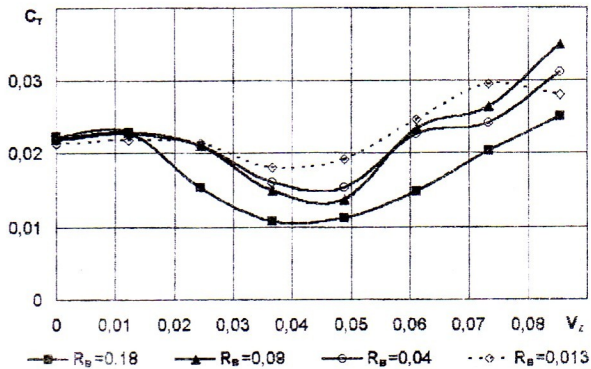
Угол установки лопастей равняется $\varphi = 13^\circ$. Вихревые пелены сходят с задних кромок лопастей. Шаг по времени выбирается из условия поворота винта на угол $\Delta\psi = 15^\circ$.

Для описанного винта рассчитывалась величина коэффициента силы тяги:

$$C_T = \frac{T}{\rho \frac{(\omega R)^2}{2} F},$$

где T - сила тяги винта, $F = \pi R^2$ - площадь, ометаемая винтом, ρ - плотность воздуха. Расчеты C_T проведены для относительных скоростей полёта вертолёта вправо в диапазоне $V_z = 0 \div 0,09$.

Исследовалась возможность сглаживания решения задачи с помощью применения увеличенного, но фиксированного значения радиуса вихря. На рис. 2а показаны значения C_T в зависимости от скорости полёта вертолёта вбок, рассчитанные при величинах $R_v = 0,013, 0,04, 0,09, 0,18$ и осреднённые с 104 по 199 шаг по времени (за 4 оборота винта), а на рис. 2б - осреднённые с 208 по 399 шаг (8 оборотов). Из анализа рисунков следует, что с возрастанием скорости движения вправо коэффициент силы тяги сначала возрастает, а затем уменьшается, достигая минимума при $V_z = 0,04 \div 0,05$, а в дальнейшем снова увеличивается. Это означает, что при таких скоростях винт попадает в режим вихревого кольца. В то же время необходимо отметить, что увеличение количества расчётных шагов приводит к нерегулярному поведению зависимости $C_T(V_z)$ и к возрастанию осреднённых характеристик, что свидетельствует об усилении неустойчивости решения на режиме вихревого кольца.



а

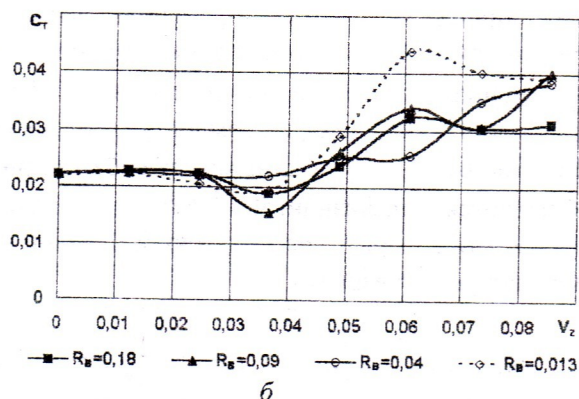


Рис. 2. Зависимость $C_m(V_z)$ при фиксированных R_0 :
 а - осреднение с 104 по 199 шаг, б - с 208 по 399 шаг

Другим способом регуляризации решения является использование затухающей с течением расчётного времени циркуляции вихрей. На рис. 3 показаны результаты расчёта коэффициента тяги винта, выполненного с применением формулы (4), осреднённые с 208 по 399 шаг. Для безразмерной величины $k=KV/L$ использовались значения $k=40$ (в соответствии с рекомендацией работы [4]), а также $k=200$. Радиус вихря оставался постоянным в течение расчёта и составлял 0,013 и 0,09. Для сравнения показана также зависимость $C_T(V_z)$, соответствующая отсутствию диффузии и значению $R_0=0,09$. Из графика видно, что затухание интенсивности вихрей в случае $k=200$, при котором через 399 шагов с момента образования вихря сохраняется 38% от его первоначальной величины, довольно слабо влияет на регуляризацию поведения тяги винта. Напротив, при $k=40$, когда на 399-м шаге со времени схода интенсивность вихря составляет 9% от исходной, наблюдается гладкий характер протекания кривой, даже при отсутствии дополнительной регуляризации с помощью радиуса вихря.

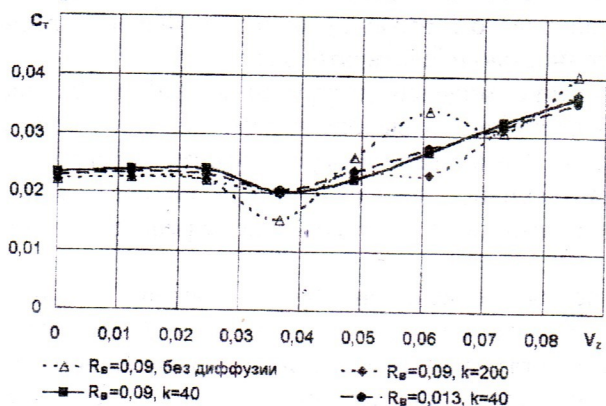


Рис. 3. Зависимость $C_m(V_z)$ при использовании уменьшения интенсивности вихрей

На рис. 4 показаны зависимости коэффициента тяги от скорости движения вправо, полученные с учётом диффузии вихрей. При нахождении скоростей,

индуцированных вихревыми отрезками, использовалась формула (6) либо предлагаемая её аппроксимация с помощью изменяемого в ходе расчёта радиуса вихря. Рассматривались числа Рейнольдса, равные $4,7 \cdot 10^3$ и $2 \cdot 10^5$. Осреднение проводилось с 208 по 399 шаг. График демонстрирует плавность изменения C_T и близость результатов расчётов указанными способами при $Re=4,7 \cdot 10^3$. В случае $Re=2 \cdot 10^5$ наблюдается нефизичный рост и значительные колебания коэффициента тяги, что говорит о недостаточности такой степени диффузии для предотвращения «вихревого взрыва».

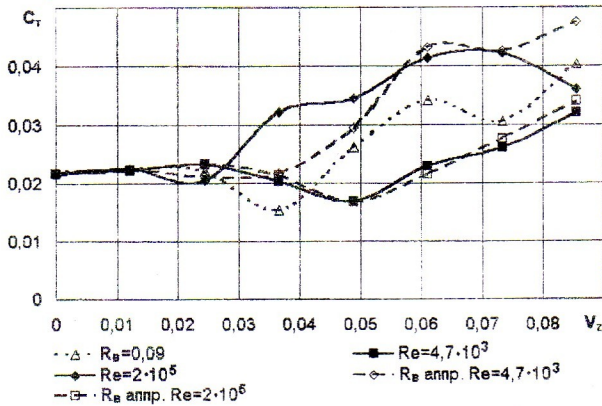


Рис. 4. Зависимость $C_m(V_z)$ при использовании «размывания» индуцированной скорости

5. Выводы

1. Результаты расчётов показывают, что при численном моделировании режима вихревого кольца воздушного винта с помощью традиционного метода дискретных вихрей возникает явление «вихревого взрыва», которое характеризуется резкими пульсациями вычисляемых скоростей воздуха и аэродинамических нагрузок и приводит к некорректному нахождению осреднённых аэродинамических характеристик. Использование увеличенного фиксированного значения радиуса вихря даёт возможность отсрочить наступление «вихревого взрыва» до больших значений расчётного времени, но не позволяет полностью предотвратить его.

2. Использование моделей диффузии вихрей в ближнем вихревом следе позволяет при надлежащем выборе параметров предотвратить «раскачивание» решения задачи. Этой цели могут служить модели, основанные как на уменьшении интенсивности вихрей, так и на «размывании» в пространстве индуцированного ими поля скоростей в ходе решения задачи в нестационарной постановке.

3. Предлагаемая модель диффузии вихрей, в которой используется возрастающий с течением расчётного времени радиус вихря, даёт результаты, близкие к результатам для модели с применением формулы скоростей, индуцированных диффундирующим вихрем, но при этом позволяет существенно экономить время счёта на ЭВМ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Белоцерковский С.М., Локтев Б.Е., Ништ М.И. Исследование на ЭВМ аэродинамических и аэроупругих характеристик винтов вертолетов. - М.: Машиностроение, 1992. - 224 с.
2. Белоцерковский С.М., Ништ М. И. Отрывное и безотрывное обтекание тонких крыльев идеальной жидкостью. - М.: Наука, 1978. - 352 с.
3. Крицкий Б.С. Проблемы математического моделирования аэродинамики винтокрылых летательных аппаратов. //Труды XI Международного симпозиума «Методы дискретных особенностей в задачах математической физики» (МДОЗМФ-2003). Харьков - Херсон, 2003.- С. 154 - 158.
4. Андронов П.Р. Численное моделирование обтекания двух круглых соосных дисков с учётом диссипации завихренности в следе. //Труды IX Международного симпозиума «Методы дискретных особенностей в задачах математической физики» (МДОЗМФ-2000). Орёл, 2000.- С. 28 - 32.
5. Апарин В. А., Дворак А. В. Метод дискретных вихрей с замкнутыми вихревыми рамками. //Труды ВВИА им. проф. Н. Е. Жуковского, вып. 1313, 1986.- С. 424 - 429.
6. Кочин Н. Е., Кибель И. А., Розе Н. В. Теоретическая гидромеханика. Часть 2.- М. : Физматгиз, 1963.- 727 с.