

УДК 51.73

Моделирование дифракции волн на конечных системах лент, расположенных на двух сторонах диэлектрического слоя

В. Д. Душкин

Академия ВВ МВС Украины, г. Харьков, Украина

Построена математическая модель дифракции E- поляризованной волны на рассматриваемой структуре. Исходная третья краевая задача для уравнения Гельмгольца сведена к системе граничных интегральных уравнений с помощью метода параметрических представлений интегральных преобразований.

Ключевые слова: математические модели, метод параметрических представлений интегральных преобразований.

Побудовано математичну модель дифракції E - поляризованої хвилі на структурі, яка розглядається. Вихідна третя крайова завдання для рівняння Гельмгольца зведена до системи граничних інтегральних рівнянь з допомогою методу параметричних уявлень інтегральних перетворень.

Ключові слова: математичні моделі, метод параметричних уявлень інтегральних перетворень.

A mathematical model of diffraction of E - polarized wave on investigated structure has been built. The original third boundary value problem for the Helmholtz equation was reduced to a system of boundary integral equations by using the method of parametric representations of integral transforms.

Key words: mathematical model, the method of parametric representations of integral transforms.

1. Актуальность проблемы. Истоки исследования.

В данной работе предложен алгоритм построения математической модели исследуемой задачи. Способ построения данного алгоритма является развитием подхода, предложенного в работах Ю. В. Ганделя [1-4], для многослойных структур, расположенных в неоднородной среде.

2. Постановка задачи.

Рассматривается дифракционная структура, изображённая на рис. 1. Слой $|z| \leq d$ заполнен диэлектриком с диэлектрической проницаемостью ε . В плоскостях $z = d$ и $z = -d$ расположено конечное число импедансных лент. Количество и расположение лент в плоскостях произвольно.

Введём следующие обозначения. Пусть

$$L_i = \bigcup_{q=1}^M (\alpha_{i,q}, \beta_{i,q}), \quad i = 1, 2; \quad (1)$$

α_{1q} и β_{1q} - координаты проекций на ось x рёбер лент, лежащих в плоскости $z = d$, а α_{2q} и β_{2q} - координаты проекций рёбер лент, лежащих в плоскости $z = -d$.

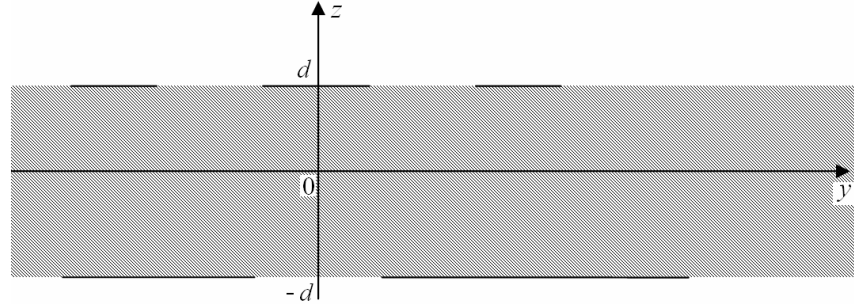


Рис. 1 Сечение дифракционной структуры плоскостью YOZ

Из бесконечности сверху на дифракционную структуру наклонно падает Е-поляризованная плоская электромагнитная волна единичной амплитуды, икс-овая координата электрического поля которой имеет вид:

$$U(y, z) = \exp(ik(y \cdot \sin \phi - z \cdot \cos \phi)). \quad (2)$$

Зависимость поля от времени даётся множителем $e^{-i\omega t}$. В задаче необходимо найти полное поле, возникшее в результате дифракции волны на решётке.

2. Построение математической модели задачи.

Пусть функция $u^{ini}(y, z)$ описывает поле, которое существовало в пространстве в отсутствии лент. Полное поле $u(y, z)$, возникшее в результате дифракции волны на решётке, будем искать в виде:

$$u(y, z) = \begin{cases} u^{ini}(y, z) + u_0(y, z), & z > d; \\ u^{ini}(y, z) + u_1(y, z), & |z| \leq d; \\ u^{ini}(y, z) + u_2(y, z), & z < -d; \end{cases} \quad (3)$$

где

$$u_0(y, z) = \int_{-\infty}^{\infty} C_1(\lambda) \cdot \exp(i\lambda y - \gamma(\lambda)(z - d)) d\lambda, \quad (4)$$

$$u_1(y, z) = \int_{-\infty}^{\infty} C_1^+(\lambda) sh(\gamma_\varepsilon(\lambda)(z + d)) sh^{-1}(2\gamma_\varepsilon(\lambda)d) \cdot \exp(i\lambda y) d\lambda + \\ + \int_{-\infty}^{\infty} C_1^-(\lambda) sh(\gamma_\varepsilon(\lambda)(z - d)) sh^{-1}(2\gamma_\varepsilon(\lambda)d) \cdot \exp(i\lambda y) d\lambda, \quad (5)$$

$$u_2(y, z) = \int_{-\infty}^{\infty} C_2(\lambda) \cdot \exp(i\lambda y + \gamma(\lambda)(z + d)) d\lambda, \quad (6)$$

$$\gamma(\lambda) = \sqrt{\lambda^2 - k^2}, \quad \lambda \in R, \quad \text{Re}(\gamma(\lambda)) \geq 0, \quad \text{Im}(\gamma(\lambda)) \leq 0. \quad (7)$$

Выбор знаков действительной и мнимой частей величины $\gamma(\lambda)$ произведён в соответствии с условиями излучения Зоммерфельда.

Введём функции

$$F_1(y) = \left(\frac{\partial u^+}{\partial y} - \frac{\partial u^-}{\partial y} \right)(y, d) = \int_{-\infty}^{\infty} (C_0(\lambda) - C_1^+(\lambda))(i\lambda) \exp(i\lambda y) d\lambda, \quad y \in R; \quad (8)$$

$$F_2(y) = \left(\frac{\partial u^+}{\partial y} - \frac{\partial u^-}{\partial y} \right)(y, -d) = \int_{-\infty}^{\infty} (-C_1^-(\lambda) - C_2(\lambda))(i\lambda) e^{i\lambda y} d\lambda, \quad y \in R; \quad (9)$$

$$F_3(y) = \left(\frac{\partial u_0}{\partial z} - \frac{\partial u_1}{\partial z} \right)(y, d) = \int_{-\infty}^{\infty} (-\gamma(\lambda) \cdot C_0(\lambda)) \cdot \exp(i\lambda y) d\lambda - \\ - \int_{-\infty}^{\infty} \left(-\frac{C_1^-(\lambda) \cdot \gamma_\varepsilon(\lambda)}{\operatorname{sh}(2\gamma_\varepsilon(\lambda)d)} - C_1^+(\lambda) \gamma_\varepsilon(\lambda) \operatorname{cth}(2\gamma_\varepsilon(\lambda)d) \right) \cdot \exp(i\lambda y) d\lambda; \quad (10)$$

$$F_4(y) = \left(\frac{\partial u_1}{\partial z} - \frac{\partial u_2}{\partial z} \right)(y, -d) = \int_{-\infty}^{\infty} C_1^-(\lambda) \gamma_\varepsilon(\lambda) \operatorname{cth}(2\gamma_\varepsilon(\lambda)d) \exp(i\lambda y) d\lambda + \\ + \int_{-\infty}^{\infty} (C_1^+(\lambda) \gamma_\varepsilon(\lambda) \operatorname{sh}^{-1}(2\gamma_\varepsilon(\lambda)d) - \gamma(\lambda) \cdot C_2(\lambda)) \cdot \exp(i\lambda y) d\lambda. \quad (11)$$

В силу непрерывности полного поля и его производных на границе раздела сред «вакуум-диэлектрик» функции $F_i(y)$ обладают свойствами:

$$F_i(y) = 0, \quad y \notin L_i, \quad i = 1, \dots, 4; \quad (12)$$

$$\int_{\alpha_{i,q}}^{\beta_{i,q}} F_i(t) dt = 0, \quad (i = 1, 2, \quad q = 1, \dots, M); \quad (13)$$

$$\int_{\alpha_{1,1}}^y F_1(t) dt = u_0(y, d) - u_1(y, d), \quad y \in R; \quad (14)$$

$$\int_{\alpha_{2,1}}^y F_2(t) dt = u_1(y, -d) - u_2(y, -d), \quad y \in R. \quad (15)$$

Введём функции:

$$a_1(\lambda) = \frac{1}{2\pi i} \int_{L_1} F_1(t) \cdot \frac{\exp(-i\lambda t) - 1}{\lambda} dt, \quad \lambda \in R, \quad (16)$$

$$a_2(\lambda) = \frac{1}{2\pi i} \int_{L_2} F_2(t) \cdot \frac{\exp(-i\lambda t) - 1}{\lambda} dt, \quad \lambda \in R, \quad (17)$$

$$a_3(\lambda) = \frac{1}{2\pi \gamma_\varepsilon(\lambda)} \int_{L_1} F_3(t) \cdot \exp(-i\lambda t) dt, \quad \lambda \in R, \quad (18)$$

$$a_4(\lambda) = \frac{1}{2\pi\gamma_\varepsilon(\lambda)} \int_{L_2} F_4(t) \cdot \exp(-i\lambda t) dt, \quad \lambda \in R; \quad (19)$$

$$\eta(\lambda) = \gamma(\lambda) \cdot \gamma_\varepsilon^{-1}(\lambda), \quad \lambda \in R; \quad (20)$$

$$\nu(\lambda) = \gamma(\lambda) \cdot \gamma_\varepsilon^{-1}(\lambda) + \operatorname{cth}(\gamma_\varepsilon(\lambda)d), \quad \Delta(\lambda) = \operatorname{sh}^{-2}(\gamma_\varepsilon(\lambda)d) - \nu^2(\lambda). \quad (21)$$

Заметим, что

$$\lim_{\lambda \rightarrow \infty} \eta(\lambda) = 1, \quad \lim_{\lambda \rightarrow \infty} \nu(\lambda) = 2, \quad \lim_{\lambda \rightarrow \infty} \Delta(\lambda) = -4. \quad (22)$$

Из определений и свойств функций $F_i(y)$ следует, что

$$C_0(\lambda) = C_1^+(\lambda) + a_1, \quad C_2(\lambda) = -a_2 - C_1^-(\lambda), \quad \lambda \in R; \quad (23)$$

$$\eta(\lambda) \cdot C_0(\lambda) + \frac{C_1^-(\lambda)}{\operatorname{sh}(2\gamma_\varepsilon(\lambda)d)} + C_1^+(\lambda) \cdot \operatorname{cth}(2\gamma_\varepsilon(\lambda)d) = -a_3(\lambda), \quad \lambda \in R; \quad (24)$$

$$\frac{C_1^+(\lambda)}{\operatorname{sh}(2\gamma_\varepsilon(\lambda)d)} + C_1^-(\lambda) \operatorname{cth}(2\gamma_\varepsilon(\lambda)d) - \eta(\lambda) \cdot C_2(\lambda) = a_4(\lambda), \quad \lambda \in R. \quad (25)$$

Из (23)-(25) следует, что

$$C_1^\pm(\lambda) = \sum_{j=1}^4 \sigma_j^\pm(\lambda) \cdot a_j(\lambda), \quad C_0(\lambda) = \sum_{j=1}^4 (\sigma_j^+(\lambda) + \delta_{1,j}) \cdot a_j(\lambda), \quad (26)$$

$$C_2(\lambda) = -\sum_{j=1}^4 (\sigma_j^-(\lambda) + \delta_{2,j}) \cdot a_j(\lambda), \quad \lambda \in R. \quad (27)$$

где

$$\sigma_1^-(\lambda) = \sigma_2^+(\lambda) = \frac{-\eta(\lambda)}{\Delta \cdot \operatorname{sh}^2(\gamma_\varepsilon(\lambda)d)}, \quad \sigma_3^-(\lambda) = -\sigma_4^+(\lambda) = -\frac{\operatorname{sh}^{-2}(\gamma_\varepsilon(\lambda)d)}{\Delta}, \quad (28)$$

$$\sigma_2^-(\lambda) = \sigma_1^+(\lambda) = \eta(\lambda) \cdot \frac{\nu}{\Delta}, \quad \sigma_4^-(\lambda) = -\sigma_3^+(\lambda) = -\frac{\nu}{\Delta}. \quad (29)$$

Заметим также, что

$$\exists \lim_{\lambda \rightarrow \infty} \sigma_s^\pm(\lambda) = m_s < \infty, \quad s = 1, \dots, 4; \quad \sigma_s^\pm(-\lambda) = \sigma_s^\pm(\lambda), \quad \lambda \in R. \quad (30)$$

Из граничных условий Щукина–Леонтовича на поверхности лент следуют соотношения:

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} - h_0 \right) u_0(y, d) = -\left(\frac{\partial}{\partial z} - h_0 \right) u^{ini}(y, d), \quad y \in L_1; \quad (31)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} + h_1 \right) u_1(y, d) = -\left(\frac{\partial}{\partial z} + h_1 \right) u^{ini}(y, d), \quad y \in L_1; \quad (32)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} - h_1 \right) u_1(y, -d) = -\left(\frac{\partial}{\partial z} - h_1 \right) u^{ini}(y, -d), \quad y \in L_2; \quad (33)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} + h_0\right)u_2(y, -d) = -\left(\frac{\partial}{\partial z} + h_0\right)u^{ini}(y, -d), \quad y \in L_2. \quad (34)$$

Из (31)-(34) и свойств функций $F_i(y)$ следуют соотношения:

$$F_3(y) - h_0 \int_{\alpha_{1,1}}^y F_1(t) dt - (h_0 + h_1) \cdot u_1(y, d) = (h_0 + h_1) \cdot u^{ini}(y, d), \quad y \in L_1; \quad (35)$$

$$F_4(y) + h_0 \int_{\alpha_{2,1}}^y F_2(t) dt - (h_0 + h_1) \cdot u_1(y, -d) = (h_0 + h_1) \cdot u^{ini}(y, -d), \quad y \in L_2; \quad (36)$$

$$\frac{\partial(u_0 + u_1)}{\partial z}(y, d) - h_0 \int_{\alpha_{1,1}}^y F_1(t) dt + (h_1 - h_0) \cdot u_1(y, d) = f(y, d), \quad y \in L_1; \quad (37)$$

$$\frac{\partial(u_1 + u_2)}{\partial z}(y, -d) - h_0 \int_{\alpha_{2,1}}^y F_2(t) dt - (h_1 - h_0) \cdot u_1(y, -d) = f(y, -d), \quad y \in L_2; \quad (38)$$

где $f(y, \pm d) = -2 \frac{\partial}{\partial z} u^{ini}(y, \pm d) \mp (h_1 - h_0) \cdot u^{ini}(y, \pm d)$.

Введём обозначения:

$$G_j(\lambda, t) = \begin{cases} \frac{\sin(\lambda(y-t))}{\lambda}, & i=1,2; \\ \frac{\cos(\lambda(y-t))}{\gamma_\varepsilon(\lambda)}, & i=3,4; \end{cases} \quad (39)$$

$$\Theta_1(\lambda) = \frac{\gamma_\varepsilon(\lambda)}{sh(2\gamma_\varepsilon(\lambda)d)}, \quad \Theta_2(\lambda) = \gamma_\varepsilon(\lambda)cth(2\gamma_\varepsilon(\lambda)d) - \gamma(\lambda), \quad \lambda \in R \quad (40)$$

и множества $L_3 = L_1$; $L_4 = L_2$.

Из представлений (4)-(6) функций $u_i(y, z)$ и обозначений (40) следует справедливость равенств:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z}(u_0 + u_1)(y, d) &= - \int_{-\infty}^{\infty} (C_0(\lambda) - C_1^+(\lambda)) \cdot |\lambda| \cdot \exp(i\lambda y) d\lambda + \\ &+ \int_{-\infty}^{\infty} (C_0(\lambda) - C_1^+(\lambda)) \cdot (|\lambda| - \gamma(\lambda)) \cdot \exp(i\lambda y) d\lambda + \\ &+ \int_{-\infty}^{\infty} (C_1^-(\lambda) \cdot \Theta_1(\lambda) + C_1^+(\lambda) \Theta_2(\lambda)) \cdot \exp(i\lambda y) d\lambda; \quad (41) \\ \frac{\partial}{\partial z}(u_2 + u_1)(y, -d) &= \int_{-\infty}^{\infty} (C_1^-(\lambda) + C_2(\lambda)) \cdot |\lambda| \cdot \exp(i\lambda y) d\lambda + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \int_{-\infty}^{\infty} \left(C_1^-(\lambda) + C_2(\lambda) \right) \cdot (\gamma(\lambda) - |\lambda|) \cdot \exp(i\lambda y) d\lambda + \\
& + \int_{-\infty}^{\infty} \left(C_1^+(\lambda) \cdot \Theta_1(\lambda) + C_1^-(\lambda) \cdot \Theta_2(\lambda) \right) \cdot \exp(i\lambda y) d\lambda. \quad (42)
\end{aligned}$$

Основываясь на свойствах параметрического представления преобразования Гильберта [4], получаем:

$$- \int_{-\infty}^{\infty} \left(C_0(\lambda) - C_1^+(\lambda) \right) \cdot |\lambda| \cdot \exp(i\lambda y) d\lambda = \frac{1}{\pi} \int_{L_1} \frac{F_1(t) dt}{t - y}; \quad (43)$$

$$- \int_{-\infty}^{\infty} \left(-C_1^-(\lambda) - C_2(\lambda) \right) \cdot |\lambda| \cdot \exp(i\lambda y) d\lambda = \frac{1}{\pi} \int_{L_2} \frac{F_2(t) dt}{t - y}. \quad (44)$$

Из свойств функций $F_i(y)$ следует, что

$$\begin{aligned}
& \int_{-\infty}^{\infty} \left(C_0(\lambda) - C_1^+(\lambda) \right) (|\lambda| - \gamma(\lambda)) e^{i\lambda y} d\lambda = \\
& = \frac{1}{\pi} \int_{L_1} \int_0^{\infty} (\lambda - \gamma(\lambda)) G_j(\lambda, y - t) d\lambda F_1(t) dt; \quad (45)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \int_{-\infty}^{\infty} \left(C_1^-(\lambda) + C_2(\lambda) \right) \cdot (\gamma(\lambda) - |\lambda|) \cdot \exp(i\lambda y) d\lambda = \\
& = \frac{1}{\pi} \int_{L_2} \int_0^{\infty} (\lambda - \gamma(\lambda)) G_j(\lambda, y - t) d\lambda F_2(t) dt; \quad (46)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \int_{-\infty}^{\infty} C_1^{\pm}(\lambda) \cdot \Theta_i(\lambda) \cdot \exp(i\lambda y) d\lambda = \\
& = \sum_{j=1}^4 \frac{1}{\pi} \int_{L_j} \int_0^{\infty} \sigma_j^{\pm}(\lambda) \cdot \Theta_i(\lambda) \cdot G_j(\lambda, y - t) d\lambda F_j(t) dt; \quad (47)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
u_1(y, d) & = \sum_{j=1}^4 \frac{1}{\pi} \int_{L_j} \int_0^{\infty} \left(\sigma_j^+(\lambda) + \frac{\delta_{j1} + \delta_{3j}}{2} \right) \cdot G_j(\lambda, y - t) d\lambda F_j(t) dt - \\
& - \frac{1}{2} \frac{1}{\pi} \int_{L_1} \frac{\pi}{2} \cdot \text{sign}(y - t) F_1(t) dt - \frac{1}{2} \frac{1}{\pi} \int_{L_1} \frac{i\pi}{2} H_0^1(k\sqrt{\varepsilon}|y - t|) F_3(t) dt; \quad (48)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
u_1(y, -d) & = - \sum_{j=1}^4 \frac{1}{\pi} \int_{L_j} \int_0^{\infty} \left(\sigma_j^-(\lambda) + \frac{\delta_{j2} - \delta_{4j}}{2} \right) \cdot G_j(\lambda, y - t) d\lambda F_j(t) dt + \\
& + \frac{1}{2} \frac{1}{\pi} \int_{L_2} \frac{\pi}{2} \text{Sign}(y - t) F_2(t) dt - \frac{1}{2} \frac{1}{\pi} \int_{L_2} \frac{i\pi}{2} H_0^1(k\sqrt{\varepsilon}|y - t|) F_4(t) dt. \quad (49)
\end{aligned}$$

Введём функции:

$$M_j^+(t) = -(h_0 + h_1) \int_0^\infty \left(\sigma_j^+(\lambda) + \frac{\delta_{j1} + \delta_{3j}}{2} \right) \cdot G_j(\lambda, y-t) d\lambda, \quad (50)$$

$$M_j^-(t) = (h_0 + h_1) \int_0^\infty \left(\sigma_j^-(\lambda) + \frac{\delta_{j2} - \delta_{4j}}{2} \right) \cdot G_j(\lambda, y-t) d\lambda, \quad (51)$$

$$K_j^+(t) = \delta_{1,j} \int_0^\infty \left(1 - \frac{\gamma(\lambda)}{\lambda} \right) \sin(\lambda t) d\lambda + \int_0^\infty \left(\sigma_j^-(\lambda) \cdot \Theta_1(\lambda) + \sigma_j^+(\lambda) \cdot \Theta_2(\lambda) \right) \cdot G_j(\lambda, t) d\lambda + \\ + (h_1 - h_0) \int_0^\infty \left(\sigma_j^+(\lambda) + \frac{\delta_{j1} + \delta_{3j}}{2} \right) \cdot G_j(\lambda, t) d\lambda; \quad (52)$$

$$K_j^-(t) = \delta_{2,j} \int_0^\infty \left(1 - \frac{\gamma(\lambda)}{\lambda} \right) \sin(\lambda t) d\lambda + \int_0^\infty \left(\sigma_j^+(\lambda) \cdot \Theta_1(\lambda) + \sigma_j^-(\lambda) \cdot \Theta_2(\lambda) \right) \cdot G_j(\lambda, t) d\lambda + \\ + (h_1 - h_0) \cdot \int_0^\infty \left(\sigma_j^-(\lambda) + \frac{\delta_{j2} - \delta_{4j}}{2} \right) \cdot G_j(\lambda, t) d\lambda. \quad (53)$$

В результате подстановки в соотношения (35)-(38) интегральных представлений (45)-(53) получаем систему интегральных уравнений:

$$F_3(y) - h_0 \int_{\alpha_{1,1}}^y F_1(t) dt + \frac{h_0 + h_1}{4} \int_{L_1} \text{sign}(y-t) F_1(t) dt + \\ + \frac{h_0 + h_1}{2} \frac{1}{\pi} \int_{L_1} \frac{i\pi}{2} H_0^1(k\sqrt{\varepsilon}|y-t|) F_3(t) dt + \\ + \sum_{j=1}^4 \frac{1}{\pi} \int_{L_j} M_j^+(t) F_j(t) dt = (h_0 + h_1) \cdot u^{ini}(y, d), \quad y \in L_1; \quad (54)$$

$$F_4(y) + h_0 \int_{\alpha_{2,1}}^y F_2(t) dt - \frac{h_0 + h_1}{4} \int_{L_2} \text{sign}(y-t) F_2(t) dt + \\ + \frac{h_0 + h_1}{2} \frac{1}{\pi} \int_{L_2} \frac{i\pi}{2} H_0^1(k\sqrt{\varepsilon}|y-t|) F_4(t) dt + \\ + \sum_{j=1}^4 \frac{1}{\pi} \int_{L_j} M_j^-(t) F_j(t) dt = (h_0 + h_1) \cdot u^{ini}(y, -d), \quad y \in L_2; \quad (55)$$

$$\frac{1}{\pi} \int_L \frac{F_1(t) dt}{t-y} - h_0 \int_{\alpha_{1,1}}^y F_1(t) dt - \frac{h_1 - h_0}{4} \int_{L_1} \text{sign}(y-t) F_1(t) dt -$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{h_1-h_0}{2} \frac{1}{\pi} \int_{L_1} \frac{i\pi}{2} H_0^1(k\sqrt{\varepsilon}|y-t|) F_3(t) dt + \\
& + \sum_{j=1}^4 \frac{1}{\pi} \int_{L_j} K_j^+(t) F_j(t) dt = f(y, d), \quad y \in L_1; \tag{56}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{\pi} \int_{L_2} \frac{F_2(t) dt}{t-y} - h_0 \int_{\alpha_{2,1}}^y F_2(t) dt - \frac{h_1-h_0}{4} \int_{L_2} \text{sign}(y-t) F_2(t) dt + \\
& + \frac{h_1-h_0}{2} \frac{1}{\pi} \int_{L_2} \frac{i\pi}{2} H_0^1(k\sqrt{\varepsilon}|y-t|) F_4(t) dt + \\
& + \sum_{j=1}^4 \frac{1}{\pi} \int_{L_j} K_j^-(t) F_j(t) dt = f(y, -d), \quad y \in L_2. \tag{57}
\end{aligned}$$

3. Выводы по результатам исследований.

Получены системы интегральных уравнений Фредгольма второго рода и системы СИУ, через решения которых выражаются основные параметры рассеянных электромагнитных волн. Эти системы отличаются от систем интегральных уравнений, полученных в работе [2] наличием логарифмических и кусочно-постоянных слагаемых в подынтегральных выражениях. Для их численного решения можно использовать вычислительную схему метода дискретных особенностей [4-5].

ЛИТЕРАТУРА

1. Gandel'. Yu. V. Boundary-Value Problems for the Helmholtz Equation and their Discrete Mathematical Models // Journal of Mathematical Sciences. — 2010. — Vol. 171, № 1. — Springer Science+Business Media, Inc. — P. 74-88.
2. Gandel', Yu. V., Kravchenko, V. F., and Pustovoi, V. I., Scattering of Electromagnetic Waves by a Thin Superconducting Band // Doklady Mathematics. — 1996. - vol. 54, no. 3. - p. 959-961.
3. Gandel Yu. V., Sidelnikov G. L. The method of integral equations in the third boundary value problem of diffraction on the finite lattice above flat screen. // Differential equations. - V.35, № 9, 1999. - p. 1155 – 1161
4. Математические модели двумерных задач дифракции: Сингулярные интегральные уравнения и численные методы дискретных особенностей: монография / Ю. В. Гандель, В. Д. Душкин. – Х. Акад. ВВ МВД Украины, 2012. –544с.
5. Lifanov I.K. Singular Integral Equations and Discrete Vortices. – Utrecht, the Netherlands; Tokyo, Japan: VSP, 1996, 475 p.