

УДК 519.6

Анализ гибридных моделей модуляционной неустойчивости ленгмюровских волн в плазме

А. В. Приймак

Харьковский национальный университет им. В.Н. Каразина, Украина

Рассмотрены нелинейные режимы развития 1D параметрических неустойчивостей длинноволновых ленгмюровских волн в случаях, когда энергия поля меньше (модель Захарова) и больше (модель Силина) тепловой энергии плазмы. Процесс генерации коротковолнового спектра плазменных волн и возмущений ионной плотности оказывается подобным в обеих моделях описания параметрических неустойчивостей. Данные модели модуляционной неустойчивости ленгмюровских волн в плазме относятся к малоизученным гибридным, когда электроны описаны гидродинамически, а ионы - с помощью крупных частиц.

Ключевые слова: параметрическая неустойчивость ленгмюровских волн, плазма, модели Захарова, Силина.

Розглянуто нелінійні режими розвитку 1D параметричних нестійкостей довгохвильових ленгмюрівських хвиль у випадках, коли енергія поля менше (модель Захарова) і більше (модель Силіна) теплової енергії плазми. Процес генерації короткохвильового спектра плазмових хвиль і збурень іонної щільності виявляється подібним в обох моделях опису параметричних нестійкостей. Дані моделі модуляційної нестійкості ленгмюровських хвиль в плазмі відносяться до маловивчених гібридних, коли електрони описані гідродинамічно, а іони - за допомогою великих частинок.

Ключові слова: параметрична нестійкість ленгмюрівських хвиль, плазма, моделі Захарова, Силіна.

The nonlinear regimes of one-dimensional parametric instabilities of long-wave plasma waves are considered for the cases when the average field energy density is less (Zakharov's model) or greater (Silin's model) than the plasma thermal energy. The process of the generation of short-wave plasma waves and perturbations of ion density is found to be similar in both cases. These models of modulation instability of Langmuir waves in a plasma are refers to the poorly known hybrid models in which the electrons are described hydrodynamically, and the ions - with the help of large particles.

Keywords: parametric instability of plasma waves, plasma, Zakharov's model, Silin's model.

1. Введение

Интерес к параметрической неустойчивости интенсивных ленгмюровских волн, которые легко возбуждаются в плазме [1-9], был обусловлен, в частности, открывшимися возможностями нагрева плазмы в установках термоядерного синтеза. Корректный аппарат описания параметрической неустойчивости был создан в работах В.П.Силина [10] и В.Е.Захарова [11]. Адекватность этого аппарата была подтверждена в работах [10,12,13-15]. Исследования и эксперименты подтвердили, что в некоторых случаях заметная часть энергии поля накачки переходит в энергию коротковолнового ленгмюровского спектра и появляются выбросы быстрых частиц [16-27].

2. Гибридные модели плазмы для описания модуляционной неустойчивости

В настоящей работе на примере одномерного описания, которое сохраняет основные черты физических процессов [28], сравниваются близкие по физическому проявлению модели Силина и Захарова. Данные модели относятся к малоизученным гибридным [29,30], когда ионы описываются кинетически, крупными частицами, а электроны - гидродинамически. В отличие от описания в рамках кинетических уравнений [31], в гибридных есть учет нерезонансного взаимодействия типа «частица-волна конечной амплитуды».

Целью работы является выяснение особенностей динамики модуляционной неустойчивости в рамках гибридных моделей.

Динамика процессов параметрической неустойчивости в гибридных моделях Силина и Захарова подобна [32] вследствие подобия систем уравнений [33].

Математические модели, представленные, например, в [33], изложены в единой системе обозначений далее.

Гибридная модель Силина. Уравнения для высокочастотных колебаний представлены в виде уравнений для амплитуды и фазы в безразмерном виде

$$\frac{\partial e_n}{\partial \tau} + \theta \cdot \frac{n^6}{n_M^6} \cdot e_n - \frac{|n|}{n} J_1(a_n) [M_{nr} \cos(\phi - \psi_n) - M_{ni} \sin(\phi - \psi_n)] +$$

$$+ \frac{|n|}{2} \sum_{m \neq 0; \pm 1; n; n \pm 1} \frac{1}{|m|} \cdot \{e_m J_2(a_{n-m}) [M_{n-m,r} \sin(2\phi - \psi_n - \psi_{-m}) + M_{n-m,i} \cos(2\phi - \psi_n - \psi_{-m})] +$$

$$+ e_m \cdot J_0(a_{n-m}) [M_{n-m,r} \sin(\psi_m - \psi_n) + M_{n-m,i} \cos(\psi_m - \psi_n)]\} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \psi_n}{\partial \tau} - \Delta - \frac{|n|}{n e_n} J_1(a_n) [M_{nr} \sin(\phi - \psi_n) + M_{ni} \cos(\phi - \psi_n)] -$$

$$- \frac{|n|}{2 e_n} \sum_{m \neq 0; \pm 1; n; n \pm 1} \frac{1}{|m|} \cdot \{e_m J_2(a_{n-m}) [M_{n-m,r} \cos(2\phi - \psi_n - \psi_{-m}) - M_{n-m,i} \sin(2\phi - \psi_n - \psi_{-m})] +$$

$$+ e_m \cdot J_0(a_{n-m}) [M_{n-m,r} \cos(\psi_m - \psi_n) - M_{n-m,i} \sin(\psi_m - \psi_n)]\} = 0. \quad (2)$$

Здесь величина пропорциональная $\theta \cdot n^6 / n_M^6$ определяет поглощение энергии ВЧ колебаний.

Уравнения движения для ионов имеют вид

$$\frac{dv_s}{d\tau} = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{m_e}{M} \frac{\omega_p^2}{\delta^2} \right) \sum_{n \neq 0; \pm 1} \frac{1}{|n|} \{ \bar{E}_{nr} \cos(2\pi n \xi_s) - \bar{E}_{ni} \sin(2\pi n \xi_s) \}, \quad (3)$$

$$\frac{d\xi_s}{d\tau} = v_s, \quad (4)$$

где параметром является величина $(m_e \omega_{pe}^2 / M \delta^2)$.

Для безразмерной плотности ионов $M_n = M_{nr} + iM_{ni}$ используются выражения

$$M_{nr} = \left(\frac{\omega_0}{\delta} \right) \int_{-\pi/k_0}^{\pi/k_0} \cos(2\pi n \cdot \xi_s) \cdot d\xi_{s0}, \quad (5)$$

$$M_{ni} = -\left(\frac{\omega_0}{\delta}\right) \int_{-\pi/k_0}^{\pi/k_0} \text{Sin}(2\pi n \cdot \xi_s) \cdot d\xi_{s0} \quad (6)$$

В выражения (5)-(6) входит параметр $(\omega_0 / \delta) \gg 1$.

Безразмерная напряженность медленно меняющегося электрического поля

$$\bar{E}_n = \bar{E}_{nr} + i\bar{E}_{ni}$$

$$\bar{E}_{nr} = \frac{|n|}{n} \left(\frac{\delta}{\omega_{pe}}\right) M_{ni} [1 - J_0^2(a_n) + \frac{2}{3} J_2^2(a_n)] + \frac{1}{2} J_1(a_n) [e_n \cdot \text{Cos}(-\phi + \psi_n) - e_{-n} \text{Cos}(\phi - \psi_{-n})] + \quad (7)$$

$$+ \frac{1}{4} n |n| J_0(a_n) \sum_{m \neq 0; \pm 1; n; n \pm 1} \frac{1}{|m| |n-m|} e_{n-m} \cdot e_{-m} \text{Sin}(\psi_{n-m} - \psi_{-m})$$

$$+ \frac{1}{4} |n| \cdot \sum_{m \neq 0; \pm 1; n; n \pm 1} \frac{(n-m)}{|m| |n-m|} [e_{n-m} \cdot e_m \cdot \text{Sin}(\psi_{n-m} + \psi_m - 2\phi) + e_{-n+m} \cdot e_{-m} \cdot \text{Sin}(2\phi - \psi_{-n+m} - \psi_{-m})],$$

$$\bar{E}_{ni} = -\frac{|n|}{n} \left(\frac{\delta}{\omega_p}\right) M_{nr} [1 - J_0^2(a_n) + \frac{2}{3} J_2^2(a_n)] + \frac{1}{2} J_1(a_n) [e_n \text{Sin}(-\phi + \psi_n) - e_{-n} \text{Sin}(\phi - \psi_{-n})] - \quad (8)$$

$$- \frac{1}{4} n |n| J_0(a_n) \sum_{m \neq 0; \pm 1; n; n \pm 1} \frac{1}{|m| |n-m|} e_{n-m} \cdot e_{-m} \text{Cos}(\psi_{n-m} - \psi_{-m})$$

$$- \frac{1}{4} |n| \cdot J_2(a_n) \sum_{m \neq 0; \pm 1; n; n \pm 1} \frac{(n-m)}{|m| |n-m|} [e_{n-m} \cdot e_m \cdot \text{Cos}(\psi_{n-m} + \psi_m - 2\phi) + e_{-n+m} \cdot e_{-m} \cdot \text{Cos}(2\phi - \psi_{-n+m} - \psi_{-m})].$$

Выражения для безразмерной амплитуды и фазы внешней волны

$$\frac{\partial a_0}{\partial \tau} = -\frac{1}{2} \sum_{m \neq 0; \pm 1} \frac{1}{|m|} \{M_{-mr} [e_{-m} \cdot J_2(a_m) \text{Cos}(\phi - \psi_{-m}) + e_m \cdot J_0(a_m) \text{Cos}(\psi_m - \phi)] - \quad (9)$$

$$- M_{-mi} [e_{-m} \cdot J_2(a_m) \text{Sin}(\phi - \psi_{-m}) + e_m \cdot J_0(a_m) \text{Sin}(\psi_m - \phi)]\},$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial \tau} = -\frac{1}{2a_0} \sum_{m \neq 0; \pm 1} \frac{1}{|m|} \{M_{-mr} [e_{-m} \cdot J_2(a_m) \text{Sin}(\phi - \psi_{-m}) + e_m \cdot J_0(a_m) \text{Sin}(\psi_m - \phi)] - \quad (10)$$

$$+ M_{-mi} [e_{-m} \cdot J_2(a_m) \text{Cos}(\phi - \psi_{-m}) + e_m \cdot J_0(a_m) \text{Cos}(\psi_m - \phi)]\},$$

где использованы следующие переменные и параметры $\xi_s = k_0 x_s / 2\pi$, $\tau = \delta t$,

$$M_n = n_{ni} \omega_0 / n_0 \delta, e_n \cdot \exp\{i\psi_n\} = [ek_0 |n| E_n(0) / m_e \omega_{pe}^2] \cdot \exp\{i\psi_n\}.$$

Нормированная расстройка $\Delta = (\omega_{pe}^2 - \omega_0^2) / 2\delta\omega_{pe}$ достигает величины $(\frac{m_e}{2M})^{1/3} J_1^{2/3}(a_{n_m})$, в случае максимального нормированного на частоту ленгмюровской волны инкремента линейной неустойчивости [34]

$$\delta / \omega_{pe} = \frac{i}{\sqrt[3]{2}} \left(\frac{m_e}{M}\right)^{1/3} J_1^{2/3}(a_n). \quad (11)$$

Гибридная модель Захарова. Уравнения для высокочастотных колебаний представляются в виде двух уравнений для медленных амплитуды и фазы в безразмерном виде

$$\frac{\partial e_n}{\partial \tau} + \theta \cdot \frac{n^6}{n_M^6} \cdot e_n - \frac{|n|}{2} a_0 [M_{nr} \cdot \text{Cos}(\phi - \psi_n) - M_{ni} \cdot \text{Sin}(\phi - \psi_n)] + \quad (12)$$

$$+ \frac{|n|}{2} \cdot \sum_{m \neq 0; \pm 1; n; n \pm 1} \frac{e_m}{|m|} [M_{n-m,r} \cdot \text{Sin}(\psi_m - \psi_n) + M_{n-m,i} \cdot \text{Cos}(\psi_m - \psi_n)] = 0,$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \psi_n}{\partial \tau} - 4 \cdot \frac{n^2}{n_M^2} - \frac{|n|}{2e_n} a_0 [M_{nr} \cdot \text{Sin}(\phi - \psi_n) + M_{ni} \cdot \text{Cos}(\phi - \psi_n)] - \\ - \frac{|n|}{2e_n} \cdot \sum_{m \neq 0; \pm 1; n; n \pm 1} \frac{e_m}{|m|} [M_{n-m,r} \cdot \text{Cos}(\psi_m - \psi_n) - M_{n-m,i} \cdot \text{Sin}(\psi_m - \psi_n)] = 0. \end{aligned} \quad (13)$$

Уравнения движения для крупных частиц и уравнения для безразмерной плотности ионов представляются в прежнем виде (3)-(6). Безразмерная напряженность медленно меняющегося электрического поля $\bar{E}_n = \bar{E}_{nr} + i\bar{E}_{ni}$

$$\begin{aligned} \bar{E}_{nr} = \frac{n}{4} \{e_n a_0 \text{Cos}(\psi_n - \phi) - a_0 e_{-n} \text{Cos}(\phi - \psi_{-n}) + \\ + \sum_{m \neq 0; \pm 1; n; n \pm 1} \frac{|n|}{|m| |n-m|} e_{n-m} e_{-m} \text{Sin}(\psi_{n-m} - \psi_{-m})\}, \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \bar{E}_{ni} = \frac{n}{4} \{e_n a_0 \text{Sin}(\psi_n - \phi) - a_0 e_{-n} \text{Sin}(\phi - \psi_{-n}) - \\ - \sum_{m \neq 0; \pm 1; n; n \pm 1} \frac{|n|}{|m| |n-m|} e_{n-m} e_{-m} \text{Cos}(\psi_{n-m} - \psi_{-m})\}. \end{aligned} \quad (15)$$

Уравнения для безразмерной амплитуды и фазы внешней волны имеют вид

$$\frac{\partial a_0}{\partial \tau} = -\frac{1}{2} \cdot \sum_{m \neq 0; \pm 1} \frac{e_m}{|m|} [M_{-mr} \text{Cos}(\psi_m - \phi) - M_{-mi} \text{Sin}(\psi_m - \phi)], \quad (16)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial \tau} = -\frac{1}{2a_0} \cdot \sum_{m \neq 0; \pm 1} \frac{e_m}{|m|} [M_{-mr} \text{Sin}(\psi_m - \phi) + M_{-mi} \text{Cos}(\psi_m - \phi)]. \quad (17)$$

Линейный инкремент неустойчивости [37]

$$\delta / \omega_{pe} = \left(\frac{1}{2} \frac{|E_0|^2}{4\pi n_0 T_e} \frac{m_e}{M} \right)^{1/2} = \left(\frac{1}{2} \frac{W}{n_0 T_e} \frac{m_e}{M} \right)^{1/2}. \quad (18)$$

3. Постановка задачи, начальные условия, система для численного эксперимента

Для выполнения цели работы необходимо провести ряд численных экспериментов. Численные эксперименты будут проводиться на графическом процессоре (graphics processing unit (GPU)). Верификация вычислений на GPU будет проведена путем сравнения с результатами, полученными на центральном процессоре (central processing unit (CPU)). Численный эксперимент представляет собой решение задачи Коши методом Эйлера. Будет определен оптимальный шаг численного решения, т.е. максимальный шаг, при уменьшении которого вдвое распределение ионов меняется не более, чем на 1%. Затем будет изучено влияние начальных условий, которые определяются видом ВЧ спектра, на распределение ионов и влияние числа ионов на макроскопические характеристики моделей.

Начальные условия и параметры численных расчетов выбирались следующие. Количество крупных частиц, моделирующих ионы S , число мод спектра $-N < n < N$, $N = S/100$. Накачка $a_0(0) = ek_0 E_0(0) / m_e \omega_{pe}^2 = 0.06$.

Начальная амплитуда ВЧ моды задается формулой $e_n |_{\tau=0} = e_{n0} = (2 + g) \cdot 10^{-3}$ в

модели Сирина и формулой $e_n|_{\tau=0} = e_{n0} = (0.5 + g) \cdot 10^{-4}$ в модели Захарова, где $g \in [0;1]$ - случайное число, $\psi_n|_{\tau=0}$ также случайным образом распределялись в интервале $0 \div 2\pi$, В модели Сирина $\Delta=1, m_e/M=8 \cdot 10^{-6}$, в модели Захарова $W/n_0T_e=0.2, m_e/M=10^{-3}$. Крупные частицы, моделирующие ионы, равномерно распределены на интервале $-1/2 < \xi < 1/2, d\xi_s/d\tau|_{\tau=0} = v_s|_{\tau=0} = 0$.

Данные начальные условия отвечают равновесному состоянию электронов и ионов плазмы, в которой возбуждены интенсивные крупномасштабные ленгмюровские колебания, представляющие собой возмущения электронной плотности (т.н. волна накачки). Отвечающие динамике электронов малые высокочастотные возмущения разных масштабов (длин волн) электрического поля описаны набором мод, амплитуды которых достаточно малы, а фазы распределены случайным образом. Так как ионы в этих гибридных моделях представлены крупными частицами, то следует определить начальные координаты и начальные скорости частиц. В настоящем эксперименте можно пренебречь начальной скоростью ионов, положив ее равной нулю, а частицы в области рассмотрения распределить равномерно, что соответствует стандартным условиям описания подобных явлений (см. например, [35]).

Алгоритм проведения численного эксперимента над математической моделью создается исходя из численного решения задачи Коши. Численный эксперимент необходимо проводить до стабилизации энергии ионов.

Длительность одного численного эксперимента на CPU составляет около 1,5 часов для числа частиц $S=5000$ [32]. При повышении числа частиц в 2 раза время моделирования возрастает в 4 раза. В настоящей работе необходимо провести ряд экспериментов при большем числе частиц. Поэтому для ускорения вычислений использована технология параллельного программирования на графических процессорах java compute unified device architecture (JCUDA) [38]. Вычисления производятся на GPU GeForce GT610, который отличается низкой стоимостью и энергопотреблением.

Управление выполнением кода на GPU задается в Java-программе как в [39]. Все вычисления выполняются в двойной точности, т.к. проведенные вычисления в одинарной точности меняют динамику процесса.

При выполнении программы расчет всех уравнений моделей происходит на GPU. Исходные данные для расчета загружаются в память GPU единожды перед началом вычисления. Далее обмен данными между CPU и GPU отсутствует кроме тех моментов времени, результаты которых отображаются графически (в отличии от способа в [39]). При отображении результатов происходит расчет дополнительных параметров на CPU. Расчет этих параметров занимает незначительное время, поэтому не требует распараллеливания и переноса на GPU. Таким образом, доля времени вычисления на GPU от общего времени выполнения программы приближается к 100%. Это означает, что в созданном алгоритме не имеется резервов для повышения скорости выполнения путем переноса вычислений на GPU.

Разработанный алгоритм параллельного вычисления (рис.1) предусматривает максимальное количество мод $N=512$ и числа частиц $S=5.12 \cdot 10^4$ из-за

ограничения CUDA до 1024 потоков на блок. Чтобы обеспечить расчет для большего числа мод, необходимо корректировать алгоритм, что делает его более сложным. Выход может быть в использовании GPU с поддержкой динамического параллелизма.

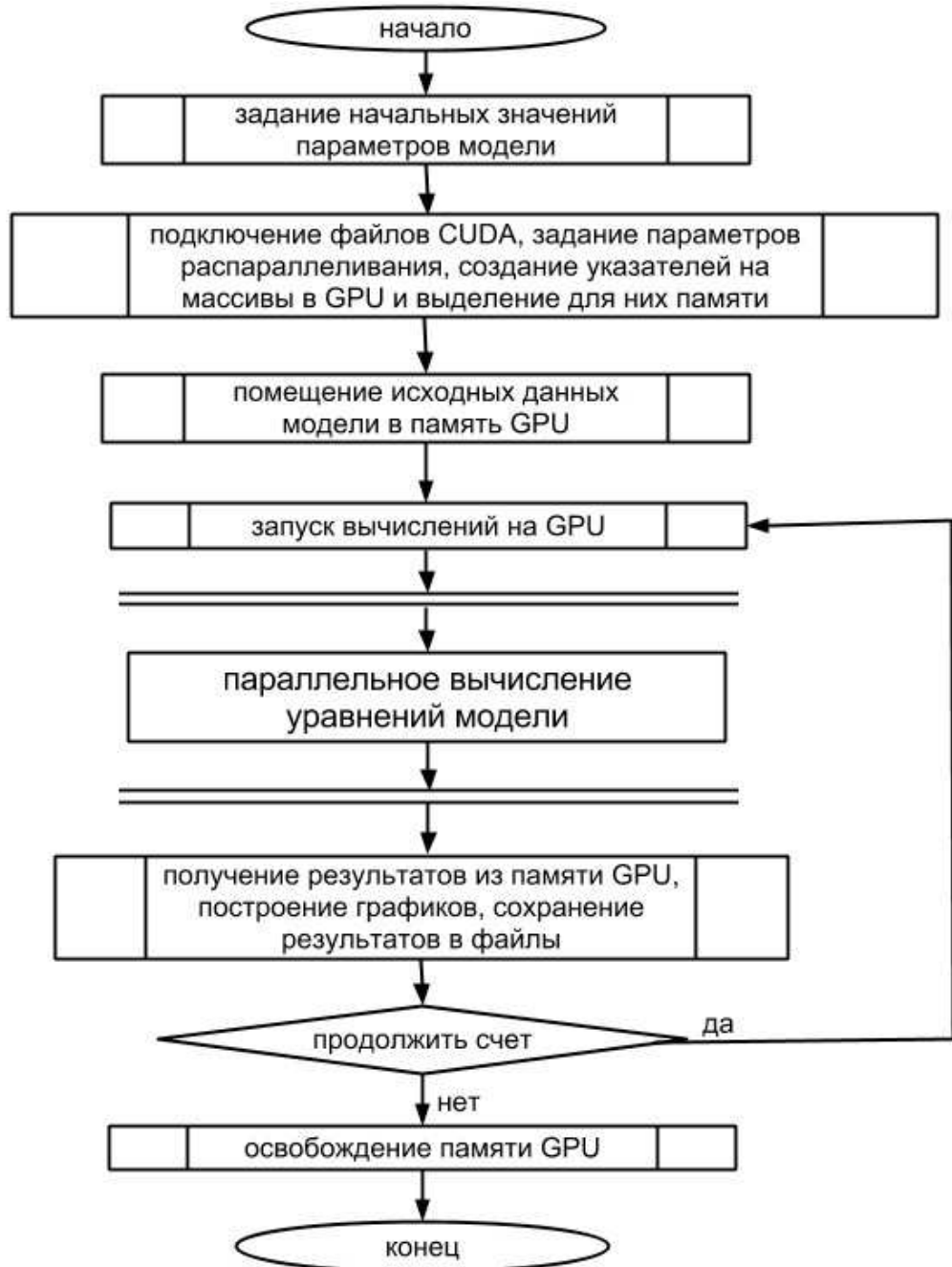


Рис.1 - Схема алгоритма работы программы

Алгоритм расчета непосредственно на GPU детализирован на рисунке 2. На CUDA явно написан код, рассчитывающий функции Бесселя, т.к. встроенные в функции Бесселя дают недостаточную точность, близкую к одинарной. Вычисление параметров a_0, ϕ происходит не параллельно на одном из ядер GPU из-за сложности распараллеливания.

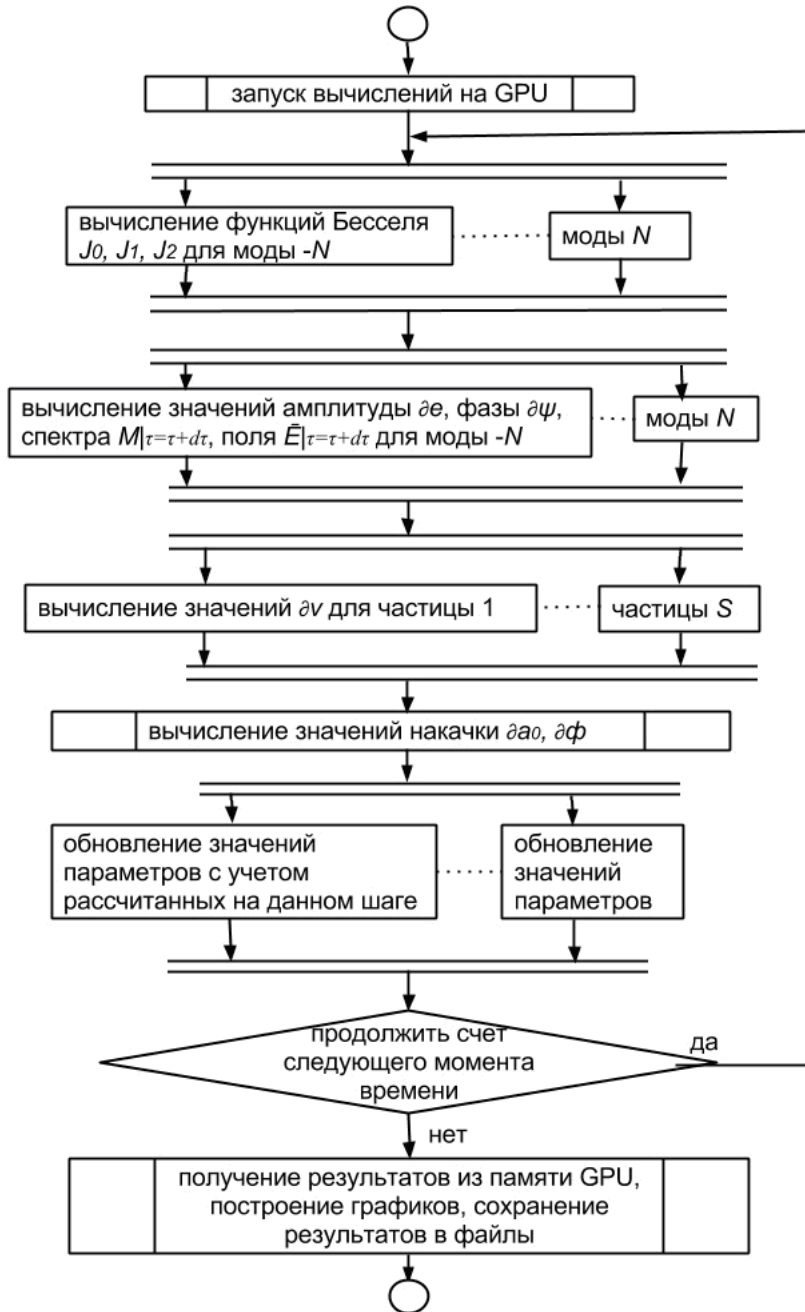


Рис.2 - Детализация алгоритма вычислений на GPU

Алгоритм частинно деталізується далі. Проісходить паралельне вичислення значень кожного параметра, причём окремо для положительных (рис.3) и окремо для отрицательных мод.

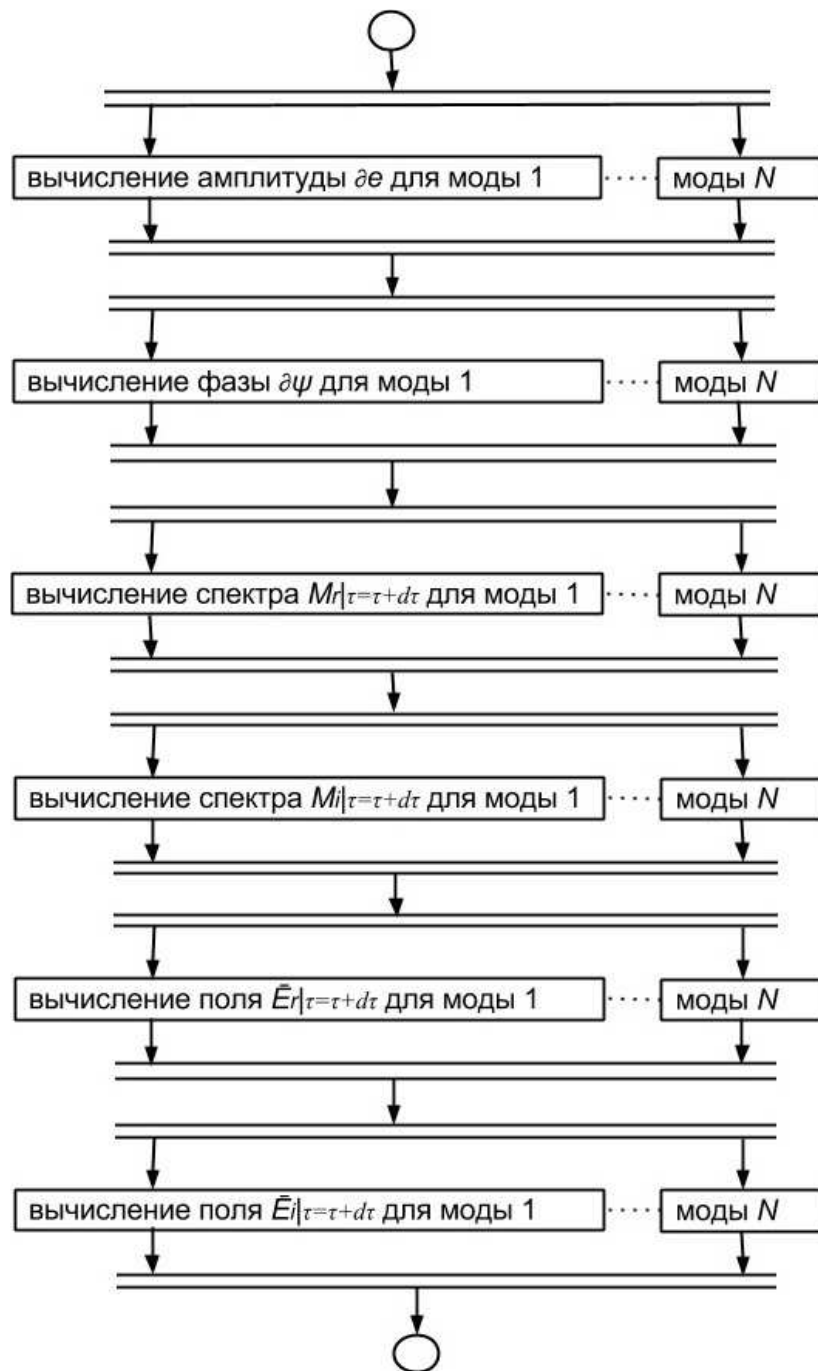


Рис.3 - Детализация вычисления значений амплитуды δe , фазы $\delta \psi$, спектра M , поля \vec{E} для положительных мод на GPU

4. Анализ и верификация моделей

Сравнение результатов вычислений на GPU и CPU. Наряду с параллельными вычислениями на GPU также выполняются непараллельные вычисления полностью на CPU (на одном ядре двоядерного AMD Athlon 64 X2 с частотой ядра 2.2ГГц) для сравнения результатов и времени их вычисления.

Сравнение результатов проводится по распределению ионов $S(\xi)$. Результаты вычислений на GPU и CPU отличаются на 1.5% в модели Силина и на 0% в модели Захарова. Сравнение результатов производится в момент времени $\tau = 24$ (модель Силина) и $\tau = 2.4$ (модель Захарова), когда энергия ионов, пропорциональная величине $\sum_s (d\xi_s / dt)^2$ уже не возрастает. Отличия между

случаями зависят от момента времени, с течением времени отличия возрастают.

Установлено, что скорость вычислений на GPU в 37 раз (модель Силина) и в 35 раз (модель Захарова) выше, чем на CPU. Однако стоит сделать поправку на то, что на CPU вычисления производятся на языке Java, который медленнее языка C, поэтому реальное ускорение на GPU по сравнению с CPU будет меньше полученного (для корректного сравнения скорости вычислений расчеты на CPU необходимо делать на языках C, C++). Если проводить сравнение по вычислительной мощности используемых GPU и CPU, то превосходство GPU составляет около 15 раз при практически одинаковой цене и энергопотреблении.

Определение шага метода Эйлера.

В модели Силина случаи $d\tau = 0.02; 0.01$ отличаются на 4% в момент времени $\tau = 24$. При дальнейшем уменьшении шага отличия уменьшаются. Необходимо остановиться на размере шага, при котором размер отличий $< 1\%$. Так, случаи $d\tau = 0.002; 0.001$ отличаются на 0.9%, поэтому выбран шаг $d\tau = 0.002$.

В модели Захарова случаи $d\tau = 0.002; 0.001$ отличаются на 4.6% в момент времени $\tau = 2.4$, случаи $d\tau = 0.001; 0.0005$ - на 1%, при дальнейшем уменьшении шага отличия находятся вблизи 1%, поэтому выбран шаг $d\tau = 0.001$.

Влияние начальных условий на распределение ионов. Начальные условия в основном определены видом ВЧ спектра, так как крупные частицы, моделирующие ионы распределены равномерно на интервале $-1/2 < \xi < 1/2$.

Изменяя начальное состояние ВЧ спектра, выбором разной реализации случайного распределения g , можно увидеть изменение картины распределения моделирующих частиц на интервале рассмотрения $-1/2 < \xi < 1/2$. Видно, что характер процесса образования каверн качественно не меняется.

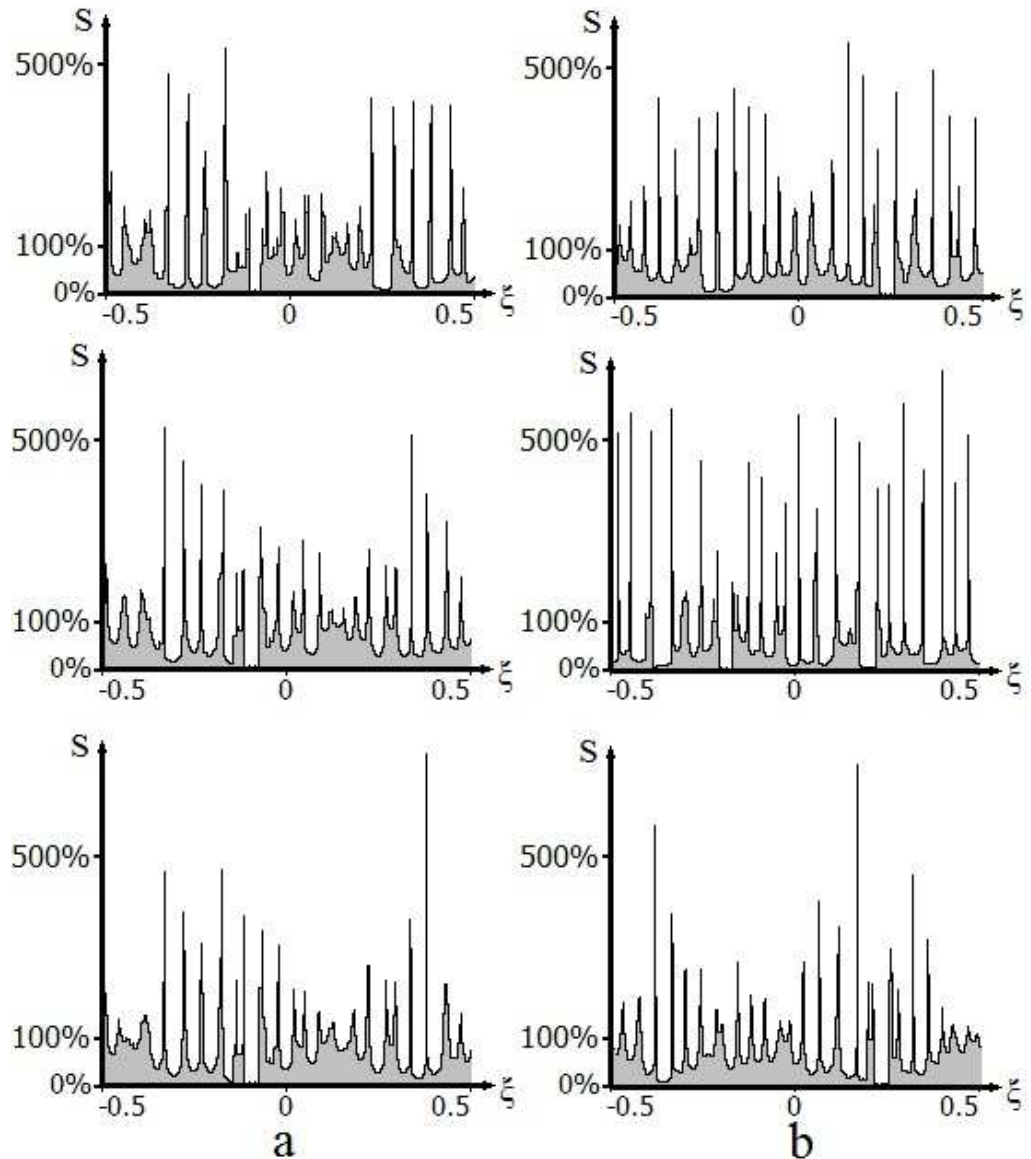


Рис.4. Распределение ионов $S(\xi)$ в зависимости от начальных условий (a - меняется начальная амплитуда e_{n0} , b - меняется начальная фаза $\psi_n|_{\tau=0}$ мод ВЧ спектра) в модели Силина

Надо отметить, что характер распределения крупных частиц - ионов практически подобен полученному для ионов в ранней работе [29] такому же распределению в гибридной модели Силина. То есть, качественно картина процесса в работе [29] и в настоящей работе подобны.

В модели Захарова также можно увидеть, что изменение начального состояния мод ВЧ спектра не меняет качественной картины процесса.

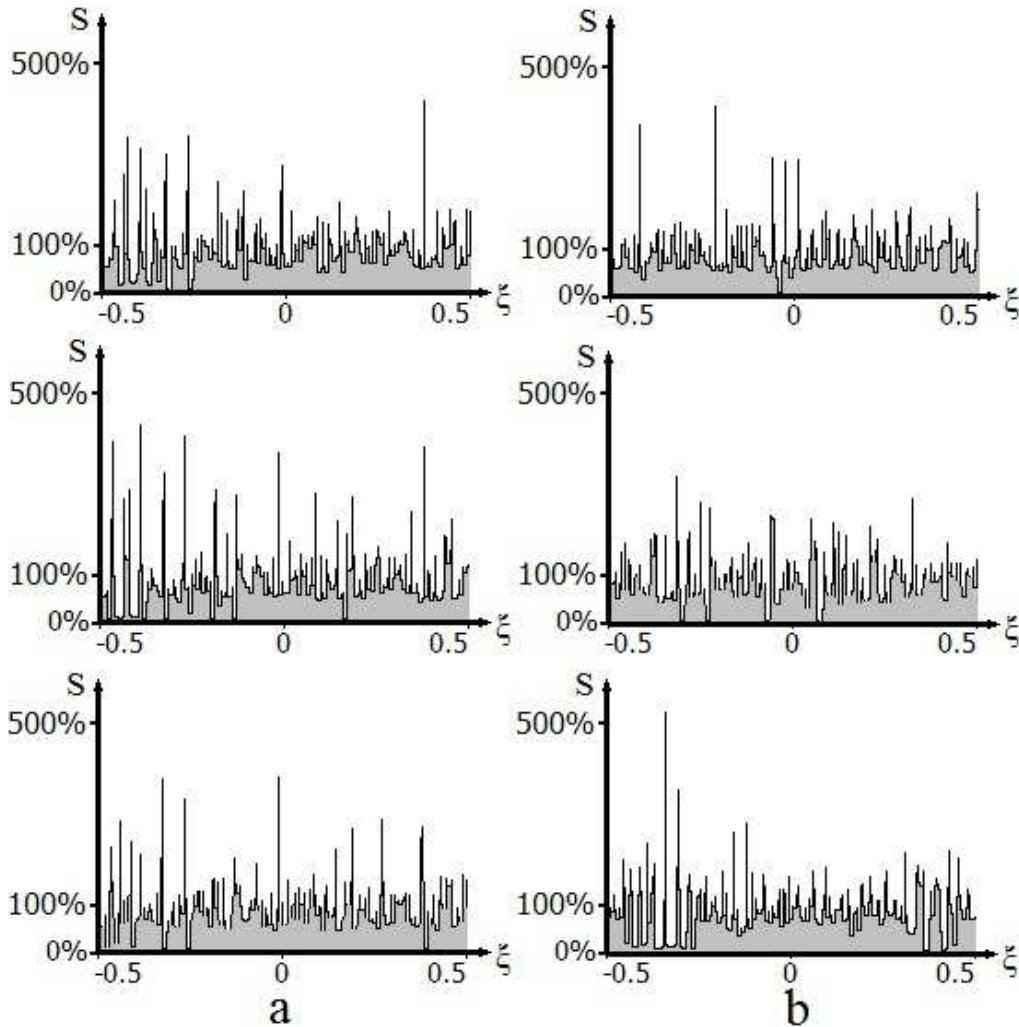


Рис.5. Распределение ионов $S(\xi)$ в зависимости от начальных условий (а - меняется начальная амплитуда e_{n0} , б - меняется начальная фаза $\psi_n|_{\tau=0}$ мод ВЧ спектра) в модели Захарова

В гибридной модели Захарова характер распределения крупных частиц - ионов практически подобен полученному для ионов в работе [30] такому же распределению. Это свидетельствует о совпадении качественной картины процесса в [30] и в данной работе. Причем для гидродинамической модели при тех же условиях авторы [30] получили более гладкое распределение, со значительно меньшим числом каверн. Как, впрочем, и в чисто кинетической модели с плотным спектром мод [31]. Поэтому возникает вопрос, не связано ли это с недостаточным числом частиц в описании гибридной модели.

Влияние числа моделирующих частиц на характер описания процесса. Рассмотрим, как изменяются результаты при различном числе моделирующих частиц модели Сирина $S=10^4; 2 \cdot 10^4; 3 \cdot 10^4$. В случае $S=2 \cdot 10^4$ начальные значения

фаз и амплитуд берутся из случая $S=10^4$ для общих мод $[-100;100]$ этих двух случаев. Для остальных мод $[-200;-100)$, $(100;200]$ начальные значения задаются случайными значениями по приведенным выше формулам. В случае $S=3 \cdot 10^4$ начальные значения фаз и амплитуд берутся из случая $S=2 \cdot 10^4$ для общих мод $[-200;200]$ этих случаев. Для остальных мод $[-300;-200)$, $(200;300]$ начальные значения задаются случайными.

В модели Сирина случаи $S=10^4; 2 \cdot 10^4$ отличаются между собой на 2.5%, случаи $S=2 \cdot 10^4; 3 \cdot 10^4$ - на 1.05% в момент времени $\tau = 24$.

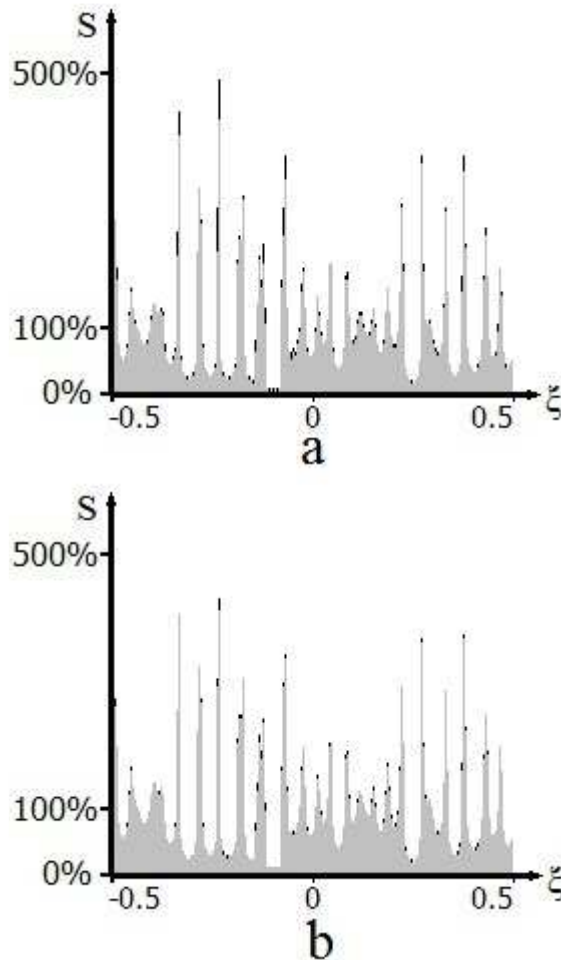


Рис.6. Сравнение результатов исследуемых случаев модели Сирина (а - случаев $S=10^4; 2 \cdot 10^4$, б - случаев $S=2 \cdot 10^4; 3 \cdot 10^4$). Общие значения показаны серым цветом, отличия показаны черным цветом

В модели Захарова случаи $S=10^4; 2 \cdot 10^4$ отличаются между собой на 5.7%, случаи $S=2 \cdot 10^4; 3 \cdot 10^4$ - на 0.3% в момент времени $\tau = 2.4$.

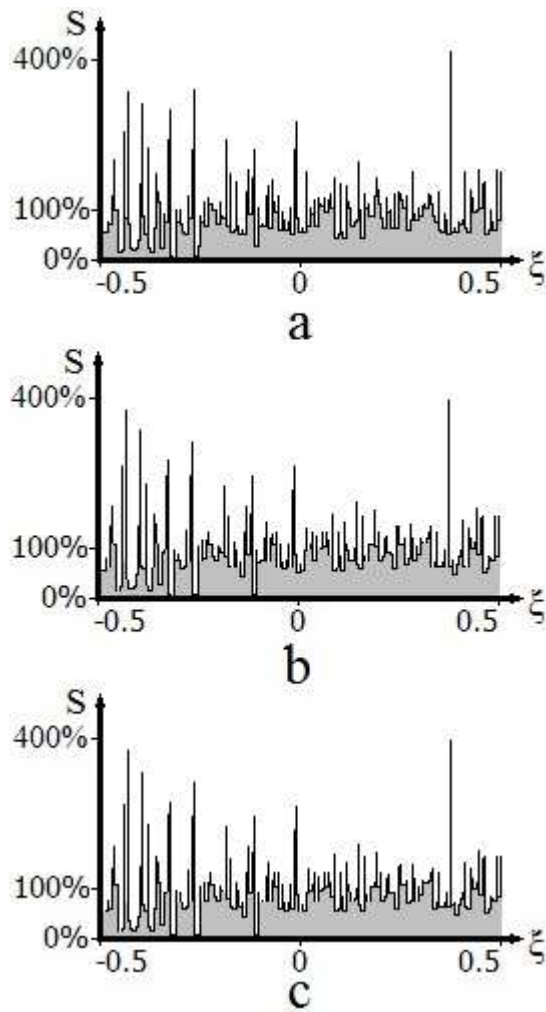


Рис.7. Распределение ионов $S(\xi)$ модели Захарова в момент времени $\tau = 2.4$ (а - число ионов $S = 10^4$, б - число ионов $S = 2 \cdot 10^4$, в - число ионов $S = 3 \cdot 10^4$)

Большая сходимость результатов от числа частиц обусловлена более быстрым развитием процесса, ибо точность расчетов при описании двух моделей оставалась прежней.

Влияние числа частиц на макроскопические характеристики процессов в модели Силина иллюстрируются рис.8 и рис.9.

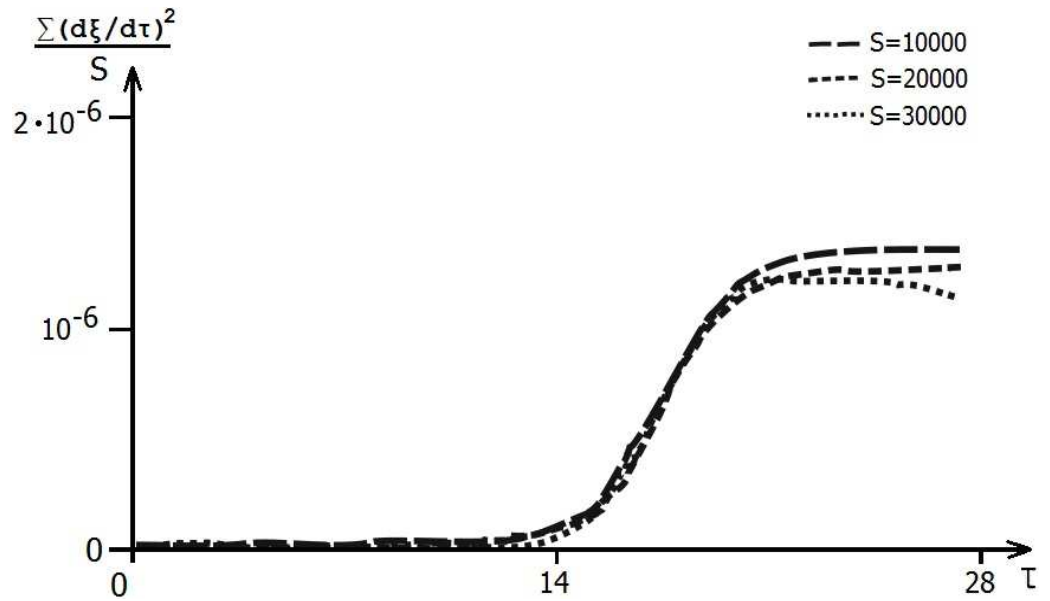


Рис.8. Изменение среднего значения $S^{-1} \sum (d\xi_s / dt)^2$ в модели Силына со временем для случаев $S = 10^4; 2 \cdot 10^4; 3 \cdot 10^4$

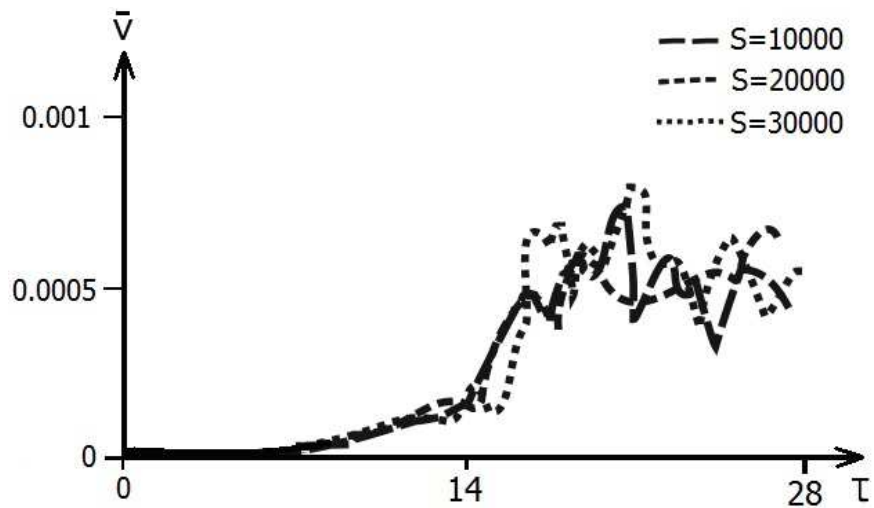


Рис.9. Изменение полуширины функции распределения ионов по скоростям в модели Силына со временем для случаев $S = 10^4; 2 \cdot 10^4; 3 \cdot 10^4$

Видно, что уже использование 20000 моделирующих частиц практически не меняет макроскопические характеристики результатов параметрической неустойчивости. Для модели Захарова отличия в описании процесса начиная с 20000 моделирующих частиц становятся незначительными, что иллюстрируют рис.10 и рис.11.

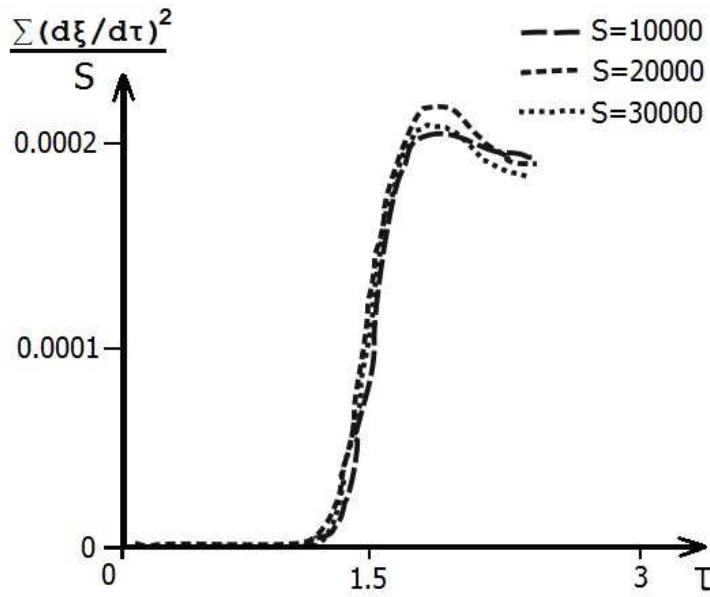


Рис.10. Изменение среднего значения $S^{-1} \sum_s (d\xi_s/dt)^2$ в модели Захарова со временем для случаев $S = 10^4; 2 \cdot 10^4; 3 \cdot 10^4$

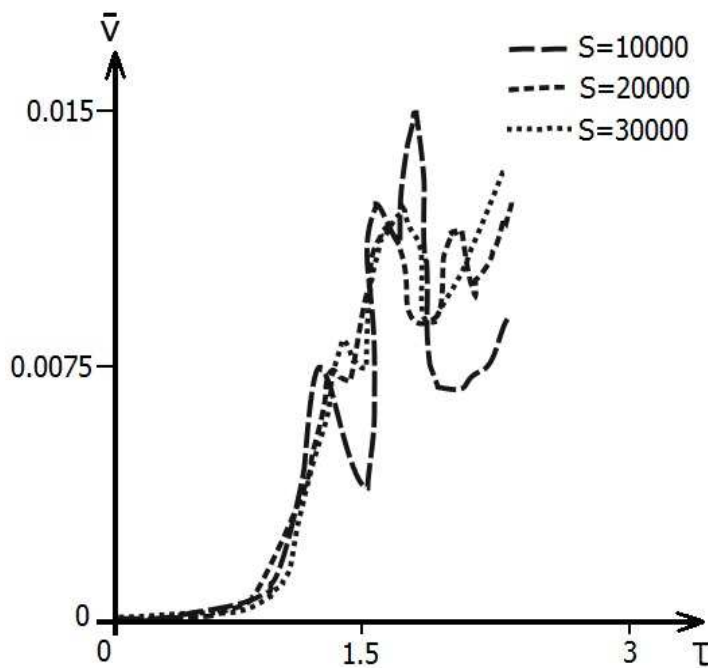


Рис.11. Изменение полуширины функции распределения ионов по скоростям в модели Захарова со временем для случаев $S = 10^4; 2 \cdot 10^4; 3 \cdot 10^4$

Некоторый разброс в величине полуширины функции распределения обусловлен неточностью измерения этой величины.

5. Выводы

Изучена динамика модуляционной неустойчивости ленгмюровских волн в плазме в рамках гибридных моделей Захарова и Силина, которые в отличие от прежних моделей описания дают возможность изучать динамику ионного компонента плазмы, что важно для решения проблемы нагрева плазмы в установках термоядерного синтеза. Показано, что изменение начального состояния мод ВЧ спектра не меняет качественной картины процесса. Разброс физически важных макроскопических характеристик численных экспериментов для разных начальных условий уменьшается при увеличении числа моделирующих частиц. Полученные результаты находятся в хорошем соответствии с результатами реальных экспериментов и согласуются с работами предшественников.

Создана система для численного моделирования, основанная на технологии CUDA. Разработан алгоритм параллельного вычисления уравнений моделей на графическом процессоре, за счет применения которого вычисления проведены с высокой скоростью без потери точности.

В дальнейшем в рамках представленных гибридных моделей, планируется детально исследовать передачу энергии поля ионам плазмы.

Автор выражает благодарность Куклину В.М. за постановку задачи, а также Мищенко В.О., Киричку А.В. и Карасю В.И. за внимание к работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Silin V.P., Ruhadze A.A. The electromagnetic properties of plasma and plasmlike media. – М.: Atomizdat, 1961. – 244P.
2. Basov N.G., Krohin O.N. Plasma heating condition by optical generator radiation. // JETP. – 1964. - V.46, N.1. - P.171-175.
3. Dawson J.M. On the production of plasma by giant pulse lasers // Phys. Fluids. – 1964. - Vol.7, №7. - P.981-987.
4. Paschinin P.P., Prokhorov A.M. Dense high-temperature plasma production by laser heating of the special gas target// JETP. – 1971. – V.60, N.5, – P.1630-1636.
5. Buts V.A., Lebedev A.N., Kurilko V.I. “The Theory of Coherent Radiation by Intense Electron Beams”. Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2006-322p.
6. Fainberg Ja.B. Plasma electronic //Ukr. Phys J. – 1978. – V. 23, N. 11. – P. 1885-1901; The some of Plasma Electronic Problems. // Fizika Plasmy – 1985. – V.11, N. 11.– P. 1398-1410.
7. Kuzelev M.V., Ruhadze A.A. Dense electron beam electrodynamic in Plasma. – М.: Nauka,- 1990. – 336p.
8. Shapiro V.D., Schevchenko V.I. Wave-particle interaction in nonequilibrium media // Izv. Vysov. Radiphis. – 1976. – V.19, N.5-6. – P.787-791.
9. Kondratenko A.N., Kuklin V.M./ Plasma electronic principles – М. : Energoatomizdat, 1988. – 320 P.
10. Silin V.P. Parametric resonance in plasma./ JETP. -1965. – Vol. 48? N6. – P. 1679-1691.
11. Zakharov V.E. Weak-turbulence spectrum in a plasma without a magnetic field //Sov. Phys. JETP. –1967. – Vol. 24(2), P.455-459 . The Instability of Waves in

- Nonlinear Dispersive Media // Sov. Phys. JETP. -1967. -Vol. 24. - P.740.
Collapse of Langmuir Waves // Sov. Phys. JETP. -1972. -Vol. 35(5). -P.908-914.
12. Kruer, W. L., Kaw P. K., Dawson J. M., Oberman C. Anomalous high-frequency resistivity and heating of a plasma// Phys. Rev. Lett. - 1970. - Vol.24, №18. - P.987-990,
 13. Aliev Ju.M., Silin V.P. Алиев Ю.М., Силин В.П. Oscillations theory of plasma, which situated in HF electromagnetic field. // JETP. - 1965. -V.48, N.3. - P.901-912.
 14. Gorbunov L.M., Silin V.P. On the plasma instability in strong HF field// JETP .- 1965. - V.49, N.6. - P.1973-1981.
 15. Silin V.P. Anomalous nonlinear dissipation HF radio-waves in plasma. //Uspech. Fiz. Nauk - 1972. - V 108, N. 4. - P. 625-654.
 16. Kruer W.L. Heating of underdense plasma by intense lasers. // Phys. Fluids. - 1973. - V.16, N.9. - P.1548-1550.
 17. Ivanov A.A., Nikulin M.G. Nonlinear interaction large amplitude Langmuir waves in collisionless plasma. // JETP .- 1973. - V.65, N.1, - P.168-174.
 18. Kim H.C., Stenzel 11, Wong A. Y. Development of "Cavitons" and Trapping of rf Field. II. // Phys. Rev. Lett. - 1974. - V. 33. - P. 886.
 19. Andreev N.E., Silin V.P., Stenchikov G.L. On saturation of plasma parametrical instability in strong electric field // Sov. Plasma Physics. - 1977. - Vol.3, №5. - P.1088-1096.
 20. Kovrignych L.M. The modulation instability and nonlinear waves in cold plasma. //Fizika Plasmy. - 1977.- V.3, N.5. - P. 1097-1105.
 21. Buchelnikova N.S., Matochkin E.P. Instability and damping 1D Langmuir waves. Reprint № 79-115. AN USSR , Inst. Nuclear Phys.- 1979. - 20P.
 22. Antipov S.V. et al. Quasi-soliton oscillations, allocated in density 'hollow' of magnetized plasma. //Pis'ma JETP. - 1976. - V. 23, N.11. - P. 613-616.
 23. Sagdeev R.Z., Shapiro V.D., Schevchenko V.I. Stron Wave dissipation in inhomogeneous plasma and ultrastrong plasma turbulence. // Fizika plasmy. - 1980. - V.6,N.3. - P. 377-386.
 24. Wong A.Y. and Cheung P.Y. Three-Dimensional Self-Collapse of Langmuir Waves. //Phys. Rev. Lett. - 1984.- V. 52. - P.1222-1228.
 25. Cheung P.Y., Wong A.Y. Nonlinear evolution of electron electron-beam-plasma interaction. // Phys. Fluids. -1985. - Vol. 28, №5. - P. 1538-1548.
 26. Karfidov D.M., Rubenchik A.M. et al. The excitation of strong Langmuir turbulence in plasma by electron beam. // JETP. - 1990. - V. 98, N.5(11). - P. 1592-1599.
 27. Zacharov V.E. et al. 3D Langmuir collapse kinetics// JETP .-1989. - V. 96, N.2. - P.591-603.
 28. Dawson J. M. Some Investigations of Plasma Instabilities in One-Dimensional Plasmas. - Princeton, N.J.: Princeton University, Plasma Physics Laboratory. - 1962. - P. 45.
 29. Chernousenko V.V., Kuklin.V.M., Panchenko I.P. The structure in nonequilibrium media. In book: The integrability and kinetic equations for solitons / AN USSR, ITPh. K. Nauk. Dumka, 1990. - 472p.

30. Clark K. L., Payne G. L. and Nicholson D. R. A hybrid Zakharov particle simulation of ionospheric heating //Phys. Fluids B, 1992.- V. 4, No. 3.- P.708-718.
31. P. Henri, F. Califano, C. Briand, A. Mangeney. Low energy Langmuir cavitons: asymptotic limit of weak turbulence. arXiv:1301.3090v2 [physics.plasm-ph] 15 Jan 2013.
32. Belkin E.V., Kirichok A.V., Kuklin V.M., Pryjmak A.V., Zagorodny A.G. Dynamics of ions during development of parametric instability of Langmuir waves // Вопросы атомной науки и техники. Серия «Плазменная электроника и новые методы ускорения». 2013, №8, с.260-266.
33. Kuklin V.M. Similarity of 1D Parametric Instability description of Langmuir waves. / The Journal of Kharkiv National University, physical series: Nuclei, Particles, Fields. – 2013. - №1041. - Iss.2(58). - P.20-32
34. Silin V.P. Parametric Influences of high-energy Radiation on Plasma.- Moscow: Nauka, 1973.
35. Dwight H.B. Tables of integrals and other mathematical data. (4 ed). - NY. - The Macmillan com. 1961, - 230p.
36. Kuklin V.M. Instability of intensive longitudinal oscillations and structures in plasma. //Proc. Contr. Papers. Int. Conf. on Plasma Physics. Kiev, apr.6-12. – 1987. – V.4. P.101-104; On new representation of well-known physical phenomena. // The Journal of Kharkiv National University. – 2012. – N 1017, physical series “Nuclei, Particles, Fields”, Issue 3/55. – P. 19-27.
37. Kuznetsov E.A. On averaged description of Langmuir waves in plasma // Sov. Plasma Physics. – 1976. - Vol.2, №2. - P. 327-333.
38. Marco Hutter. JCUDA. - jcuda.org, 2008 [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://jcuda.org/>. - Электрон. версия, 2008. - HTML формат.
39. Мишин А.В., Приймак А.В. Моделирование неустойчивости движущегося в плазме сгустка заряженных частиц. // Вестник Харьковского национального университета, – 2012. – № 1037. Сер. "Математическое моделирование. Информационные технологии. Автоматизированные системы управления", вып. 20. – С. 133-145.