

УДК 004.652

Математические основания реляционных баз данных. Часть 1: представления основных табличных операций

Н. Д. Кахута

Университет экономики и права «КРОК», Украина

Статья посвящена созданию фрагмента теории табличных алгебр, являющихся обобщением классических реляционных алгебр Кодда. Отличительной особенностью применяемой техники является использование свойств теоретико-множественных конструкций (полный образ множества относительно функции, ограничение функции по множеству, обобщенное прямое (декартово) произведение, бинарное отношение совместности функций) и их перенесение на табличный случай. Такое перенесение свойств возможно ввиду наличия простых представлений сигнатурных операций в терминах указанных теоретико-множественных конструкций.

Ключевые слова: реляционные алгебры Кодда, табличные алгебры, полный образ, ограничение, обобщенное прямое произведение, отношение совместности.

Стаття присвячена створенню фрагмента теорії табличних алгебр, які є узагальненням класичних реляційних алгебр Кодда. Особливістю застосовуваної техніки є використання властивостей теоретико-множинних конструкцій (повний образ множини відносно функції, обмеження функції за множиною, узагальнений прямий (декартів) добуток, бінарне відношення сумісності функцій) і їх перенесення на табличний випадок. Таке перенесення властивостей можливо через наявність простих зображень сигнатурних операцій в термінах зазначених теоретико-множинних конструкцій.

Ключові слова: реляційні алгебри Кодда, табличні алгебри, повний образ, обмеження, узагальнений прямий добуток, відношення сумісності.

Article is devoted to the creation of a fragment of the theory of table algebras, which are a generalization of the classical Codd's relational algebras. A distinctive feature of the technique is the use of set-theoretic properties of the some constructions (whole image of the set with respect to the function, restriction the function over the set, the generalized Cartesian product, a binary relation of functions consistency) and their transfer to the table case. The transfer is possible because simple representations of signature operations in terms of these set-theoretic constructions are hold.

Key words: Codd's relational algebras, table algebras, whole image, restriction, the generalized Cartesian product, consistency relation.

1. Введение

Статья посвящена созданию фрагмента теории табличных алгебр, построенных на основе классических реляционных алгебр Кодда. Отличительной особенностью применяемой техники является использование свойств теоретико-множественных конструкций и их перенесение на табличный случай.

2. Табличные алгебры: основные определения

Теория табличных алгебр формирует теоретический фундамент языков запросов современных табличных баз данных. Исследованию табличных алгебр посвящены работы [1-13]. Элементы носителя этих алгебр уточняют табличные (реляционные) структуры данных, а сигнатурные операции построены на базе

основных табличных манипуляций в реляционных алгебрах Кодда [14-20] и в SQL-подобных языках: сигнатурными операциями являются объединение, пересечение, разность, селекция, проекция, соединение (эквисоединение), активное дополнение, переименование и деление.

Сделаем несколько замечаний по форме изложения материала. Леммы, предложения, следствия, теоремы, формулы имеют сквозную нумерацию. Символ \square означает конец формулировки утверждения и конец доказательства, символ \square – конец логической части доказательства.

При рассмотрении структур данных абстрагируемся от различных доменов атрибутов (т.е. рассматриваем один универсальный домен), от специального значения NULL в доменах, а также от дубликатов строк таблиц, не имеющих первичного ключа (PRIMARY KEY) (по поводу этих аспектов см. [13, раздел 3, с. 125-183]). Для замкнутости текста приведем основные определения.

Уточим таблицы (реляции) в терминах именованных множеств [21-24]. Для этого зафиксируем два множества: A , элементы которого назовем *атрибутами*, и D – *универсальный домен*. Далее эти множества будут выступать в роли множеств имен и денотатов соответственно.

Произвольное (конечное) множество атрибутов $R \subseteq A$ назовем *схемой*. Схемы будем обозначать как R, R_1, R_2, \dots

Строкой схемы R называется именованное множество на паре R, D , проекция которого по первой компоненте равна R . Таким образом, строка схемы R – это функция вида $s : R \rightarrow D$. Строки будем обозначать как s, s_1, s_2, \dots .

Таблицей схемы R называется (конечное) множество строк той же схемы R . Таблицы будем обозначать как t, t_1, t_2, \dots . Множество всех строк (таблиц) схемы R обозначим через $S(R)$ (соответственно $T(R)$), а множество всех строк (таблиц) –

S (соответственно T). Таким образом, имеем $S \stackrel{def}{=} \bigcup_{R \subseteq A} S(R)$, $T(R) \stackrel{def}{=} 2^{S(R)}$,

$T \stackrel{def}{=} \bigcup_{R \subseteq A} T(R)$.

Здесь и всюду далее 2^X обозначает множество всех (конечных) подмножеств множества X .

Схема может быть пустой; при этом существует единственная строка пустой схемы, которая обозначается как ε . Отметим, что с семантической точки зрения пустая строка – всюду неопределенная функция (график такой функции пуст).

Носителем табличной алгебры является множество всех таблиц T . Зададим операции. Начнем с теоретико-множественных операций, которые используют только множественную структуру таблиц, отвлекаясь от функциональной структуры строк – элементов таблиц.

Определение 1. Под *объединением* \cup_R (*пересечением* \cap_R , *разностью* \setminus_R) *таблиц* схемы R понимается бинарная параметрическая частичная операция, получаемая ограничением теоретико-множественного объединения (соответственно пересечения и разности) на множество всех таблиц схемы R .

Таким образом, $\cup_R : T \times T \xrightarrow{\sim} T$, $dom \cup_R = T(R) \times T(R)$, $t_1 \cup_R t_2 \stackrel{def}{=} t_1 \cup t_2$, где $t_1, t_2 \in T(R)$; для пересечения и разности полностью аналогично. \square

Тут и далее стрелка вида $\xrightarrow{\sim}$ используется для записи частичных операций. Переходим к операции селекции.

Пусть $p : S \xrightarrow{\sim} \{true, false\}$ – вообще говоря, частичный предикат на множестве всех строк, где $true, false$ – логические значения истины и лжи соответственно.

Определение 2. Под *селекцией по предикату p* понимается унарная параметрическая операция σ_p , которая таблице сопоставляет ее подтаблицу, содержащую только те строки, на которых предикат p истинный.

Таким образом, $\sigma_p : T \rightarrow T$, $\sigma_p(t) \stackrel{def}{=} t \cap p^{-1}true$, где $p^{-1}true$ – соответствующий полный прообраз – множество всех строк, на которых предикат истинный (точнее надо было бы писать $p^{-1}(\{true\})$). \square

Отметим, что на рассматриваемом уровне абстракции структура предикатов-параметров селекции не конкретизируется.

Теперь переходим к специальным операциям, которые используют (функциональную) структуру элементов таблиц – структуру именных множеств.

Пусть $X \subseteq \mathcal{A}$ – (конечное) множество атрибутов.

Определение 3. Под *проекцией по множеству атрибутов X* понимается унарная параметрическая операция π_X , значениями которой выступают таблицы, состоящие из ограничений по множеству атрибутов X всех строк исходных таблиц.

Таким образом, $\pi_X : T \rightarrow T$, $\pi_X(t) \stackrel{def}{=} \{s \mid X \mid s \in t\}$. \square

Здесь и далее $s \mid X$ – ограничение строки s по множеству X , которое понимается стандартно: $s \mid X \stackrel{def}{=} s \cap X \times \mathbf{D}$. Полностью аналогично вводится ограничение бинарного отношения по множеству: $U \mid X \stackrel{def}{=} U \cap X \times \pi_2^2 U$.

Определение 4. Под *соединением* понимается бинарная операция \otimes , значениями которой являются таблицы, состоящие из всевозможных объединений совместных строк таблиц-аргументов.

Таким образом, $\otimes : T \times T \rightarrow T$, $t_1 \otimes t_2 \stackrel{def}{=} \{s_1 \cup s_2 \mid s_1 \in t_1 \ \& \ s_2 \in t_2 \ \& \ s_1 \approx s_2\}$. \square

Здесь и всюду далее \approx – бинарное отношение совместности бинарных отношений (в частности, функций и строк):

$$U_1 \approx U_2 \stackrel{def}{\Leftrightarrow} U_1 \mid X = U_2 \mid X,$$

где $X = \pi_1^2 U_1 \cap \pi_1^2 U_2$ – пересечение проекций по первой компоненте исходных бинарных отношений.

Рассматривая определение соединения, следует учитывать, что в общем случае при объединении функций свойство функциональности нарушается (это показывается на простых примерах). Поэтому для обоснования корректности определения операции соединения надо учесть функциональность объединения совместных функций ([13, подраздел 2.7, лемма 2.7.1]).

В этой операции атрибуты несут семантическую нагрузку: из равенства атрибутов должно вытекать равенство значений этих атрибутов в строках, которые формируют результат соединения.

Непосредственно из определения вытекает, что $t_1 \otimes t_2 = \{s \in S(R_1 \cup R_2) \mid s \upharpoonright_{R_1} \in t_1 \ \& \ s \upharpoonright_{R_2} \in t_2\}$, где $t_1 \in T(R_1)$, $t_2 \in T(R_2)$. Именно так вводится соединение под названием *естественного соединения* либо *эквисоединения* в [25, подраздел 2.4].

Пусть R_1, R_2 – схемы, причем $R_2 \subseteq R_1$.

Определение 5. Под *делением таблиц* схемы R_1 на таблицы схемы R_2 понимается бинарная параметрическая частичная операция $\div_{R_2}^{R_1}$ с областью определенности $T(R_1) \times T(R_2)$, значения которой задаются выражением:

$$t_1 \div_{R_2}^{R_1} t_2 \stackrel{\text{def}}{=} \{s \in \pi_{R_1 \setminus R_2}(t_1) \mid \{s\} \otimes t_2 \subseteq t_1\}, \text{ где } t_1 \in T(R_1), t_2 \in T(R_2). \square$$

Операция активного дополнения вводится, следуя [25]. Активное дополнение аппроксимирует в некотором смысле теоретико-множественное дополнение (подробности см. в [13, подраздел 2.2]). Для введения активного дополнения понадобится несколько вспомогательных понятий.

Определение 6. Пусть A – атрибут, t – таблица схемы R , тогда $D_{A,t} \stackrel{\text{def}}{=} \{d \mid \exists s(s \in t \ \& \ \langle A, d \rangle \in s)\}$ – *активный домен атрибута* A относительно таблицы t (по терминологии [25, подраздел 2.1, с. 20]). \square

Определение 7. Положим по определению $C(t) \stackrel{\text{def}}{=} N_{A \in R} D_{A,t}$, причем для пустой таблицы (пустого множества строк) надо выбрать непустую схему, где, как и ранее, R – схема таблицы t . \square

Здесь N – оператор построения семейства всех именных множеств, отвечающих индексированию; дадим общее определение.

Зафиксируем множества V и Σ , где множество V выступает в роли множества *имен*, а множество Σ – множества *денотатов*.

Пусть $\{\Sigma_v\}_{v \in U}$ (т.е. $v \mapsto \Sigma_v$) – некоторое индексирование подмножеств денотатов $\Sigma_v \subseteq \Sigma$ именами (конечного) множества имен $U \subseteq V$.

Определение 8. Под *именным множеством, отвечающим* данному индексированию, понимается именованное множество на паре $U, \bigcup_{v \in U} \Sigma_v$, проекция

которого по первой компоненте совпадает с множеством U , а значение (денотат) любого имени $v \in U$ входит в множество Σ_v . \square

Семейство всех таких именных множеств обозначим как $N \Sigma_v$. Положим по определению, что существует единственное именованное множество, которое отвечает всюду неопределенному индексированию, – пустое именованное множество

ε . Таким образом, $N \Sigma_v \stackrel{def}{=} \{\varepsilon\}$.

Отметим, что так введенный оператор построения семейства всех именных множеств, отвечающих индексированию, по сути совпадает с теоретико-множественной конструкцией обобщенного прямого (декартова) произведения – $N \Sigma_v = \prod_{v \in U} \Sigma_v$ (см., например, [26]).

Следуя [27, 28] $C(t)$ – называется *насыщением таблицы* t . Нетрудно проверить, что $C(t)$ – таблица той же схемы, что и исходная таблица.

Отметим, что насыщение таблицы семантически близко прямоугольному замыканию бинарного отношения [29].

Определение 9. Под *активным дополнением* понимается унарная операция \sim , которая таблице сопоставляет дополнение до ее насыщения.

Таким образом, $\sim: T \rightarrow T$, $\tilde{t} \stackrel{def}{=} C(t) \setminus t$. \square

Под *переименованием* понимается унарная, вообще говоря, частичная параметрическая операция $Rt_\xi: T \xrightarrow{\sim} T$, где параметром выступает отображение $\xi: A \xrightarrow{\sim} A$ – инъективное отображение на множестве атрибутов, которая только переименовывает атрибуты таблиц-аргументов (согласно отображения-параметра ξ).

Формальное определение переименования требует дополнительных понятий. Начнем с содержательных соображений. Переименование таблицы – это переименование всех атрибутов ее схемы; поэтому переименование таблицы сводится к переименованию ее строк; причем два этих переименования связаны между собой конструкцией полного образа. В свою очередь переименование строки – это переименование только первых компонент пар – элементов строки. Перейдем к точным определениям.

Пусть $\eta: A \rightarrow A$ – некоторая тотальная функция переименования атрибутов, вообще говоря, неинъективная.

Семейство всех (конечных) бинарных отношений на паре множеств A, D обозначим через S' (отметим, что множество всех строк S совпадает с множеством всех (конечных) функциональных бинарных отношений на паре множеств A, D ; т.е. $S \subseteq S'$).

Определение 10. Под *переименованием строк*, отвечающим функции переименования атрибутов η , понимается отображение

$$Rs_\eta: S \rightarrow S', Rs_\eta(s) \stackrel{def}{=} \{ \langle \eta(A), s(A) \rangle \mid A \in \pi_1^2(s) \}, Rs_\eta(\varepsilon) = \varepsilon. \square$$

Очевидно, что при таком переименовании строк может нарушиться свойство функциональности строк.

Теперь потребуем, чтобы функция переименования атрибутов η имела следующую структуру: зафиксируем инъективную частичную функцию вида

$$\xi: A \xrightarrow{\sim} A \text{ и положим } \eta \stackrel{def}{=} \xi \cup \text{id}_{A \setminus \text{dom} \xi}.$$

Здесь и далее $\text{id}_X: X \rightarrow X$ – диагональ на множестве X (тождественная функция).

Содержательно говоря, атрибуты множества $\text{dom} \xi$ переименовываются, а разности $A \setminus \text{dom} \xi$ – остаются неизменными. Приведенное уточнение отвечает ситуации, когда глобально переименовывается только часть атрибутов таблиц базы данных, а остальные атрибуты остаются неизменными.

Отметим, что $\eta \neq \xi$ при условии тотальности функции ξ .

Определение 11. Схему R назовем ξ -допустимой, если $\xi[R] \cap (R \setminus \text{dom} \xi) = \emptyset$, где $\xi[R] \stackrel{def}{=} \{A \mid \exists B (B \in R \ \& \ \xi(B) \simeq A)\}$ – полный образ схемы R относительно отображения ξ . \square

Здесь и далее \simeq – обобщенное равенство (сильное равенство Клини) [30].

Множество всех таблиц ξ -допустимых схем обозначим через T_ξ . Нетрудно проверить, что при переименовании строк ξ -допустимых схем свойство функциональности не нарушается (см. [13, подраздел 2.14, леммы 2.14.1, 2.14.2]).

Определение 12. Под переименованием, отвечающим инъективной частичной функции переименования атрибутов $\xi: A \xrightarrow{\sim} A$, понимается унарная параметрическая операция Rt_ξ с областью определенности T_ξ , значения которой задаются равенством:

$$Rt_\xi(t) = Rs_\eta[t], \quad t \in T_\xi,$$

где, как и ранее, $\eta = \xi \cup \text{id}_{A \setminus \text{dom} \xi}$, в правой части последнего равенства записан полный образ таблицы-аргумента. \square

Положим по определению

$$\Omega_{P, \Xi} \stackrel{def}{=} \left\{ \cup_R, \cap_R, \setminus_R, \sigma_P, \pi_X, \otimes, \div_{R_2}^{R_1}, Rt_\xi, \sim \right\}_{X, R, R_1, R_2 \subseteq A}^{p \in P, \xi \in \Xi}$$

где P, Ξ – множества параметров (для операций селекции и переименования соответственно).

Определение 13. Частичную (параметрическую) алгебру $\langle T; \Omega_{P, \Xi} \rangle$ назовем *табличной алгеброй*. \square

Отметим, что деление и пересечение являются производными (по суперпозиции, без использования константных таблиц) относительно других сигнатурных операций (по поводу проблематики взаимной производности сигнатурных операций табличных алгебр см. [7, раздел 4; 13, подраздел 2.17, с. 97-124]).

При рассмотрении таблиц и их схем необходимо учитывать следующие особенности. Пустое множество строк, очевидно, является таблицей; назовем ее *пустой таблицей* и обозначим как t_{\emptyset} .

Поскольку существует единственное именованное множество на паре \emptyset, D – а именно пустое именованное множество ε , то существует и единственная строка схемы $\emptyset - \varepsilon$, т.е. $S(\emptyset) = \{\varepsilon\}$.

Что касается таблиц пустой схемы \emptyset , то их существует две – t_{\emptyset} и $t_{\varepsilon} \stackrel{def}{=} \{\varepsilon\}$. Действительно, $T(\emptyset) = 2^{S(\emptyset)} = \{\emptyset, \{\varepsilon\}\} = \{t_{\emptyset}, t_{\varepsilon}\}$.

Наконец, очевидно, что по непустой таблице ее схема восстанавливается однозначно, а пустой таблице t_{\emptyset} можно приписать любую схему в том смысле, что $t_{\emptyset} \in T(R)$ для любой схемы R (подчеркнем еще раз, что специальная таблица t_{ε} имеет единственную схему – \emptyset).

Последнее утверждение можно записать и в такой форме

$$\forall R_1 R_2 (R_1 \neq R_2 \Rightarrow T(R_1) \cap T(R_2) = \{t_{\emptyset}\}).$$

3. Представления сигнатурных операций табличной алгебры

Основные сигнатурные операции табличных алгебр имеют естественные простые представления в терминах теоретико-множественных конструкций; именно эти представления и позволяют относительно просто перенести свойства полного образа, ограничения, обобщенного прямого произведения и других конструкций на табличный случай.

В следующем утверждении все обозначения используются в смысле монографии [13].

Предложение 1 (о представлениях основных сигнатурных операций табличных алгебр). Операции табличных алгебр имеют следующие представления:

1) $\pi_X(t) = \hat{\uparrow} X[t]$, где $\hat{\uparrow} X : S \rightarrow S$, $\hat{\uparrow} X(s) = s | X$ (представление проекции через полный образ таблицы-аргумента относительно ограничения);

2) $t_1 \otimes t_2 = \bar{\cup}[t_1 \times t_2]$, где $\bar{\cup} : S \times S \xrightarrow{\sim} S$, $dom \bar{\cup} = \{ \langle s_1, s_2 \rangle \mid s_1 \approx s_2 \}$, $s_1 \bar{\cup} s_2 = s_1 \cup s_2$ для всех $\langle s_1, s_2 \rangle \in dom \bar{\cup}$ (представление соединения через полный образ декартового произведения таблиц-аргументов относительно частичной операции объединения совместных строк);

3) $C(t) = \prod_{A \in R} D_{A,t}$, где $D_{A,t} \stackrel{def}{=} \{d \mid \exists s (s \in t \wedge \langle A, d \rangle \in s)\}$ – активный домен атрибута A относительно таблицы t , как и ранее R – схема таблицы t (представление насыщения через обобщенное прямое произведение для индексирования, сопоставляющего атрибуту схемы таблицы-аргумента его активный домен относительно таблицы-аргумента);

4) $Rt_{\xi}(t) = Rs_{\eta}[t]$, где $\overset{def}{z} = \xi \cup \text{Id}_{A \setminus \text{dom} \xi}$, $t \in T_{\xi}$ (представление переименования через полный образ таблицы-аргумента относительно переименования строк). \square

Доказательство. Эти представления и доказательства их корректности приведены в монографии [13, раздел 2]: для проекции это [13, подраздел 2.2], для соединения – [13, подраздел 2.7], для насыщения – [13, подраздел 2.1], для переименования – [13, подраздел 2.1]. \square

Итак, установлены представления основных операций табличных алгебр через теоретико-множественные конструкции полного образа, ограничения и (обобщенного) прямого произведения. Подчеркнем еще раз, что наличие этих представлений позволяет получать свойства табличных операций в качестве следствий свойств указанных теоретико-множественных конструкций. Это будет сделано в следующем разделе работы.

4. Основные результаты

Установлены представления сигнатурных операций табличных алгебр: проекции, соединения, насыщения, переименования в терминах полного образа множества относительно ограничения функции, ограничения и (обобщенного) прямого произведения (предложение 1).

5. Заключение

В работе построен содержательный фрагмент теории табличных алгебр. Основная особенность используемой техники заключается, во-первых, в установлении естественных представлений сигнатурных операций этих алгебр в терминах теоретико-множественных конструкций полного образа, ограничения, обобщенного прямого соединения, отношения совместности и, во-вторых, в переносе свойств указанных конструкций на табличный случай.

Такому переносу будет посвящена вторая часть работы.

Это демонстрирует мощь используемого аппарата и, по мнению автора, этот теоретико-множественный аппарат может успешно применяться и в других областях.

Отметим, что применение указанных представлений дало возможность не только исследовать операции табличных алгебр, но и построить так называемую обобщенную табличную алгебру снятием требований конечности схем таблиц, самих таблиц и ограничения односхемности строк одной таблицы.

Отметим также, что многие аспекты реальных табличных систем управления базами данных (например, наличие дубликатов строк в таблицах, агрегатные функции, внешние соединения) не нашли своего отражения в табличных алгебрах, поэтому сама модель требует расширения. Это будет предметом рассмотрения в следующих работах.

ЛИТЕРАТУРА

1. Брона Ю.Й. Основні співвідношення в табличних алгебрах // Вісник Київського університету. Сер.: фіз.-мат. науки. – 1997. – Вип. 3. – С. 143-148.

2. Брона Ю.Й. Оптимізація обчислення запитів у реляційних базах даних // Питання оптимізації обчислень: міжнародна конференція, 6-8 жовтня 1997 р., Київ, ІК ім. В.М. Глушкова НАНУ: праці. – 1997. – С. 45-49.
3. Брона Ю.Й. Умови декомпозиції без втрат у реляційних базах даних // Застосування обчислювальної техніки, математичного моделювання та математичних методів у наукових дослідженнях: IV всеукраїнська наукова конференція, 23-25 вересня 1997 р., Львів, Львівський університет: тези. – 1997. – С. 15.
4. Буй Д.Б., Брона Ю.Й. Взаємна незалежність операцій реляційних алгебр // Застосування обчислювальної техніки, математичного моделювання та математичних методів у наукових дослідженнях: всеукраїнська наукова конференція, 19-21 вересня 1995 р., Львів, Львівський університет: тези. – 1995. – С. 18.
5. Буй Д.Б., Брона Ю.Й. Операторы замыкания в теории реляционных баз данных // Тезисы докладов XI Международной конференции по проблемам теоретической кибернетики. Под ред. С.В. Яблонского. – Ульяновск: Изд-во СВНЦ. – 1996. – С. 29-30.
6. Буй Д.Б., Брона Ю.Й. Теоретико-множинні конструкції в теорії реляційних баз даних // Вісник Київського університету. Сер.: фіз.-мат. науки. – 1996. – Вип. 1. – С. 216-224.
7. Буй Д.Б. Теорія програмних алгебр композиційного типу та її застосування: дисертація доктора фізико-математичних наук: 01.05.03 – математичне та програмне забезпечення обчислювальних машин і систем / Буй Дмитро Борисович. – Київ, 2002. – 365 с.
8. Редько В.Н., Брона Ю.Й., Буй Д.Б. Информационный аспект Case-технологий: основные соотношения в табличных алгебрах // Проблемы программирования. – 1997. – Вып. 1. – С. 5-11.
9. Редько В.Н., Брона Ю.Й., Буй Д.Б. К основаниям теории реляционных баз данных: табличные алгебры. – Киев: Київський університет, 1996. – 105 с. – Рус. – Деп. в ГНТБ України 11.11.96, №3189УК-96.
10. Редько В.Н., Буй Д.Б. К основаниям теории реляционных моделей баз данных // Кибернетика и системный анализ. – 1996. – № 4. – С. 3-12.
11. Редько В.Н., Брона Ю.Й., Буй Д.Б. Реляционные алгебры: операции проекции и соединения // Кибернетика и системный анализ. – 1997. – № 4. – С. 89-100.
12. Редько В.Н., Брона Ю.Й., Буй Д.Б. Реляционные алгебры: операции деления и переименования // Кибернетика и системный анализ. – 1997. – № 5. – С. 3-15.
13. Реляційні бази даних: табличні алгебри та SQL-подібні мови / В.Н. Редько, Ю.Й. Брона, Д.Б. Буй, С.А. Поляков. – Київ: Видавничий дім „Академперіодика”, 2001. – 198 с.
14. Codd E.F. A Relational Model of Data for Large Shared Data Banks // Communications of the ACM. – 1970. – Vol. 13, № 6. – P. 377-387.
15. Codd E.F. A Data Base Sublanguage Founded on the Relational Calculus // ACM-SIGFIDET Workshop on Data Description, Access and Control: international

- conference, November 11-12, 1971, San Diego, California: proceedings. – 1971. – P. 35-68.
16. Codd E.F. Normalized Data Base Structure: A Brief Tutorial // ACM-SIGFIDET Workshop on Data Description, Access and Control: international conference, November 11-12, 1971, San Diego, California: proceedings. – 1971. – P. 1-17.
 17. Codd E.F. Further Normalization of Data Base Relational Model // Data Base Systems. – 1972. – P. 33-64.
 18. Codd E.F. Relational Completeness of Data Base Sublanguages // Data Base Systems. – 1972. – P. 65-93.
 19. Codd E.F. Relational Database: A Practical Foundation for Productivity // Communications of the ACM. – 1982. – Vol. 25, № 2. – P. 109-117.
 20. Codd E.F. The Relational Model for Database Management [2-nd edition] – Pearson:Addison-Wesley, 1990. – 538 p.
 21. Редько В.Н. Композиции программ и композиционное программирование // Программирование. – 1978. – №5. – С. 3-24.
 22. Редько В.Н. Основания композиционного программирования // Программирование. – 1979. – №3. – С. 3-13.
 23. Редько В.Н. Семантические структуры программ // Программирование. – 1981. – № 1. – С. 3-19.
 24. Редько В.Н. Основания программологии // Кибернетика и системный анализ. – 2000. – № 1. – С. 33-57.
 25. Мейер Д. Теория реляционных баз данных. – Москва: Мир, 1987. – 608 с.
 26. Куратовский К. Топология: В 2 т. – Москва: Мир, 1966. – Т. 1. – 594 с.
 27. Цаленко М.Ш. Моделирование семантики в базах данных. – Москва: Наука, 1989. – 288 с.
 28. Цаленко М.Ш. Семантические и математические модели баз данных. – Москва: ВИНТИ, 1985. – 207 с.
 29. Риге Ж. Бинарные отношения, замыкания, соответствия Галуа // Кибернетический сборник: сборник переводов. – Москва: ИЛ, 1963. – Вып. 7. – С. 129-185.
 30. Катленд Н. Вычислимость. Введение в теорию рекурсивных функций. – М.: Мир, 1983. – 256 с.