

Математичне моделювання динаміки та аеродинаміки транспортного засобу на надпровідних магнітах

А. В. Сохацький

Академія митної служби України, м. Дніпропетровськ, Україна

The report is devoted to linked solution of aerodynamics and dynamics of movement of vehicle on the super-conducting magnets. For calculations of aerodynamic leading the method of discrete vortexes is used. The dynamic equations of vehicle's movement contain some components of magnetic forces and moments. As a result of numerical solution, the dependencies of the angle of pitch and distance from vehicle to the ground structure as a function of time are received

1. Загальна постановка задачі та її актуальність

Вирішення наукових проблем, що виникають при створенні сучасних висошвидкісних транспортних засобів вимагає застосування математичного апарату. Чисельне розв'язування диференціальних та інтегро-диференціальних рівнянь дозволяє знайти шляхи оптимізації їх технічних параметрів. Однією з важливих задач є забезпечення оптимальних динамічних характеристик. Вважається, що підвіс перспективних магнітолевітуючих транспортних засобів буде базуватися на дії електродинамічної левітації з використанням надпровідних магнітів [1,2]. Наявність близько розміщеної шляхової структури накладає певні вимоги на параметри стійкості та керованості такого транспортного засобу. Обмежуються величини відхилення параметрів руху, таких як кути тангажу, крену та ковзання, відстань до шляхової структури та інші.

Традиційно задачі аеродинаміки та динаміки руху розв'язуються окремо одна від одної. Вирішення ж сумісної задачі аеродинаміки та динаміки руху є надзвичайно важливою проблемою сьогодення. Тому виникає потреба в розробці ефективних методик розв'язування такої сумісної задачі та досконалого дослідження динаміки руху транспортних засобів на надпровідних магнітах

2. Метод розв'язування сумісної задачі динаміки та аеродинаміки

Для дослідження поздовжньої стійкості магнітолевітуючого транспортного засобу використано систему диференціальних рівнянь руху [3],

$$m \left(\frac{d\vec{V}}{dt} + \vec{\omega} \times \vec{V} \right) = \vec{F},$$

$$\frac{d\vec{K}}{dt} + \vec{\omega} \times \vec{K} = \vec{M} \quad (1)$$

де \vec{V} -вектор швидкості транспортного апарату, \vec{F} -головний вектор зовнішніх сил, \vec{M} -головний момент зовнішніх сил, $\vec{\omega}$ -вектор швидкості обертання зв'язаних з транспортним апаратом осей, \vec{K} - момент кількості руху.

Для замикання системи рівнянь руху транспортного засобу її необхідно доповнити кінематичними співвідношеннями

$$\begin{aligned}\frac{d\psi}{dt} &= \frac{1}{\cos \vartheta} (\omega_y \cos \gamma - \omega_z \sin \gamma), \\ \frac{d\vartheta}{dt} &= \omega_y \sin \gamma + \omega_z \cos \gamma, \\ \frac{d\gamma}{dt} &= \omega_x - \operatorname{tg} \vartheta (\omega_y \cos \gamma - \omega_z \sin \gamma),\end{aligned}\quad (2)$$

де ψ – кут ристання, γ – кут крену, ϑ – кут тангажу.

Для визначення відстані до шляхової структури необхідно інтегрувати наступне рівняння

$$\frac{dh}{dt} = V_x \sin \vartheta + V_y \cos \vartheta \cos \gamma - V_z \cos \vartheta \sin \gamma. \quad (3)$$

Величину левітаційних електромагнітних сил, що виникають при русі транспортного засобу над суцільним струмопровідним полотном визначимо за виразом [2]

$$F_L = F_1 \left[1 - \left(1 + \frac{V^2}{\omega^2} \right)^{-n_1} \right], \quad (4)$$

де F_1 - фиктивна підйомна сила, що діє на соленоїд; n_1 – коефіцієнт, який визначається геометрією соленоїда;

У відповідності з роботою [2] силу F_1 та параметр ω визначаємо за формулами

$$\begin{aligned}F_1 &= \frac{\mu_0 N^2 i_c^2 (a+b)}{2\pi h} \eta, \\ \omega &= \frac{2}{\mu_0 \sigma \delta},\end{aligned}$$

де N – число витків соленоїда; i_c - струм в соленоїді; a, b - розміри соленоїда уздовж осей OX, OY ; h - відстань між магнітом транспортного засобу та суцільним струмопровідним полотном.

Коефіцієнт η визначається емпіричним шляхом, але в роботі [2] запропонована апроксимаційна формула

$$\eta = \left(1 - K \frac{2h}{a} \right),$$

$$\text{де } K = 0,42 + 0,6 \frac{a}{b} - 0,0775 \left(\frac{a}{b} \right)^2.$$

Чисельне розв'язування системи диференціальних рівнянь (1-3) проведено методом Ейлера.

Для визначення аеродинамічних навантажень необхідно розв'язати зовнішню задачу Неймана [5] рівняння Лапласа. Для цього представляємо транспортний засіб, що рухається в суцільному середовищі у вигляді несучої поверхні σ_1 з якої сходиться нестационарний слід σ_2 по кривій L .

Нехай несуча поверхня σ_1 транспортного засобу знаходиться в нестационарному полі швидкостей

$$U_0(V, t) = \text{grad } u_0(V, t),$$

де $\bar{U}_0(V, t)$ -гармонічна функція по усьому простору у будь який момент часу. Поверхня σ_2 є поверхнею розриву дотичних швидкостей і на ній повинні виконуватися умова

$$p^+(M, t) - p^-(M, t) = 0, \quad V_n^+(M, t) = V_n^-(M, t), \quad M \in \sigma_2,$$

де p, V - тиск та швидкість з однієї та іншої сторони поверхні σ_2 .

Так як середовище є суцільним то в кожний наступний момент часу τ в будь якій точці $M(s)$ кривої L сходиться частинка рідини на якій є розриви дотичних швидкостей і яка займає положення $M(s, \tau, t)$. Причому ця частинка рідини рухається зі швидкістю потоку в даній точці $M(s, \tau, t)$. Таким чином нестационарний слід σ_2 в момент часу t представляє собою поверхню точок $M(s, \tau, t)$, що рухається з швидкістю $\bar{V}(M(s, \tau, t))$. З цього слідує, що для знаходження поверхні σ_2 необхідно розв'язати наступну систему диференціальних рівнянь

$$\frac{d\bar{r}}{dt} = \bar{V}(M(s, \tau, t)), \quad s \in [0, 1], \quad \tau \in [0, t], \quad t \geq \tau. \quad (5)$$

При цьому повинні виконуватися початкові умови $\bar{r}(s, \tau, t) = \bar{r}_{M(s, \tau, t)}$. Це означає, що в початковий момент часу $\tau=t$ точка $M(s, \tau, t)$ з точкою $M(s)$ кривої L . Поверхня σ_2 має розрив дотичних швидкостей і на ній виконується умова нерозривності нормальної до σ_2 швидкості потоку. В такому випадку поверхню σ_2 можна моделювати потенціалом подвійного шару.

Розв'язок задачі розшукується в вигляді потенціала подвійного шару, що описується інтегро-диференціальним рівнянням

$$f(M_0, t) = \frac{1}{4\pi} \frac{\partial}{\partial \bar{n}_{M_0}} \sum_{i=1}^2 \int_{\sigma_i} \frac{\partial}{\partial \bar{n}_{M_0}} \left(\frac{1}{r_{MM_0}} \right) \left(\frac{1}{r_{MM_0}} \right) q_i(M_0, t) d\sigma_{i,M}, \quad M_0 \in \sigma_1. \quad (6)$$

Така як поле швидкостей $\{\bar{V}(M_0)\}, M_0 \in \sigma_1$ має такі ж властивості як поле швидкостей індуковане вихоровим шаром $\{\bar{\gamma}(M_0)\}, M_0 \in \sigma_1$ то математичне моделювання аеродинаміки транспортного засобу базується на представленні поверхні транспортного засобу σ_1 вихоровим шаром. З поверхні σ_1 сходиться нестационарний слід-поверхня- σ_2 . Визначення аеродинамічних навантажень побудована на основі методу дискретних вихорів [4,5], з використанням приєднаних та вільних вихорових рамок, що сходять з кромки несучих поверхонь (рис.1) інтегралом Коші-Лагранжа.

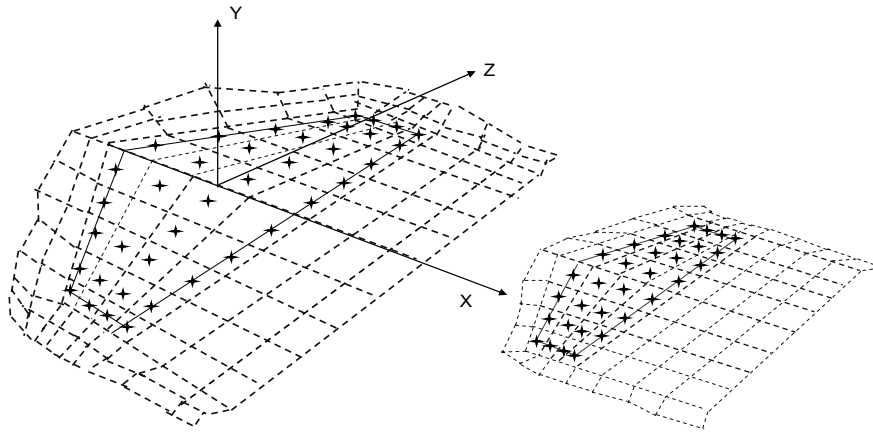


Рис.1. Вихорова схема транспортного засобу.

$$\frac{p}{\rho} = \frac{p_{\infty}}{\rho} - \frac{\bar{V}^2}{2} - \frac{\partial \Phi}{\partial t}. \quad (7)$$

Система лінійних алгебраїчних рівнянь відносно невідомих циркуляцій приєднаних вихорових рамок записується

$$\sum_{\mu=1}^{2(N+n)} \sum_{v=1}^{M+m} \Gamma_{\mu v} w_{\mu v}^{ik} + \sum_{l=1}^3 \sum_{\mu=1}^{2N} \sum_{r=1}^P \Gamma_{\mu r}^{lkr} w_{\mu r}^{ik} + \sum_{l=1}^3 \sum_{\mu=1}^{2n} \sum_{r=1}^P \Gamma_{\mu r}^{lgo} w_{\mu r}^{ik} + U_0 \sin(\alpha) = 0, \quad (8)$$

де: $\Gamma = \Gamma_r / V_0 b_0$ - безрозмірна циркуляція вихорової рамки; $\Gamma_{\mu r}^I, \Gamma_{vr}^{II}, \Gamma_{\mu r}^{III}$ - безрозмірні циркуляції вільних вихорових рамок i -ї контрольній точці k - i панелі, $w_{\mu v}^{ik}, w_{vr}^{ik}, w_{\mu r}^{ik}$ - швидкості індуковані вихоровою рамкою, що складається з вихорових відрізків одиничної інтенсивності; α - місцевий кут атаки k -го перерізу несучої поверхні; U_0 - швидкість незбуреного потоку.

Для моделювання наявності землі вводилась дзеркально відображена вихорова система [4,5].

Розв'язуючи одержану систему рівнянь (8), визначаємо величину циркуляції $\Gamma_{\mu v}$ вихорових рамок. Для визначення аеродинамічних навантажень використаємо інтеграл Коші-Лагранжа (7). Потім знаходимо коефіцієнти підйомної сили та моменту тангажу несучих поверхонь транспортного засобу. На транспортний засіб, окрім аеродинамічних та гравітаційних навантажень діють і магнітні сили. Для їх визначення була розроблена методика з використанням залежностей запропонованих в монографії[2], Апробацію використаної методики проведено в роботі [6].

3. Чисельний експеримент та результати розрахунків

Для математичного моделювання динаміки та аеродинаміки транспортного засобу на надпровідних магнітах було обрано його аеродинамічну схему показану на рис.2.

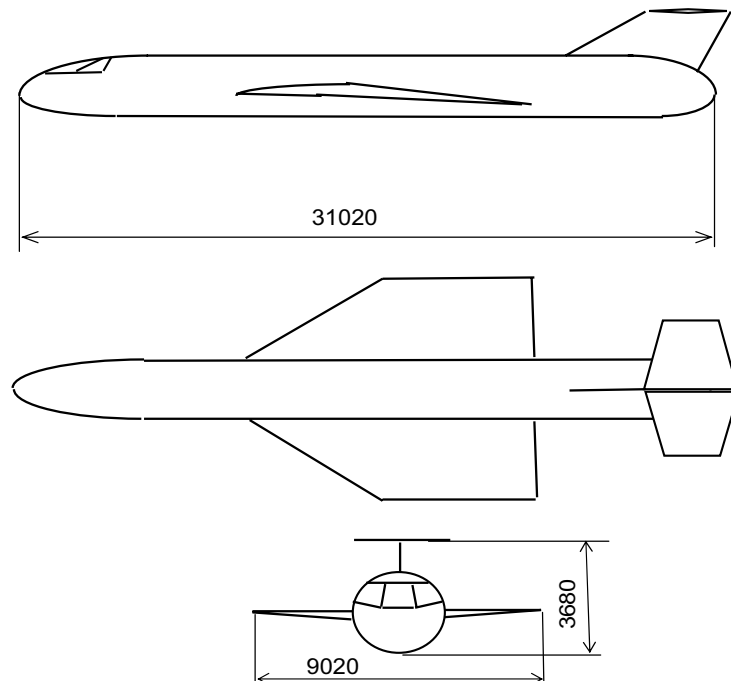


Рис.2. Аеродинамічна схема магнітолевітуючого транспортного засобу.

Задача розв'язувалась шляхом чисельних розрахунків на ПЕОМ за наступним алгоритмом

1. Задання початкових умов, розрахунок моментів інерції.
2. Розв'язування балансовочного рівняння, визначення та оптимізація необхідних вхідних параметрів.
3. Математичне моделювання аеродинаміки транспортного засобу методом дискретних вихорів.
4. Визначення аеродинамічних та магнітолевітуючих сил та моментів.
5. Чисельне розв'язування диференціальних рівнянь динаміки руху.
6. Визначення положення транспортного засобу в просторі.
7. Оцінка величини прирощення кута тангажу $\Delta\theta$ та відстані до шляхової структури Δh як функції за часом. Якщо $\Delta\theta \rightarrow 0$ та $\Delta h \rightarrow 0$ то розрахунки закінчуються. В противному випадку цикл розрахунків повторюється починаючи з п.3.

Вважалось що транспортний засіб рухається поблизу шляхової структури з швидкістю $V_x=150$ м/с на відстані до шляхової структури $h=0,2$ м. Маса апарату складає 30000кг, початкова швидкість руху $V_y=0$ м/с; величина кута

атаки апарату – 0 градус; густина повітря – $1,24 \text{ кг/м}^3$; площа крила – $65,05 \text{ м}^2$; довжина апарату – $31,02 \text{ м}$; сумарна маса кріомодулів – 1000 кг .

Для апробації розробленої методики проводилося моделювання руху транспортного засобу на надпровідних магнітах в поздовжній площині. Вважалося, що кути ристання та тангажу залишаються незмінними. Чисельні дослідження динаміки поздовжнього руху та аеродинаміки транспортного засобу на надпровідних магнітах проводилися як без горизонтального оперення так із горизонтальним оперенням. Відсутність горизонтального оперення приводила до зростання амплітуди коливань транспортного засобу, як по куті тангажу так і по висоті над шляховою структурою. Наявність горизонтального оперення стабілізувала положення транспортного засобу в просторі. На рис 3-4 представлені результати розрахунку зміни відстані до шляхової структури $h(\text{м})$ та кута тангажу $\text{teta}(\text{градус})$ транспортного засобу з горизонтальним оперенням.

Проведені чисельні дослідження показали, що для досягнення оптимальних динамічних характеристик окрім відповідних параметрів статичної стійкості транспортного засобу необхідно забезпечити і достатню динамічну стійкість.

За результатами чисельних досліджень встановлено, що для даної компоновки транспортного засобу, коливання по висоті та куті тангажу затухають за час біля $20\text{-}25\text{с}$. Це досягнуто шляхом введення горизонтального оперення в задній частині транспортного засобу та оптимальним вибором його параметрів. Без горизонтального оперення транспортний засіб є нестійким.

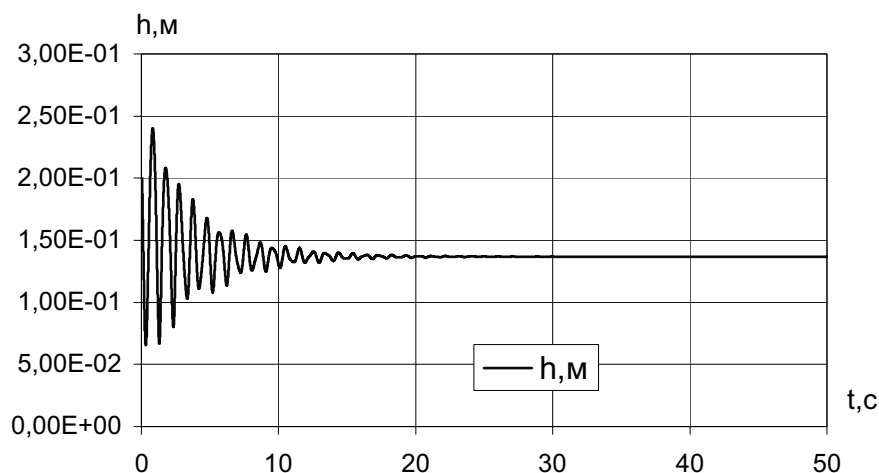


Рис.3 Величина відстані від транспортного засобу до поверхні шляхової структури.

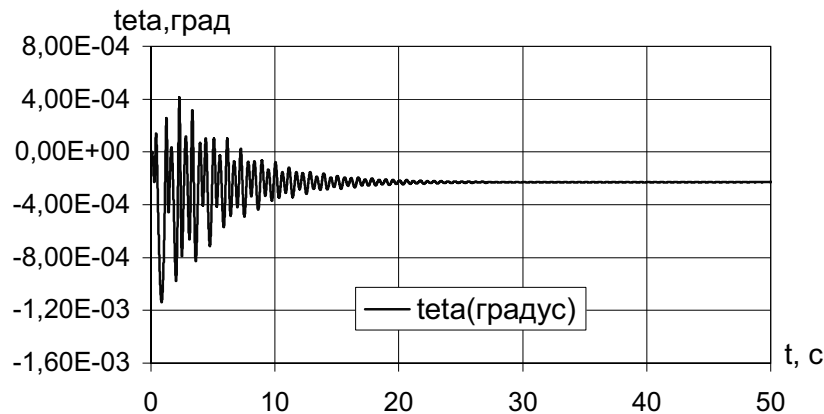


Рис.4. Величина кута тангажу транспортного засобу.

4. Висновки за результатами досліджень та напрямки подальших досліджень

Проведені чисельні розрахунки показали, що досліджуваний транспортний засіб на надпровідних магнітах потребує додаткової системи стабілізації. Для цього в конструкцію апарату було введено хвостовий горизонтальний стабілізатор. Це дозволило забезпечити його динамічну стійкість. В подальшому необхідно розглянути динаміку руху з урахуванням бокових сил та моментів.

ЛІТЕРАТУРА

1. Дзензерский В.А., Омеляненко В.И., Васильев С.В., Сергеев С.А. Высокоскоростной магнитный транспорт с электродинамической левитацией, – К.: Наукова думка, – 2001.–480с.
2. Дзензерский В.А., Радченко Н.А. Динамика транспорта на сверхпроводящих магнитах. – Днепропетровск: АРТ-ПРЕС. –2003.–232с.
3. Бюшгенс Г.С., Студнев Р.В. Динамика самолета. Пространственное движение, – М.: Машиностроение., –1983.–320с.
4. Белоцерковский С.М., Гиневский А.С. Моделирование турбулентных струй и следов на основе метода дискретных вихрей, - М.: Изд-во Физико математическая литература, 1995. – 368с.
5. Лифанов И.К. Метод сингулярных интегральных уравнений и численный эксперимент, - М.: ТОО Янус, 1995. – 520с.
6. Сохацький А.В. До питання забезпечення поздовжньої стійкості магнітолевітуючого транспортного засобу.- Вісник Академії митної служби України, № 1(21), - Дніпропетровськ: В-о АМСУ, 2004.- С.71-75.