

Математическое моделирование переходных режимов работы опреснительной установки индивидуального пользования

А. А. Плешков, М. Л. Угрюмов

*Харьковский национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского
«ХАИ», Украина*

This article presents the system approach to the mathematical description of the transient processes in the water distiller assigned for individual usage. The results analysis of distiller numerical modeling is carry out.

1. Формулирование проблемы

Опыт эксплуатации современных опреснительных установок, реализующих принцип дистилляции, показал следующие основные недостатки: высокие удельные энергозатраты присущие промышленным образцам, необходимость предварительного смягчения опресняемой воды, что в свою очередь ведёт к усложнению конструкции установки, а также усложнению её эксплуатации. В условиях индивидуального пользования промышленные образцы опреснителей являются чрезмерно сложными в конструктивном плане, а их эксплуатация сопровождается высокими материальными затратами на обслуживание [1-4].

В работе [5] рассмотрена опреснительная установка, предназначенная для получения дистиллята из морской или загрязнённой воды в условиях индивидуального пользования, а также её принцип действия. Оригинальные инженерные решения, воплощённые в схеме данной опреснительной установки индивидуального пользования, позволяют свести к минимуму описанные выше недостатки. Тепловая схема опреснителя представлена на Рис.1. Основными элементами установки являются: 1 – расходный бак с нагревательным элементом; 2 – расширительное устройство; 3 – теплообменник-конденсатор; 4 – теплообменник-рекуператор; 5 – емкость для сбора рассола; 6 – емкость для сбора дистиллята; 7 – насос подачи воды в систему; 8 – дроссельные элементы. Принцип работы установки основан на расширении предварительно нагретой, находящейся под давлением воды («мгновенное вскипание») с регенерацией тепла. Весьма актуально проанализировать свойства данной установки на основе численного моделирования её работы.

Поэтому целью статьи является построение математической модели комплекса теплофизических процессов, протекающих в рабочих элементах опреснительной установки, и осуществление на этой базе численного моделирования переходных режимов работы установки в целом.

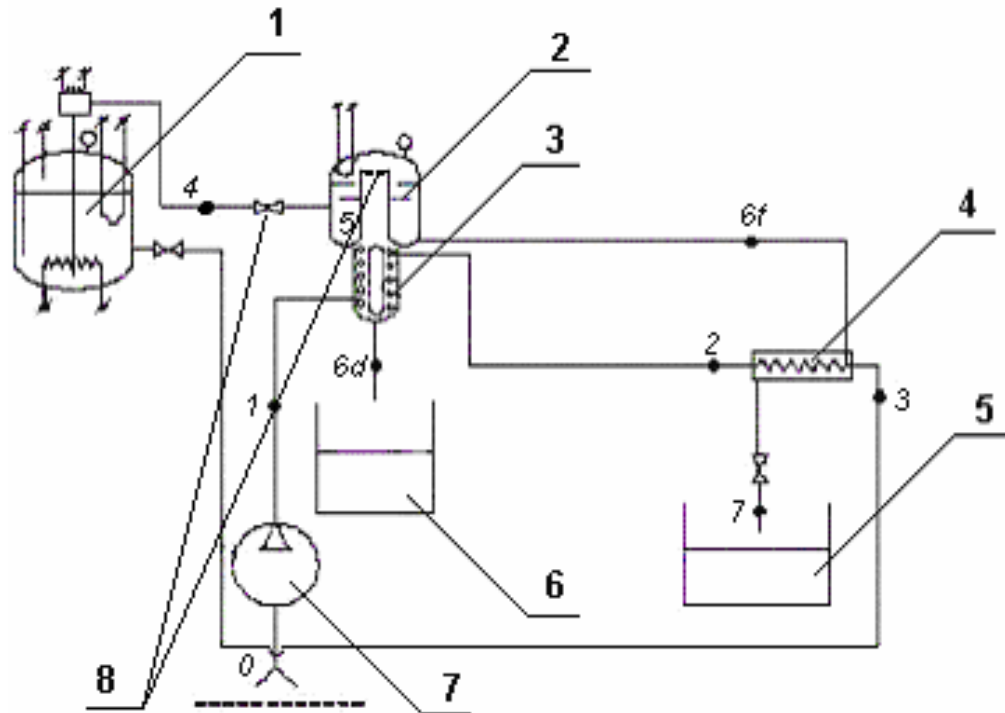


Рис.1. Тепловая схема опреснительной установки

2. Структуризация поставленной задачи

Для упрощения моделирования произведем структурирование поставленной задачи. Разобьем систему (опреснительную установку) на элементы и опишем процессы, происходящие в каждом из них в отдельности.

Математическая модель теплообменника-рекуператора

Заданы конструкция, основные геометрические и теплофизические параметры теплообменника (Рис.2):

- d_n, d_e - наружный и внутренний диаметр трубок, м;
- L - длина образующей трубки, м;
- G_1, G_2 - массовые расходы горячего и холодного теплоносителей, $\frac{кг}{с}$;
- T_1', T_2' - начальные температуры теплоносителей, К.

Материал трубок – медь, коэффициент теплопроводности которой равен $\lambda = 390, \frac{Вт}{м \cdot К}$; схема течения теплоносителя – противоток.

Требуется определить конечные температуры теплоносителей на выходе из теплообменника. Предполагается, что процесс является квазистационарным, т.е. характерное время переходного процесса в теплообменнике намного меньше характерного времени переходного процесса в системе в целом [6].

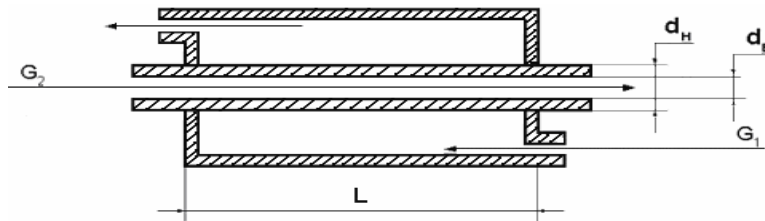


Рис.2. Схема теплообменника-рекуператора

Конечные температуры теплоносителей T_1'' , T_2'' определяются, используя уравнение теплового баланса:

$$G_1 \cdot c \cdot (T_1' - T_1'') = G_2 \cdot c \cdot (T_2'' - T_2') = \dot{Q}_\Sigma \quad (2.1)$$

где c - теплоёмкость воды.

Правая часть уравнения (2.1) может быть представлена в виде:

$$\begin{aligned} \dot{Q}_\Sigma &= q \cdot L, \quad q = K \cdot \pi \cdot \Delta \tilde{T}_{cl}, \\ K &= \frac{1}{\frac{1}{\alpha_n \cdot d_n} + \frac{1}{2 \cdot \lambda} \cdot \ln \frac{d_n}{d_v} + \frac{1}{\alpha_v \cdot d_v}}, \end{aligned} \quad (2.2)$$

где K - коэффициент теплопередачи, q - удельные тепловой поток, а $\Delta \tilde{T}_{cl}$ - определяется по формуле:

$$\Delta \tilde{T}_{cl} = \frac{\Delta T_\delta - \Delta T_m}{\ln \frac{\Delta T_\delta}{\Delta T_m}}.$$

Коэффициенты теплоотдачи α_n, α_v в уравнении (2.2) находятся из соотношений:

$$\begin{aligned} \alpha_n &= \frac{Nu_n \cdot \lambda}{d_n}, \\ \alpha_v &= \frac{Nu_v \cdot \lambda}{d_v}. \end{aligned} \quad (2.3)$$

Следует заметить, что при определении числа Нуссельта (Nu) необходимо учесть схему течения (прямоток или противоток), а также формы трубок теплообменника. Если трубка теплообменника выполнена в виде спирали (змеевика), то интенсивность теплообмена определяется по уравнению [7]:

$$Nu_\infty = \frac{Nu_\infty^{np} \cdot 0.1979 \cdot K^{0.5}}{\chi \cdot (1 + F(\chi)) \cdot K^{-0.5}}, \quad (2.4)$$

где $Nu_\infty = \frac{q_l \cdot d}{(T_{cm} - T)\lambda}$, $Nu_\infty^{np} = 0,021 \cdot Re^{0.8} \cdot Pr^{0.43}$ - число Нуссельта для прямой трубы; $K = Re \cdot \left(\frac{d}{D}\right)^{0.5}$; $Re = \frac{w \cdot d}{\nu_f}$; ν_f - коэффициент кинематической

вязкости; W - скорость теплоносителя; d - диаметр трубки; $D = 2 \cdot R$ (R - радиус кривизны змеевика); $\chi = \chi(\text{Pr})$. Функция $F(\chi)$, в которой $\chi = \chi(\text{Pr})$, при $\text{Pr} \geq 1$ ($\chi \leq 1$) имеет вид:

$$F(\chi) = \frac{37.05}{\chi} \left[\frac{1}{40} - \frac{17}{120} \chi + \left(\frac{1}{10\chi} + \frac{13}{30} \right) \frac{1}{10\text{Pr}} \right]; \quad \chi = \frac{2}{11} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{77}{4} \frac{1}{\text{Pr}^2}} \right);$$

а при $\text{Pr} < 1$ ($\chi > 1$) -

$$F(\chi) = -\frac{37.05}{\chi} \left[\frac{\chi^2}{12} + \frac{1}{24} - \frac{1}{120\chi} - \left(\frac{4}{3}\chi - \frac{1}{3\chi} + \frac{1}{15\chi^2} \right) \frac{1}{20\text{Pr}} \right]; \quad \chi = \frac{1}{5} \left(2 + \sqrt{\frac{10}{\text{Pr}^2} - 1} \right).$$

Уравнение теплового баланса (2.1), описывающее процессы, происходящие в теплообменнике-рекуператоре, применительно к тепловой схеме опрительной установки (см. Рис.1) примет вид:

$$(T_3 - T_2) \cdot c \cdot G_2 = (T_{6f} - T_7) \cdot c \cdot G_1 \quad (2.5)$$

Математическая модель теплообменника-конденсатора

Схема течения теплоносителя – противоток. Рабочие тела: вода – пар. Математическая модель конденсатора аналогична модели рекуператора. Отличие состоит в том, что учитывается возможность изменения фазового состояния.

Задаются температуры на входе, из геометрических параметров заданы: диаметр трубок и проходное сечение. Требуется определить конечные температуры теплоносителей на выходе из теплообменника.

Для криволинейной поверхности, в частности для горизонтального цилиндра, угол φ , образованный направлением силы тяжести и касательной к поверхности цилиндра, будет переменной величиной. Учитывая это была получена формула для расчета среднего по наружной поверхности трубы коэффициента теплоотдачи при условии ламинарного течения плёнки конденсата [6]:

$$\bar{\alpha}_n = 0.728 \cdot 4 \sqrt{\frac{c^3 \cdot \rho_f^2 \cdot g \cdot r}{v_f \cdot (T_n - T_c) \cdot d_n}}, \quad \text{где } \rho_f \text{ - плотность воды, } r \text{ - теплота}$$

парообразования, g - ускорение свободного падения, T_n, T_c - температура носителя и стенки соответственно.

С использованием уравнения теплового баланса

$$\begin{cases} \dot{Q} = c \cdot G_2 \cdot (T_2'' - T_2') = [r + c \cdot (T_1' - T_1'')] \cdot G_1 \\ \dot{Q} = c \cdot G_2 \cdot (T_2'' - T_2') = q \cdot L; \quad q = K \cdot \pi \cdot \Delta \tilde{T}_{ca} \cdot L \end{cases}, \quad (2.6)$$

определяются неизвестные температуры теплоносителей на выходе из теплообменника. Коэффициент теплопередачи определяется по формуле (2.2).

Уравнение теплового баланса, описывающее процессы, протекающие в теплообменнике-конденсаторе (см. Рис.2) примет вид:

$$(T_2 - T_1) \cdot c \cdot G_1 = r \cdot G_d. \quad (2.7)$$

Математическая модель расширительного устройства

Схема расширительного устройства представлена на Рис.3. Расширительное

устройство предназначено для реализации процесса мгновенного вскипания предварительно нагретой, находящейся под давлением воды.

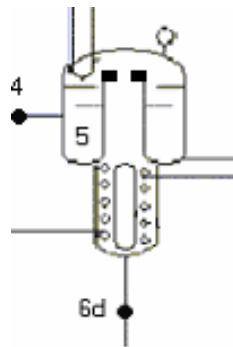


Рис.3. Схема расширительного устройства

Для конкретного случая уравнение первого начала термодинамики примет следующий вид:

$$\frac{d(e_f \cdot M_f)}{dt} = -(r + T_5) \cdot c \cdot G_d + T_{4f} \cdot c \cdot G_4 - T_{6f} \cdot c \cdot G_f - \frac{p_5}{\rho_{6f}} \cdot \frac{dM_f}{dt}. \quad (2.8)$$

Учитывая граничные и начальные условия, получим систему обыкновенных дифференциальных уравнений, описывающих процессы, протекающие в расширительном устройстве (Рис.3):

$$\begin{cases} c \cdot T_5 \cdot \frac{dM_f}{dt} + c \cdot M_f \cdot \frac{dT_5}{dt} = c \cdot T_{4f} \cdot G_4 - (r + c \cdot T_5) \cdot G_d - c \cdot T_{6f} \cdot G_f - \frac{p_5}{\rho_{6f}} \cdot \frac{dM_f}{dt}; \\ T_5 = T_{6f}; \\ p_5 = F(T_5); \\ \frac{dM}{dt} = G_4 - G_d - G_f. \end{cases}, \quad (2.9)$$

при следующих начальных условиях: $M_f(0) = 0$, $T_5(0) = T'(B)$, где $T'(B)$ - температура кипения воды при нормальных условиях.

Математическая модель расходного бака

Схема расходного бака с нагревательным элементом представлена на Рис.4. Расходный бак предназначен для накопления и подогрева воды до заданной температуры (а, следовательно, и для получения заданного давления), а также для подачи воды с заданными параметрами в расширительное устройство. Расходный бак обеспечивает непрерывность рабочего цикла.

В данном конкретном случае уравнение первого начала термодинамики примет следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{d(e_f \cdot M_f)}{dt} = & (c \cdot T_0 + l_0) \cdot G_1 + (T_2 - T_1) \cdot c \cdot G_1 + \\ & + (T_3 - T_2) \cdot c \cdot G_1 + N - T_4 \cdot c \cdot G_4 - \frac{p_4}{\rho_{4f}} \cdot \frac{dM_f}{dt}, \end{aligned} \quad (2.10)$$

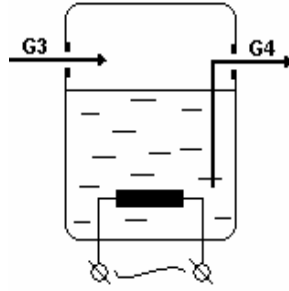


Рис.4. Схема расходного бака

где l_0 - удельная работа насоса 7, N - мощность нагревательного элемента.

Получена система обыкновенных дифференциальных уравнений, описывающих процессы, протекающие в расходном баке (Рис.4):

$$\begin{cases} c \cdot M_f \cdot \frac{dT_4}{dt} = N - c \cdot G_3 \cdot (T_4 - T_3) - \frac{p_4}{\rho_{4f}} \cdot \frac{dM_f}{dt}, & p_4 = F(T_4); \\ \frac{dM_f}{dt} = G_0 - G_4; \end{cases} \quad (2.11)$$

при следующих начальных условиях: $M_f(0) = M_0, T_4(0) = T_0$.

Давление воды в баке находим, интерполируя по таблице связи температуры насыщенных водяных паров с давлением. Следует отметить, что $G_1 = G_2 = G_3$, и определяются подачей насоса. Расходы жидкой фазы G_4 и G_f определяются по формуле [7]:

$$G = k_r \cdot f \cdot \sqrt{2\rho_f \cdot \Delta P}, \quad (2.12)$$

где k_r - коэффициент расхода, f - площадь сечения дроссельного элемента, ΔP - перепад давления. Расход газовой фазы G_d определяется по следующей формуле:

$$G = k_r \cdot f \cdot \Psi \cdot \sqrt{\rho_g \cdot \Delta P}, \quad (2.13)$$

где ρ_g - плотность газа (в данном случае пара), а функция Ψ - определяется по формуле:

$$\Psi = \sqrt{2 \cdot \left(\frac{k}{k-1}\right) \cdot \left(\beta^{\frac{2}{k}} - \beta^{\frac{k+1}{k}}\right)}, \quad (2.14)$$

где k - коэффициент адиабаты, а β определяется по следующим правилам:

$$\begin{cases} \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k}{k-1}} \leq \frac{B}{P}, & \text{то } \beta = \frac{P_{н.у.}}{P}, \\ \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k}{k-1}} \geq \frac{B}{P}, & \text{то } \beta = \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k}{k-1}}, \end{cases}$$

где B - давление при нормальных условиях.

3. Результаты численного моделирования

На базе разработанной математической модели была реализована компьютерная программа, позволяющая осуществить моделирование процесса работы опреснительной установки в целом. В качестве критерия качества работы установки была выбрана удельная мощность

$$N_{yd} = \frac{N}{G_d \cdot 3.6 \cdot 10^3} \left(\frac{\text{кВт} \cdot \text{ч}}{\text{кг}} \right),$$

которая характеризует количество затраченной

энергии на получение одного килограмма дистиллята. Получены результаты численного моделирования: в Табл.1 приводятся результаты расчетов, а в Табл.2 – результаты натуральных испытаний. Существование устойчивого режима работы установки обеспечивалось подбором диаметров дросселирующих элементов: на входе в расширительное устройство - d_{r1} , на входе в теплообменник-конденсатор - d_{r2} . Сравнение результатов расчетов и натуральных испытаний представлено на Рис.5, где 1 – результаты эксперимента, 2 – результаты расчета.

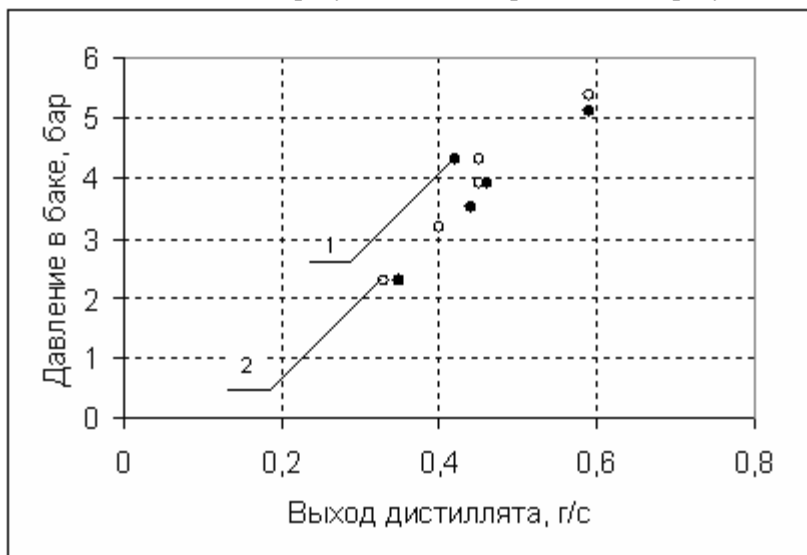


Рис. 5. Сравнение результатов моделирования и натуральных испытаний

Таблица 1. Результаты численного моделирования

P_4 , бар	G_d , $\frac{г}{с}$	N_{yd} , $\frac{\text{кВт} \cdot \text{ч}}{\text{кг}}$	d_{r1} , мм	d_{r2} , мм
5.38	0.59	0.942	0.67	2.0
4.3	0.45	1.235	0.76	1.5
3.9	0.45	1.235	0.86	1.5
3.17	0.4	1.389	0.92	1.5
2.29	0.33	1.684	1.1	1.5

Таблица 2. Результаты натуральных испытаний

P_0 , бар	G_d , $\frac{г}{с}$	$N_{уд.}$, $\frac{кВт \cdot ч}{кг}$	d_{r1} , мм	d_{r2} , мм
6.8	0.61	0.91	0.67	1.5
6.5	0.59	0.933	0.67	1.5
6.3	0.56	1.0	0.67	1.5
5.15	0.56	1.0	0.67	1.5
5.1	0.59	0.933	0.67	1.5
5.0	0.58	0.96	0.67	1.5
5.4	0.46	1.2	0.76	1.5
5.3	0.46	1.21	0.76	1.5
4.7	0.49	1.13	0.76	1.5
4.3	0.42	1.33	0.76	1.5
4.2	0.49	1.13	0.86	1.5
3.9	0.46	1.2	0.86	1.5
4.2	0.46	1.2	0.92	1.5
3.7	0.44	1.26	0.92	1.5
3.5	0.44	1.26	0.92	1.5
3	0.52	1.07	1.1	1.5
2.29	0.35	1.6	1.1	1.5
1.85	0.29	2.11	1.1	1.5
9	0.42	0.933	0.58	1.5
7.5	0.47	1.178	0.58	1.5
7.5	0.4	1.4	0.58	1.5
7.2	0.48	1.17	0.58	1.5
7.15	0.49	1.13	0.58	1.5

В процессе моделирования варьировалась мощность нагревательного элемента. Было замечено, что с увеличением мощности электронагревателя N растёт давление в расходном баке, что в свою очередь приводит к увеличению выхода дистиллята и уменьшению удельной мощности. Эти результаты наглядно отображаются графиком зависимости удельной мощности от мощности нагревателя (Рис.6).

На основе полученных результатов был сделан вывод о том, что в конструкции установки существуют резервы для дальнейшей модернизации с целью повышения энергоэффективности в целом. Однако, в силу нестационарности переходных процессов, протекающих в элементах (зависимости давления от времени в расходном баке и расширительном устройстве показаны на Рис. 7), установка не всегда самостоятельно выходит на оптимальный режим работы. Эта проблема может потребовать введения системы автоматического управления, которая путём изменения управляющих параметров должна выводить и удерживать установку на заданном режиме работы.

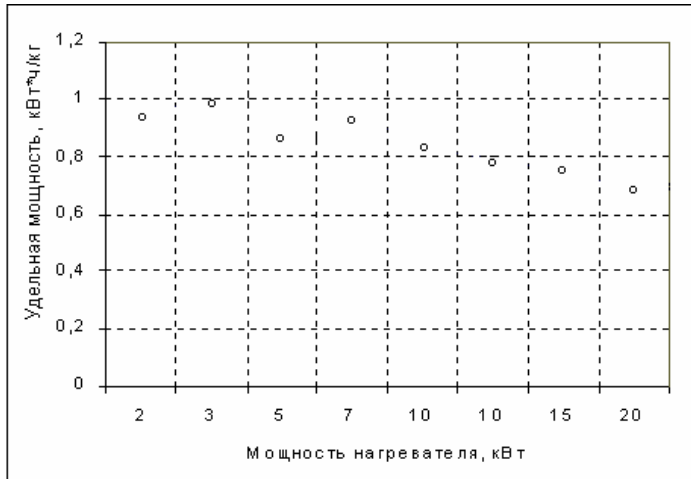


Рис. 6. Изменение удельной мощности.

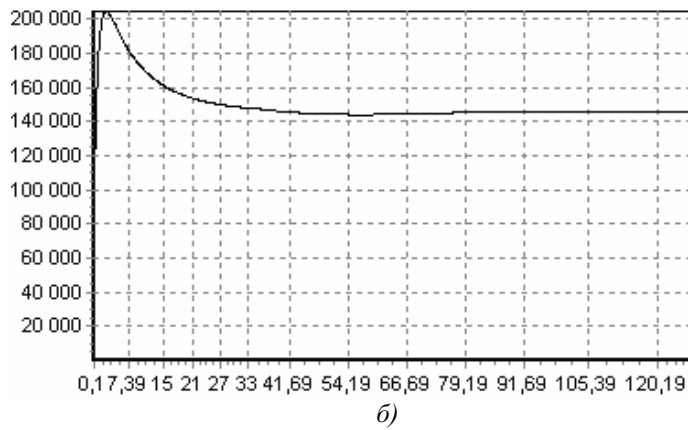
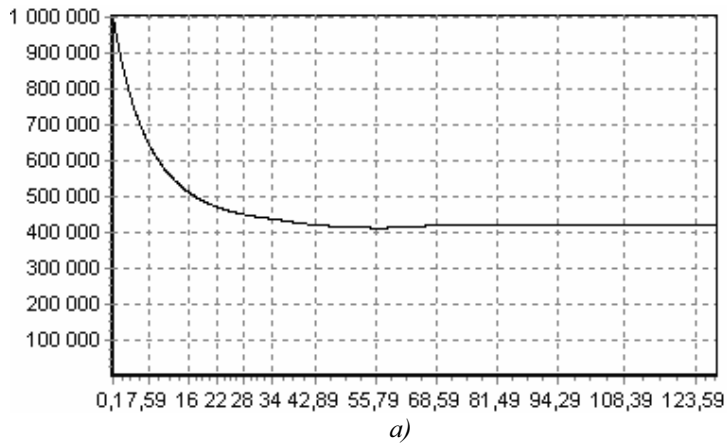


Рис. 7. Изменение давления в элементах опреснительной установки:

а) расходном баке;

б) расширительном устройстве.

5. Выводы

На основе сравнения результатов, полученных численным моделированием, с результатами натуральных испытаний можно заключить следующее:

- разработанная математическая модель адекватна объекту исследования;
- численный эксперимент выявляет неустойчивые режимы работы установки.

Изменение параметров в элементах опреснительной установки вызвано переполнением бака или расширительного устройства. При $N > 3 \text{ кВт} \cdot \text{ч}$ наблюдался выход системы на стационарный режим за время не более пяти минут;

- с увеличением подведенной мощности расход дистиллята растет;
- достижимым является уровень удельной мощности

$N_{\text{уд}} = 0.7 - 0.6 \frac{\text{кВт} \cdot \text{ч}}{\text{кг}}$, что в ≈ 1.3 раза меньше чем в существующих промышленных аппаратах.

В дальнейшем системный подход к математическому моделированию опреснительных установок, применённый здесь на примере конкретной конструкции, может быть распространён на другие технические установки, которые используют аналогичные физические принципы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Сейткурбанов С. Многоступенчатые термические установки / Под ред. Т. Байрашова. – Ашхабад: Ылым, 1980. – 231 с.
2. Слесаренко В.Н. Опреснение морской воды. – М.: Энергоатомиздат, 1991. – 278 с.
3. Слесаренко В.Н. Дистилляционные опреснительные установки. – М.: Энергия, 1980. – 263 с.
4. Горшнев В.Г., Жулев Ю.Г., Потапов Ю.Ф. Гелиоопреснительная установка индивидуального пользования // Теплоэнергетика. – 2001. – №2 – С. 14 – 16.
5. Результаты испытаний опреснительной установки индивидуального использования / М.Л. Угрюмов, А.М. Ляшенко, В.И. Белоконь, А.А. Плешков // Радиоэлектронные и компьютерные системы. – 2005. – №4(12). – С. 137 – 140.
6. Теория тепломассообмена: Учебник для технических университетов и вузов / Под ред. акад. РАН А.И. Леонтьева. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э.Баумана, 1997. – 683 с.
7. Исаченко В.П., Осипова В.А., Сукомел А.С. Теплопередача: Учебник для вузов. – М.: Энергоиздат, 1981. – 416 с