

Моделирование нагружения парашютов с учетом изменения формы и проницаемости купола

В. И. Морозов, А. Т. Пономарев

НИИ парашютостроения, ВВИА им. Н.Е. Жуковского, Россия

Results of the researches of the distributed and integrated aerodynamic characteristics of the filled parachutes with domes various forms (round, square, crosswise) are resulted at different angles of attack on small subsonic speeds. Influence on them of change of the form of a dome, and also permeability of its fabric is thus considered. Calculations are executed by means of the automated system "Dome" which base are settlement discrete elastic and aerodynamic vortical schemes, on the basis of numerical methods accordingly localised masses (MCM) and vortical frameworks (MBP) with use of model of an ideal incompressible liquid (places of separation of a stream are set, influence of strips on parachute flow past is not considered).

Круг задач, решаемых с помощью парашютной техники (ПТ) непрерывно расширяется. Традиционный способ проектирования и создания парашютных систем (ПС) на основе подходов, ориентированных главным образом на дорогостоящие и длительные по времени трубный и летный эксперименты [1], практически исчерпал себя. Становится очевидным, что для уменьшения технического риска проектов вновь создаваемый ПТ и поиска новых «прорывных» технических решений этот процесс должен сопровождаться опережающим накоплением знаний об её прочностных, аэродинамических, аэроупругих характеристиках и эксплуатационных возможностях, растущим пониманием того, каким образом необходимо распорядиться этими знаниями при проектировании ПС и обеспечении её надежной и безопасной эксплуатации.

В последнее время в мировой практике при производстве наукоемких изделий, особенно в авиакосмической промышленности, применяются CALS – технологии [2], целью которых является эффективное управление всем жизненным циклом изделий (от создания до утилизации) с помощью современных информационных технологий. Парашютостроение, несмотря на относительную конструктивную простоту, также относится к наукоемким производствам. Это вызвано в силу нелинейности проблемы в целом исключительными трудностями формализации процесса функционирования парашютов в потоке, особенно на этапе раскрытия (наполнения). Поэтому до сих пор нерешенными в полном объеме в теоретическом плане по-прежнему остаются центральная задача парашютостроения – раскрытие парашюта, определяющая его наполняемость и прочность, а также вопросы обтекания парашютов при разных углах атаки, с конструктивной проницаемостью, многокупольных ПС и др.[3]. Внедрение CALS – технологии в расчетную практику парашютостроения позволит в дальнейшем существенно уменьшить

расходы на дорогостоящие трубные и летные испытания проектируемых ПС, сократить сроки их проектирования и создания, а значит удешевить сами проекты. Построение при этом структурной математической модели (ММ) функционирования ПС в потоке («электронного дублера») является прорывным шагом в парашютостроении, так как в новой расчетной информационной технологии ей отводится центральное место [4]. Кроме того, «электронный дублер» во многих случаях является практически единственным инструментом анализа общесистемных проблем функционирования ПС в реальных условиях эксплуатации и получения для этого научной информации, которую нельзя получить экспериментальным путем из-за отсутствия соответствующей измерительной аппаратуры и ограниченных возможностей стендовых и трубных испытаний либо по условиям безопасности их проведения и дороговизны.

Как показывает уже накопленный опыт [5-7], теоретические успехи в области парашютостроения связаны исключительно с развитием вычислительной техники, численных методов аэродинамики и теории упругости и широким использованием нового научного метода исследований – математического моделирования и вычислительного эксперимента на ЭВМ [8]. Уже имеются теоретические достижения как в моделировании формообразования и напряженно-деформированного состояния (НДС) парашютов, так и их обтекания (отрывного и безотрывного) в широком диапазоне скоростей. В расчетах ПС на прочность используются теория мягких оболочек и метод конечных разностей (МКР) [9], метод конечных элементов (МКЭ) [10, 11] и его модификация [12], инкрементальная теория [13], а в последнее время метод сосредоточенных масс [14]. Что касается аэродинамической части проблемы аэроупругости ПС, то на малых дозвуковых скоростях применяется метод дискретных вихрей (МДВ) [15] и его модификация в форме метода вихревых рамок [16, 17], на до- и сверхзвуковых скоростях – методы конечных элементов [18] и конечных разностей [19, 20], лагранжево-эйлеровый метод [21, 22]. Необходимо отметить, что теоретические решения задачи отрывного обтекания в нестационарной постановке на малых дозвуковых скоростях касались в основном осесимметричного парашюта при нулевом угле атаки [5, 7, 23]. Поэтому, например, все расчеты по динамике движения компоновки «груз + парашют» [24] до последнего времени строятся на аэродинамических коэффициентах, полученных в трубном эксперименте [25], либо при решении нестационарных задач на использовании коэффициентов присоединенных масс. Решение проблемы аэроупругости ПС как связанной задачи в полном объеме даже на современной вычислительной технике весьма затруднительно.

Вместе с тем зачастую при исследовании ПС разработчиков интересуют либо аэродинамические характеристики, либо форма и НДС парашюта при известной нагрузке. Поэтому в практике парашютостроения задачу функционирования ПС в потоке обычно разделяют на три: прочности при заданной нагрузке (обычно соответствующей моменту раскрытия парашюта), аэродинамики на жесткой форме, динамики движения компоновки «груз + парашют» при известных аэродинамических коэффициентах и решают их отдельно.

Настоящая работа посвящена исследованию интегральных и распределенных аэродинамических характеристик наполненных парашютов различных раскройных форм при малых дозвуковых скоростях обтекания на разных углах атаки и влияния на них изменение формы купола и проницаемости его ткани. Они выполнены с помощью унифицированной системы «Купол» автоматизированного расчета на ЭВМ формообразования, НДС, аэроупругих, интегральных и распределенных аэродинамических характеристик парашютов различных раскройных форм (круглой, квадратной, крестообразной). Фундаментом этой системы является база данных массовых и жесткостных характеристик парашютных конструкционных материалов (тканей, лент и шнуров) и их диаграмм растяжений и два автономных модуля (упругости и аэродинамики) расчета на ЭВМ соответственно формообразования, НДС и аэродинамических и аэроупругих характеристик парашютов. В основу расчетных модулей упругости и аэродинамики положены соответственно МСМ [14] и МВР [16]. Обобщающие модели упругости и аэродинамики и их расчетные дискретные упругая (дополнительно учитываются центробежные силы и силы тяжести, что позволяет рассматривать и вращающиеся парашюты) и аэродинамическая вихревая (с учетом проницаемости ткани купола по гипотезе Х.А. Рахматулина) схемы подробно изложены в [26-28]. Там же помещены результаты решения широкого спектра тестовых задач. Здесь будет приведена лишь структурная схема системы «Купол», описаны её содержание и работа, основное внимание обращено на результаты моделирования нагружения парашютов различных раскройных форм и сравнение их с экспериментом.

Структурная схема и содержание системы «Купол» представлены на рис.1. Она состоит из двух автономных расчетных модулей I и II – расчета на ЭВМ формы, НДС (I) и аэродинамических характеристик (II) парашютов, связь между ними осуществляется в соответствии с поставленной задачей. Подготовительный этап вычислительного процесса формируется на основе технического задания (ТЗ). Выбирается тип парашюта, назначаются его геометрия, число строп, тип силового каркаса (радиально–кольцевой (РКК), либо продольно-поперечный (ППК) каркасы) и геометрия его расположения на купола, материалы конструктивных элементов (ткани купола, подкрепляющих лент, строп и шнуров). Вся эта информация поступает в блок 1. В нем согласно поступившей информации и соответствующим граничным условиям для коуша и полюса парашюта, геометрическим и статическим условиям стыковки строп и лент силового каркаса последовательно в автоматизированном режиме строится сначала исходная (начальная плоская) раскройная форма парашюта, а по ней расчетный дискретный упругий аналог, который затем заполняется данными массовых (узловых точек) и приведенных жесткостных (невесомых упругих стержней) характеристик (блок 2) согласно назначенным конструктивным материалам, выборка упруго–массовых характеристик которых производится автоматически из базы данных.

После выполнения условий подготовительного вычислительного этапа, система «Купол» может работать в режимах *A* и *B*, либо каждый из ее расчетных модулей (упругости и аэродинамики) автономно.

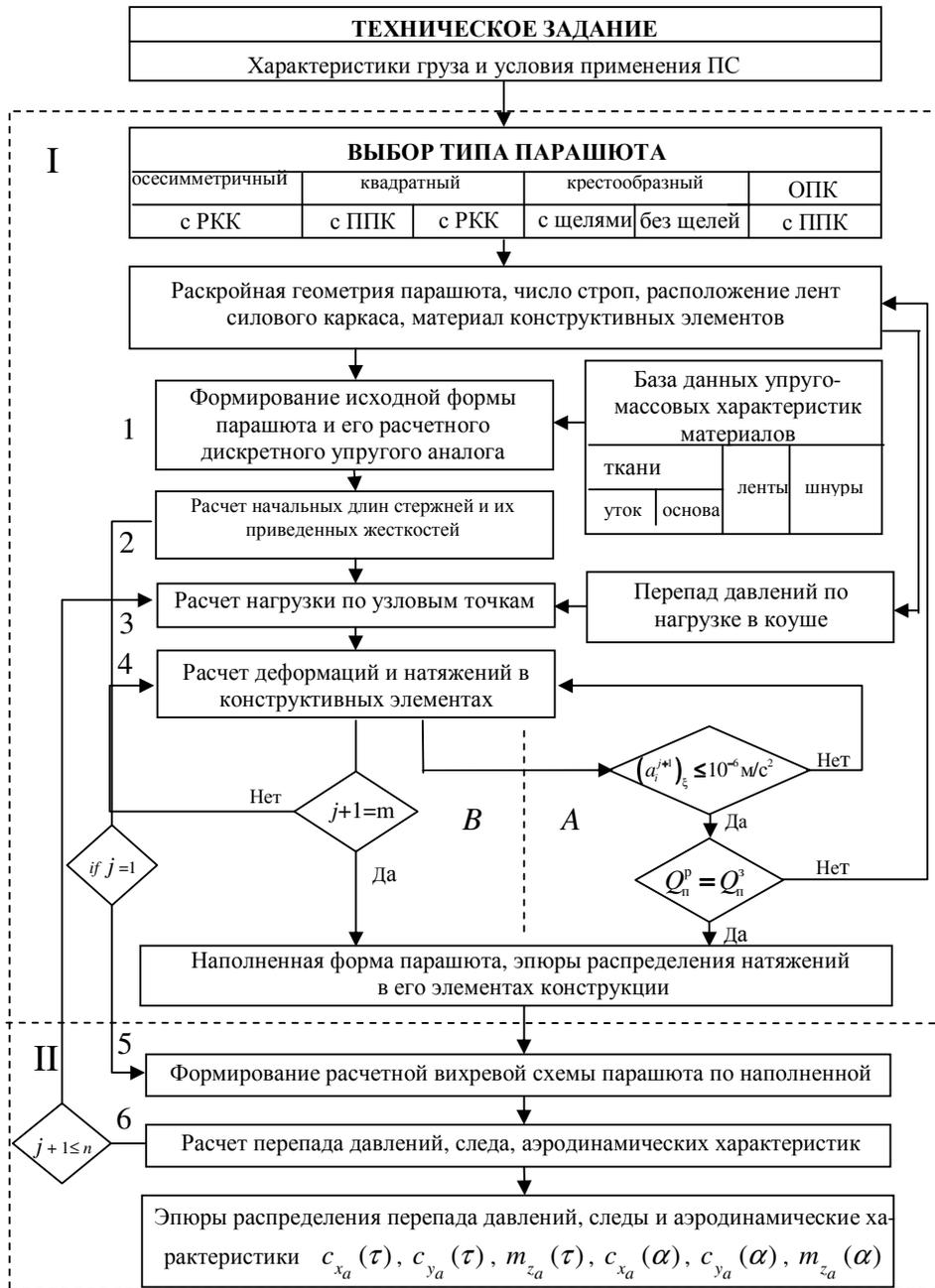


Рис. 1. Структурная схема и содержание системы «Купол»

Режим *A* – решение не связанной задачи. Здесь вычисления аэродинамических сил, действующих на узловые точки *V* (точки сосредоточения масс) расчетного дискретного упругого аналога осуществляются по заданному перепаду давлений (блок 3).

После задания начальных условий и выбора шага интегрирования по времени Δt_y , ограниченного условием Куранта, в соответствии с методом установления начинается процесс интегрирования уравнений упругой части задачи (блок 4). Одна итерация включает следующие операции: расчеты векторов нормалей в узловых точках и траекторий их движения, определение деформаций и натяжений в соединяющих их стержнях. Итерационный процесс вычислительного цикла модуля I ограничен условиями: ускорением $(a_i^{j+1}) \leq 10^{-6}$ и $Q_k^p = Q_k^3$ (равенством расчетной Q_k^p и заданной Q_k^3 сил в коуше). При невыполнении последнего условия производится перерасчет перепада давлений, и вычислительный процесс повторяется, начиная с вычисления внешних сил через перепад давлений, действующих на узловые точки v . В противном случае вычислительный цикл модуля I прекращается. По выходу из него получаем координаты узловых точек v наполненной формы парашюта и натяжения в его силовых элементах; по данной информации строятся окончательная наполненная форма парашюта и эпюры натяжений по всем силовым элементам его конструкции (стропам, силовому каркасу и ткани в кольцевом и радиальном направлениях).

При работе системы «Купол» в *режиме А* входными данными для вычислительного процесса модуля II (блоки 5 и 6) служат наполненная форма парашюта (координаты узловых точек, получаемые на входе из модуля I), шаг дискретизации формируемой автоматически расчетной дискретной аэродинамической вихревой схемы, указания мест отрыва потока и диапазон изменения угла атаки α и расчетный шаг $\Delta\alpha$. Расчетная вихревая схема парашюта строится в блоке 5, её реализацией занимается блок 6. Выходом из модуля II является: эпюра распределения безразмерного перепада давлений $\Delta\bar{p}(S_1, S_2)$ по поверхности купола, следы вид функций $c_{x_a}(\tau)$, $c_{y_a}(\tau)$, $m_{z_a}(\tau)$ и $C_{x_a}(\alpha)$, $C_{y_a}(\alpha)$ соответственно по безразмерному времени τ при заданном угле атаки α и в зависимости от него.

Реализация расчетного алгоритма аэродинамики осуществляется с использованием следующих безразмерных параметров: времени $\tau = U_0 t / h$ (U_0 – скорость потока, h – высота наполненного купола), перепада давлений $\Delta\bar{p} = (p_- - p_+) / q$ (p_- и p_+ – давления на внутренней и наружной сторонах в некоторой точке поверхности купола парашюта, $q = \rho U_0^2 / 2$ – скоростной напор, ρ – плотность воздуха), аэродинамических коэффициентов $c_{x_a, y_a} = X_a, Y_a / q F_n$ – лобового сопротивления и подъемной силы, момента тангажа $m_{z_a} = M_z / q F_n h$, здесь X_a, Y_a и M_z – составляющие векторы

аэродинамической силы $R_a(t)$ и аэродинамического момента $M_a(t)$ вдоль осей скоростной системы координат $Ox_a y_a z_a$, F_n – раскройная площадь купола парашюта.

Режим В – решение связанной задачи. Квазистатическая постановка. При работе системы «Купол» в режиме В обмен информацией между расчетными модулями I и II осуществляется на каждом межмодульном вычислительном цикле, т.е. происходит корректировка формы купола в зависимости от действующего на него перепада давлений. Вычислительный эксперимент стартует при условии, что в момент времени $\tau = 0$ парашют с куполом плоской раскройной формы обтекается потоком воздуха, движущимся со скоростью U_0 . Обратим внимание на некоторые отличия работы системы «Купол» в режимах А и В. Для обоих режимов работы системы «Купол» одинаковая последовательность выполнения расчетных операций сохраняется до блока 2. Различие начинается с блока 3. При работе вычислительной системы в режиме А к вычислительному блоку 3 происходит разовое обращение; уравнения упругой части задачи интегрируются при $\Delta p = \text{const}$. В режиме В блок 3 будет задействован каждый раз при обмене информацией между расчетными модулями II и I – передачи распределения перепада давлений по поверхности купола парашюта, найденного в ходе решения задачи аэродинамики. Далее в отличие от режима А здесь уравнения упругой части задачи интегрируются на временном слое $j+1$ при перепаде давлений Δp^j , найденном на j -ом временном слое, до выполнения условия $j+1 = m$, где $m = \Delta t_a / \Delta t_y$; $\Delta t_a = \Delta \tau_a \tilde{h} / U_0$ и $\Delta \tau_a$ соответственно размерный и безразмерный аэродинамический шаг интегрирования, \tilde{h} – мера дискретности расчетной аэродинамической вихревой схемы. Найденная новая форма купола – её пространственные координаты снова передаются в модуль II. По ней уточняется перепад давлений, вычисляются интегральные аэродинамические характеристики и т.д., т.е. процесс взаимной корректировки формы купола парашюта и действующего на него перепада давлений осуществляется до выполнения условия $j+1 = n$, где j – номер текущего аэродинамического временного шага, n – заранее заданное число аэродинамических временных шагов, соответствующее выходу функций $c_{x_a}(\tau)$, $c_{y_a}(\tau)$, $m_{z_a}(\tau)$ на асимптотические значения.

Ниже приводятся результаты исследований, касающиеся нагружения парашютов различных раскройных форм (круглой, квадратной и крестообразной) при отрывном обтекании на углах атаки $0^\circ \leq \alpha \leq 25^\circ$ в квазистатическом приближении, т.е. в расчетах принимается во внимание только меняющаяся во времени форма купола парашюта (положение расчетных точек его поверхности в пространстве, а значит элементов поверхности по отношению

к вектору набегающего потока), скоростью её изменения пренебрегается; при этом рассматривается также влияние проницаемости ткани купола. Результаты вычислений сравниваются с данными решения не связанных задач (нагрузка ищется на «жесткой» недеформируемой форме купола) и с экспериментом.

Осесимметричный парашют. Рассматривался парашют круглой раскройной формы, стропы которого были сведены в одну точку (коуш). Первоначальным местом схода вихревой пелены (отрыва потока) служила внешняя кромка раскройной формы парашюта, которая по мере деформирования (наполнения) парашюта переходит в его входную кромку.

Расчеты проводились для различных углов атаки с шагом изменения $\Delta\alpha = 5^\circ$ при $\Delta\tau = 0.08$ и скорости потока $U = 30$ м/с.

На рис.2 показано изменение коэффициента лобового сопротивления c_{x_a} круглого парашюта по безразмерному времени τ (кривая 1) при $\alpha = 0^\circ$. Здесь же для сравнения нанесено решение несвязанной задачи (кривая 2) (функция $c_{x_a}(\tau)$ вычислялась по наполненной форме парашюта (режим А работы системы “Купол”)) и представлено развитие структуры следа за парашютом в процессе его наполнения. Судя по поведению функций $c_{x_a}(\tau)$ (кривая 1 рис.2), переходный процесс обтекания парашюта ($0 \leq \tau \leq 12$) характеризуется интенсивным изменением его формы; затем, начиная с $\tau > 12$, этот процесс быстро затухает.

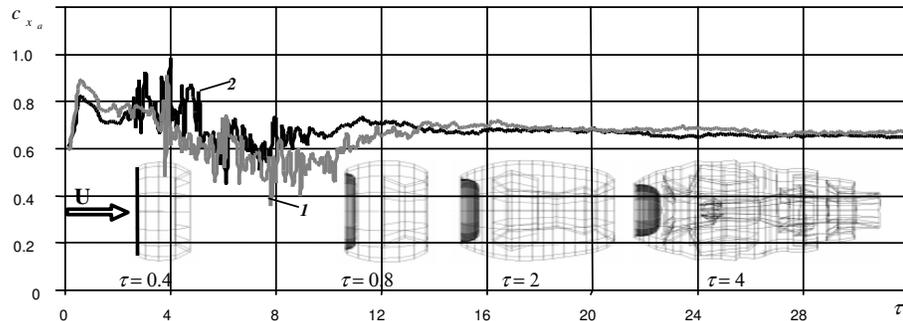


Рис. 2. Изменение коэффициента лобового сопротивления C_{x_a} круглого парашюта по безразмерному времени τ при $\alpha = 0$; кривые 1 и 2 – решения соответственно связанной и не связанной задач

Данные рис.3,а,б отражают изменения коэффициентов лобового сопротивления C_{x_a} и подъемной силы C_{y_a} круглого парашюта в зависимости от угла атаки α ; кривые 1 и 2 – решения соответственно связанной и не связанной задач, точки – эксперимент [25]. Как видно, решение связанной задачи находится ближе к эксперименту. Кроме того, важно отметить, что

кривая 1 (рис.3,а) качественно повторяет экспериментальные данные: величина C_{x_a} сначала несколько подрастает ($0^\circ \leq \alpha \leq 10^\circ$), а затем снижается ($10^\circ \leq \alpha \leq 25^\circ$). В то же время C_{x_a} кривой 2 в отличие от C_{x_a} кривой 1 и эксперимента уменьшается во всем диапазоне изменения углов атаки ($0^\circ \leq \alpha \leq 25^\circ$).

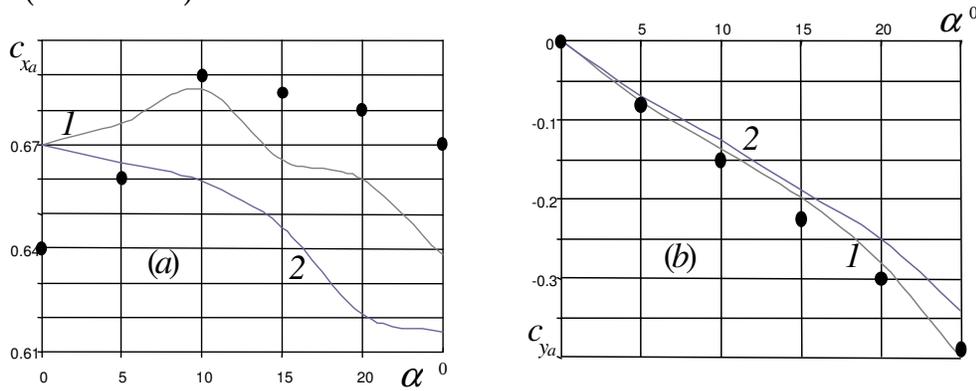


Рис. 3. Изменение коэффициентов лобового сопротивления C_{x_a} (а) и подъемной силы C_{y_a} (б) круглого парашюта в зависимости от угла атаки α ; кривые 1 и 2 – решения соответственно связанной и не связанной задач, ● – эксперимент

Рисунки 4,а,б иллюстрируют соответственно эпюры распределения перепада давлений $\Delta \bar{p}(\bar{S})$ (слева) вдоль образующей купола и приобретаемые им формы (справа) при углах атаки $\alpha = 0^\circ$ и 25° . Если в случае $\alpha = 0^\circ$ симметричность

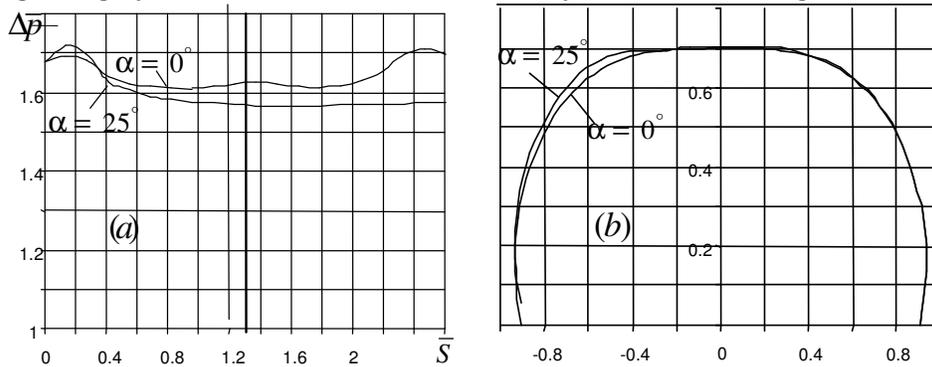


Рис. 4. Эпюры распределения безразмерного перепада давлений $\Delta \bar{p}(\bar{S})$ вдоль образующей купола (а) и приобретаемые им формы (б) при углах атаки $\alpha = 0^\circ$ и $\alpha = 25^\circ$

эпюры $\Delta\bar{p}(\bar{S})$ и формы парашюта сохраняются, то при $\alpha = 25^\circ$ происходит нарушение их симметрии. Особенно это проявляется на эпюре $\Delta\bar{p}(\bar{S})$. У передней кромки образуется «ложка» ($\Delta\bar{p}$ подрастает), а дальше вдоль остальной части образующей купола перепад давлений выравнивается, т.е. становится практически постоянным.

На рис. 5, *a*, *b* сплошными линиями нанесены кривые $\Delta\bar{p}(c_{w_0})$ и $c_{x_a}(c_{w_0})$, полученные теоретическим путем и характеризующие соответственно изменение перепада давлений $\Delta\bar{p}$ в полюсной части круглого парашюта и его коэффициента лобового сопротивления c_{x_a} в зависимости от коэффициента сопротивления ткани c_{w_0} ; точки – эксперимент [24]; номерами возле темных точек указаны артикулы наиболее употребительных в парашютостроении тканей, которые использовались в опытах. Отметим, что ткань с коэффициентом $c_{w_0} \geq 1000$ является практически непроницаемой. Из анализа данных рис.5 видно, что по локальным (*a*) и интегральным (*b*) характеристикам результаты вычислений хорошо согласуются с экспериментом (расхождение составляет ~ 5%); оказалось, что за счет подбора ткани можно варьировать локальными и интегральными аэродинамическими характеристиками парашютов, уменьшая их в пределах ~ 20% в сравнении с непроницаемым куполом.

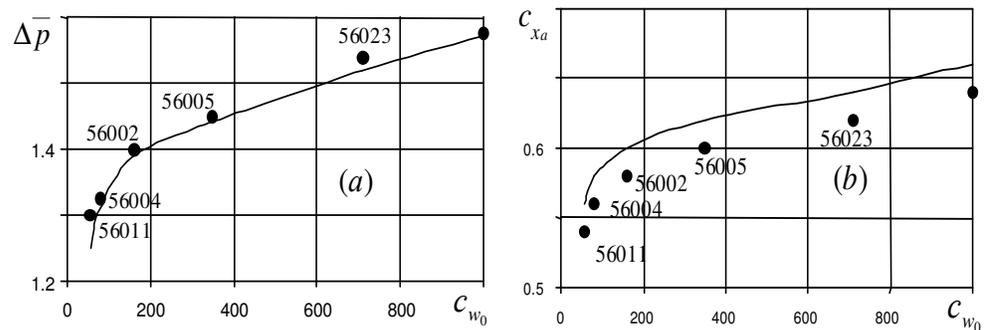


Рис. 5. Изменение безразмерного перепада давлений $\Delta\bar{p}$ в полюсной части круглого купола (*a*) и его коэффициента лобового сопротивления c_{x_a} в зависимости от коэффициента сопротивления ткани c_{w_0} ; ● — эксперимент

Квадратный и крестообразный парашюты. С этими парашютами были приведены аналогичные исследования. Приведем здесь лишь результаты вычислений, касающиеся распределенных аэродинамических характеристик, так как по ним имеется обширный экспериментальный материал.

На рис. 6, *a, b, c* помещено распределение безразмерного перепада давлений $\Delta\bar{p}$ на куполе квадратного парашюта вдоль направлений, указанных справа; 1 и 2 – решения соответственно связанной и не связанной задач, темные точки – эксперимент НИИ парашютостроения, ЦАГИ. Отрывное обтекание парашюта рассматривалось при угле атаки $\alpha = 0^\circ$. Судя по данным рис.6, результаты решения связанной задачи лучше согласуются с экспериментом; расхождение в некоторых точках достигает ~ 10%, в то же время для не связанной задачи эта разность в отдельных точках поверхности купола может достигать ~ 13%.

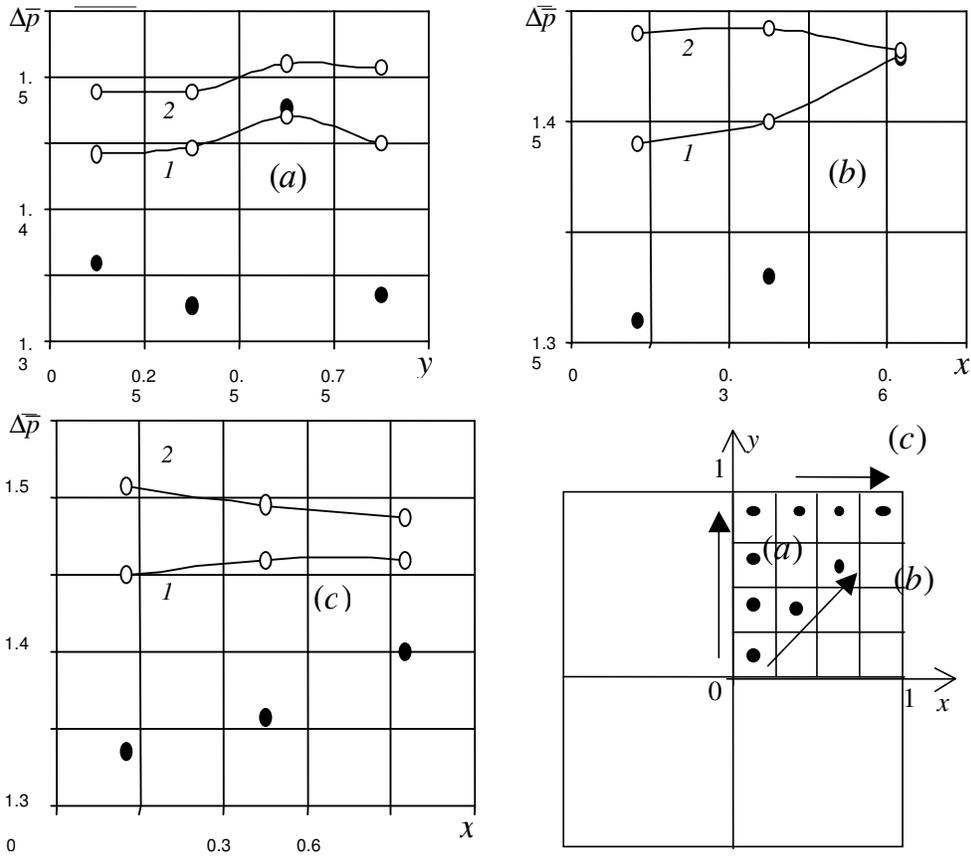


Рис. 6. Этюры распределения безразмерного перепада давлений $\Delta\bar{p}$ на куполе квадратного парашюта вдоль направлений, указанных на рисунке внизу справа; кривые 1 и 2 решения соответственно связанной и не связанной задач, ● – эксперимент НИИ парашютостроения, ЦАГИ

На рис. 7, *a, b* отражено распределение безразмерного перепада давлений $\Delta\bar{p}$ вдоль образующей купола квадратного парашюта (*a*) и показана форма его

образующей (b) при разных углах атаки; $\alpha = 0, 20^\circ$. Из рисунка видно, что на больших углах атаки роль изменения формы парашюта заметно возрастает.

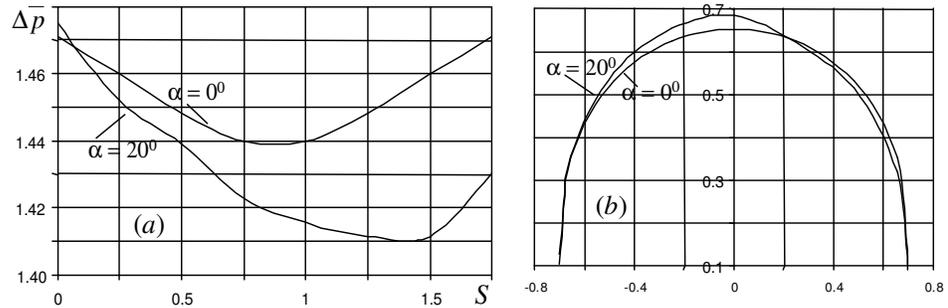


Рис. 7. Этюры распределения безразмерного перепада давлений $\Delta \bar{p}$ вдоль образующей купола квадратного парашюта (а) и его форма (в) при углах атаки $\alpha = 0^\circ$ и $\alpha = 20^\circ$

Обратимся теперь к результатам вычислений, касающихся отрывного обтекания крестообразного парашюта при $\alpha = 0^\circ$. На рис.8 показан характер изменения коэффициента лобового сопротивления c_{xa} парашюта по безразмерному времени τ (рис. 8, а); кривые 1 и 2 – решения соответственно связанной и не связанной задач, 3 – эксперимент НИИ парашютостроения. Здесь же приведены конечные наполненные формы парашюта, соответствующие этим решениям. Видно, что наполненные формы парашюта, найденные в процессе решения связанной задачи (рис. 8, б) и при постоянном (заданном) перепаде давлений (рис.8,с) несколько отличаются друг от друга; первая является приплюснутой, мидель у нее больше, а значит и c_{xa} парашюта выше и находится ближе к экспериментальному значению.

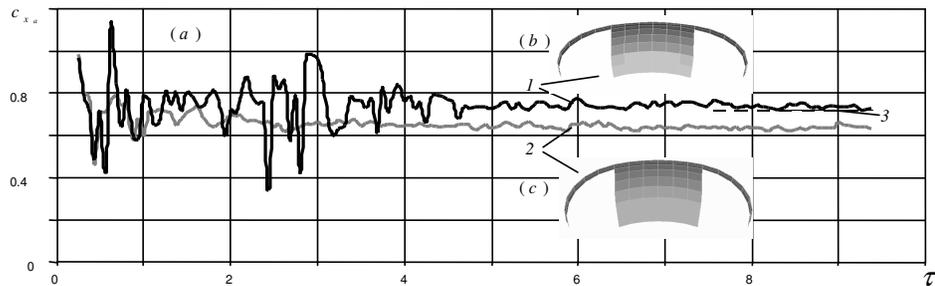


Рис. 8. Изменение коэффициента лобового сопротивления c_{xa} крестообразного парашюта по безразмерному времени τ (а); кривые 1 и 2 – решения соответственно связанной и не связанной задач, 3 – эксперимент НИИ парашютостроения

Данные рис. 9, *a*, *b* отражают распределение перепада давлений $\Delta \bar{p}$ вдоль направлений, указанных на этом рисунке; кривые 1 и 2 – решения соответственно связанной и не связанной задач, темные точки – эксперимент НИИ парашютостроения, ЦАГИ. Как видим, теоретические результаты хорошо согласуются с экспериментом, особенно это относится к данным, полученным путем решения связанной задачи.

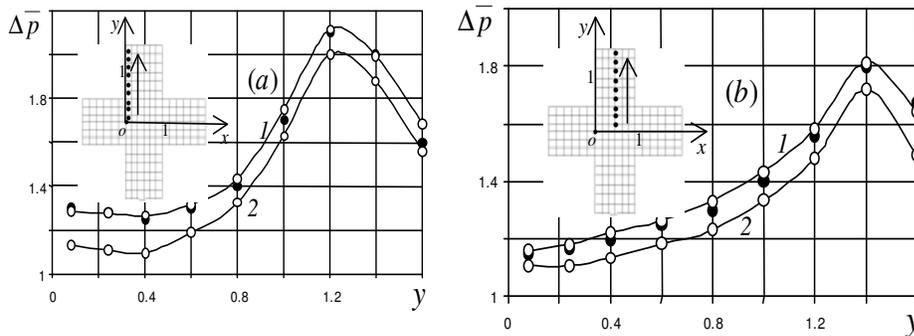


Рис. 9. Эпюры распределения безразмерного перепада давлений $\Delta \bar{p}$ вдоль указанных направлений на рисунках (а) и (в); кривые 1 и 2 (светлые точки «○») – решения соответственно связанной и не связанной задач, ● – эксперимент НИИ парашютостроения

В заключение необходимо сказать следующее. На базе алгоритмов и программ, в основе которых лежат численные методы: сосредоточенных масс и вихревых рамок и синтез, получаемых с их помощью результатов создана система «Купол» автоматизированного расчета на ЭВМ формообразования, НДС и аэродинамических характеристик парашютов различных раскройных форм при разных углах атаки на малых дозвуковых скоростях обтекания. Накопленный опыт её использования показывает, что наличие такой системы открывает широкие возможности теоретическим путем решать практически важные задачи формообразования, прочности, аэродинамики и аэроупругости парашютов. Позволяет расчеты на прочность парашютов проводить с учетом, во-первых, вязкоупругих и анизотропных свойств конструкционных материалов, во-вторых, конструктивной неоднородности (наличие полюсных отверстий, щелей, неоднородности строп, типа и расположения лент силового каркаса на куполе), в-третьих, наличие рифления, центральной стропы и т.д. Решение задачи отрывного обтекания парашютов осуществлять как без учета изменения формы (на замороженной форме) и проницаемости купола, так с их учетом.

Авторы выражают благодарность Р.М. Зайчуку за выполненные расчеты, результаты которых представлены в статье.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лобанов Н.А. Основы расчета и конструирования парашютов. – М.: Машиностроение, 1965. – 363 с.

2. Братухин А.Т., Давыдов Ю.В., Елисеев Ю.С. и др. CALS в авиастроении. – М.: Изд-во МАИ, 2000. – 240 с.
3. Рысев О.В. Актуальные проблемы парашютостроения // НИИ парашютостроения. Труды научно-техн. семинара (1996) «Парашютные системы. Теория, конструкция, эксперимент». – М.: Изд-во МАИ, 1997. – С. 10-19.
4. Лялин В.В., Морозов В.И., Пономарев А.Т. Парашютостроение. Достижения, проблемы и пути их решения // Полет. – 1998. – № 3. – С.52-60.
5. Белоцерковский С.М., Ништ М.И., Пономарев А.Т. и др. Исследование парашютов и дельтапланов на ЭВМ. – М.: Машиностроение, 1987. – 240с.
6. Морозов В.И., Пономарев А.Т., Рысев О.В. Математическое моделирование сложных аэроупругих систем. – М.: Наука, 1995. – 736 с.
7. Рысев О.В., Пономарев А.Т., Васильев М.И. и др. Парашютные системы. – М.: Наука, 1986. – 288 с.
8. Самарский А.А. Математическое моделирование и вычислительный эксперимент // Вестник АН СССР. – 1979. – № 5. – С. 38-49.
9. Ридель В.В., Гулин Б.В. Динамика мягких оболочек.– М.: Наука, 1990. – 206с.
10. Оден Дж. Конечные элементы в нелинейной механике сплошных сред. – М.: Мир, 1976. – 464 с.
11. Сахаров А.С., Кислоокый В.Н., Киричевский В.В. и др. Метод конечных элементов в механике твердого тела. – Киев: Вища школа, Лейпциг: ФЕБ Фахбухферлаг, 1982. – 479 с.
12. Ларев А.В., Моисеев Ю.В. О построении математической модели мягкой каркасированной оболочки, раскрывающейся в потоке, на основе метода конечных элементов // Труды семинара по теории оболочек и пластин. - Казань: Изд. КФТИ, 1979. – С. 37-43.
13. Васидзу К. Вариационные методы в теории упругости и пластичности. – М.: Мир, 1987. – 542 с.
14. Горский Н.Л. Численный способ расчета мягкой оболочки, основанный на дискретной модели тела // Динамические системы. – Киев: Вища школа, 1987. – Вып. 6. – С. 26-30.
15. Белоцерковский С.М., Ништ М.И. Отрывное и безотрывное обтекание тонких крыльев идеальной жидкостью. – М.: Наука, 1978. – 351 с.
16. Апаринов В.А., Дворак А.В. Метод дискретных вихрей с замкнутыми вихревыми рамками // Применение ЭВМ для исследования аэродинамических характеристик летательных аппаратов. – М.: Труды ВВИА. – 1986. – Вып. 1313. – С. 424-432.
17. Довгий С.А., Лифанов И.К. Методы решения интегральных уравнений. – Киев: Наукова думка, 2002.– 342с.
18. Белоцерковский О.М., Давыдов Ю.М. Метод крупных частиц в газовой динамике. – М.: Наука, 1982. – 392 с.
19. Самарский А.А., Попов Ю.П. Разностные методы решения задач газовой динамики. – М.: Наука, 1980. – 362 с.
20. Герасимов Б.П., Семушин С.А. Расчет на неподвижной эйлеровой сетке обтеканий тел изменяющейся формы // Дифференциальные уравнения. – 1981. – Т. 17. – № 1. – С. 1214-1221.

21. Нох В.Ф. СЭЛ – совместный эйлерово-лагранжев метод для расчета нестационарных двумерных задач // Вычислительные методы в гидродинамике. – М.: Мир, 1967. – С. 128-184.
22. Гильманов А.Н., Сахабутдинов Ж.М. Произвольный лагранжево-эйлеров метод в нелинейных задачах взаимодействия упругого тела с потоком газа // Взаимодействие оболочек с жидкостью. Труды семинара. / Казанский физ.-техн. ин-т. – 1981. – № 14. – С. 127-145.
23. Гоман О.Г., Карплюк В.И., Ништ М.И. и др. Численное моделирование осесимметричных отрывных течений несжимаемой жидкости. – М.: Машиностроение, 1993. – 288 с.
24. Рысев О.В., Вишняк А.А., Чуркин В.М. и др. Динамика связанных тел в задачах движения парашютных систем. – М.: Машиностроение, 1999. – 288с.
25. Носарев И.М. Аэродинамические исследования парашютов при различных углах атаки // Труды ЦАГИ. – 1976. – Вып. 1735. – 40 с.
26. Апаринов В.А., Зайчук Р.М., Пономарев А.Т. Метод вихревых рамок в задачах моделирования нагружения и деформирования мягких тормозных и несущих поверхностей // Труды Международного симпозиума «Методы дискретных особенностей в задачах математической физики» (МДОЗМФ-2001). – Херсон, 2001. – С. 34-37.
27. Апаринов В.А., Зайчук Р.М., Пономарев А.Т. Моделирование формообразования, деформирования и нагружения парашютов при малых дозвуковых скоростях // Изв. АН МТТ. – 2001. – № 3. – С. 172-185.
28. Апаринов В.А., Зайчук Р.М., Пономарев А.Т. Моделирование нагружения парашютов с учетом деформирования купола // Изв. АН МТТ. – 2003. – № 3. – С. 155-172.